This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

1817
ARTES VERITAS SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Jane. Mansfield's

QB
351
.W58
1726

Book

1779

1/7 5/-

J.W.M.

PRÆLECTIONES
PHYSICO-MATHEMATICÆ
CANTABRIGIÆ
In Scholis Publicis Habitæ.

QUIBUS

Philoſophia Illuſtriſſimi *NEWTONI Mathematica*

Explicatius traditur, & facilius demonſtratur:

COMETOGRAPHIA etiam HALLEIANA

Commentariolo illuſtratur.

Cui accedunt, in hac SECUNDA EDITIONE,

XI. PRÆLECTIONES

De Eclipſibus Antiquis.

A *GULIELMO WHISTON*, A. M.

Et Matheſeωs Profeſſore *Lucaſiano*.

In Uſum Juventutis Academicæ.

LONDINI:

Impenſis BENJ. MOTTE Bibliopolæ, juxta Medii Templi Portam, in vico vulgo vocato *Fleet-ſtreet*.

M DCC XXVI.

Philoſophia Mathematica.

PRÆLECTIO I.

ABSOLUTIS olim pure Aſtronomicis, ad Operis noſtri partem alteram, *Philoſophiam* nempe Cl. Newtoni *Mathematicam* accedendum. In animo enim eſt Viri iſtius longe Maximi veſtigia premere, & præcipua ejuſdem nobiliſſimaque inventa Philoſophica, faciliori methodo exponere; ut ita tandem Philoſophia Newtoni plane divina pluribus, & vel in matheſi mediocriter verſatis innoteſcat; nec intra privatos ſummorum Geometrarum parietes amplius deliteſcat. Prius autem quam quiſquam egregia hæc & prorſus admiranda Philoſophiæ Naturalis theoremata aggrediatur, præter aliqualem Geometriæ, Arithmeticæ & Aſtronomiæ notitiam, neceſſarium eſt omnino ut cum veras *Motuum leges*, tum imprimis curvarum linearum quas *Sectiones Conicas* appellamus, naturas & primarias proprietates non ignoret. Viſum eſt ergo in eorum gratiam qui Prima tantum Geometriæ, Arithmeticæ & Aſtronomiæ Elementa perlegerunt, tam *Conicas Sectiones*, quam nuper demonſtratas *Motuum leges* paucis attingere atque illuſtrare; ne forte quiſpiam harum rerum penitus ignarus in Cl. Newtoni inventis intelligendis fruſtra laboret. Quod enim ad primas motuum & colliſionum leges attinet, in iis ſtabiliendis tam miſeris erravit modis Carteſius, falſaſque reflexionum Regulas orbi tam audacter tradidit, ut præjudiciis inde exortis tollendis vacare operæ pretium haud immerito videatur. Quod vero *Sectiones Conicas* ſpectat, Pauci adeo ex iis, inferioris nimirum ſubſellii Mathematicis, in quorum gratiam provinciam hanc ſuſcepi, earum indolem aut

proprietates capiunt, ut niſi hiſce ſubvenire ſit animus in cæteris laborioſe tradendis operam plerumque atque oleum ſim omninò perditurus. Etenim Cum Cl. Newtonus in eo totus ſit, ut omnes Syſtematis noſtri Planetas atque Cometas in aliqua ſectionum conicarum moveri demonſtret, perquam jucundum, quin & admodum neceſſarium erit curvarum harum generationes atque naturas contemplari paululum atque prælibare. Ut ergo, miſſâ aliâ præfandi circuitione, Elementa Conica paucis explicare, & ob oculos, omiſſis tamen hic loci eorundem demonſtrationibus, ponere valeam, nonnulla huc ſpectantia e conicorum ſcriptoribus, præſertim vero è Clariſſimo D. De la Hire mutuò accipere, & pro demonſtratis hic loco aſſumere, non pigebit. Quanquam autem curvæ iſtæ lineæ per meras in plano delineationes & conſtructiones, uti fiet inferius, exhiberi poſſint, tamen quia Geometræ tam antiqui quam neoterici per Coni Sectiones eaſdem plerumque expoſuerunt, & quia iſtæ curvæ nullo alio modo ſimul omnes & ſemel oſtendi queant, atque etiam quia mutua ſingularum habitudo & cognatio qu[illegible] dam vix in altera explicandi forma adeò liquido inno[illegible] cat, ob haſce, inquam, & hujuſmodi rationes Cur[illegible] rum harum naturas primo per Coni Sectiones, dein[illegible] verò per meras quoque in plano delineationes, ſine Co[illegible] oſtendere operam dabo.

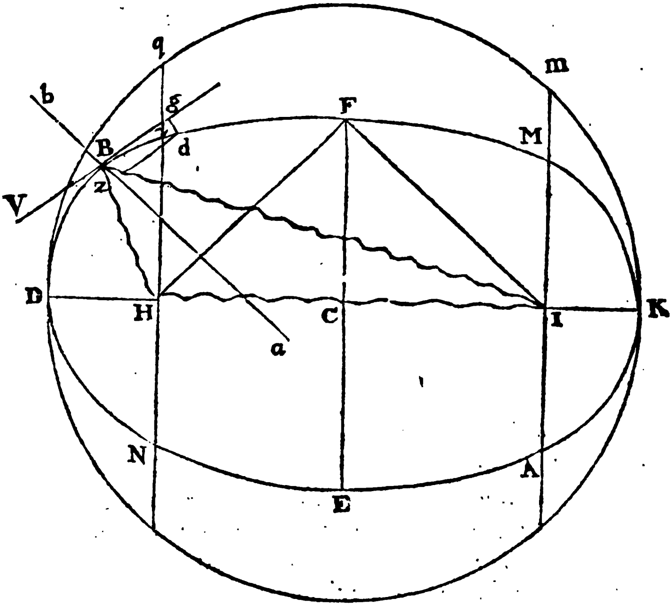
Si ſumatur punctum quodvis extra planum, in quo [illegible] ſcriptus eſt circulus, & per hoc punctum immobile re[illegible] linea ad utraſque partes puncti immobilis in infinit[illegible] producta peripheriæ circuli circumducatur, Superfic[illegible] ortæ ex motu rectæ ſingulæ dicuntur *Superficies Co[illegible] cæ*, Utræque vero infernæ & ſupernæ conjunctim [illegible] cuntur *Superficies ad verticem oppoſitæ:* Punctum i[illegible] mobile utrique ſuperficiei commune dicitur *Verte[illegible]* Circulus eſt *Baſis*, & ſolidum a ſuperficie conica & c[illegible] culo baſi comprehenſum, & in infinitum, ſi placet, p[illegible] ducendum, vocatur *Conus:* cui ſimile etiam & æ[illegible]

ex altera parte verticis generatur. Linea recta a Coni vertice ad circuli baſis centrum *Axis Coni* dicitur; qui quidem Axis, ſi modo ſit plano circuli baſis perpendicularis, Conus *Rectus* dicitur; ſin minùs Conus *Obliquus*, vel *Scalenus*. Jam verò ſi planum utcunque poſitum, modo non tranſeat per ipſum verticem, ſecet ſuperficiem conicam, vel ſuperficies ad verticem oppoſitas, planum illud *Planum Secans* audit, & aliud planum per verticem tranſiens, & plano ſecanti ubique parallelum *Planum Verticale* dicitur: Curva linea quam ſuperficies conica in plano ſecante deſcribit nuncupatur *Sectio Conica*; quæ quidem Sectio diverſa eſt pro diverſa plani ſecantis, in quo deſcribitur, ad Conum inclinatione. Sin Planum ſecans utraſque conicas ſuperficies ad verticem oppoſitas ſimul ſecet, orientur in Plano Secante binæ curvæ lineæ ſimiles & æquales, quæ *Sectiones* vel *Hyperbolæ Oppoſitæ* dicuntur. Si itaque Planum Secans eo modo ad ſuperficiem Conicam inclinetur, ut planum verticale, eidem parallelum, ſuperficiem conicam, ſive potius ſuperficies ad verticem oppoſitas tangat, Curva Linea in plano ſecante deſcripta dicetur *Parabola*. Si verò ea ſit plani ſecantis ad ſuperficiem conicam inclinatio, ut planum verticale eidem parallelum ſit extra conum, ita nempe ut non tangat ſuperficiem conicam, Planum Secans utrumque coni latus ſecabit, & curva linea in plano ſecante genita dicetur *Ellipſis*. Sin ea demum ſit plani ſecantis ad ſuperficiem conicam inclinatio, ut planum verticale eidem parallelum conum ſecet, curva illa linea in plano ſecante deſcripta dicetur *Hyperbola*. & quia fieri non poſſit ut planum ſecans unam tantum ſuperficiem ſecet, quin neceſſe eſt ut ſuperficies utraſque ad verticem oppoſitas ſimul ſecet, binæ illæ curvæ lineæ ſimiles & æquales *Hyperbolæ Oppoſitæ*, vel *Sectiones Oppoſitæ*, uti jamjam notavimus, appellabuntur. Si itaque Planum ſecans & verticale ita ſimul ſibi ſemper parallelos circumagantur,

ut Verticale nunc baſin ſecet, nunc ſuperficiem Coni tangat, nunc extra conum ſit poſitum, liquet a ſuperficie conica varias *Hyperbolarum* ſpecies, *Parabolas* varias, varias demum *Ellipſium* ſpecies in plano ſecante delineatum iri. Liquet inſuper qualis & quam arcta ſit inter omnes haſce lineas cognatio. Si enim ſectio ſit baſi parallela, vel etiam in cono ſcaleno ſubcontrarie poſita, erit *Circulus*: qui itaque inter ſectiones conicas, utpote Ellipſium extrema, merito numeratur: unde mutata gradatim plani ſecantis inclinatione orientur infinitæ Ellipſium Species; donec tandem inclinatio evadat coni lateri parallela, ubi Ellipſium extrema evadit *Parabola*: Mutatâ verò ulterius tantillùm plani ſecantis inclinatione, exurget *Hyperbola*; cujus infinitæ erunt ſpecies, pro varia plani verticalis intra conum inclinatione. Ita ut Ellipſium ultimæ hinc in circulum, illinc in Parabolam; Parabola hinc in Ellipſin, illinc in Hyperbolam; & Hyperbolarum ultimæ hinc in Parabolam, illinc i lineam rectam deſinant. Verumenimvero quia diffici lior forſitan non paucis apparitura ſit Conica hæc cur varum regularium explicatio, viſum eſt ſingularum na turas ex facili quadam in plano delineatione, cum Carte ſio & aliis, qua poſſum perſpicuitate ulterius exponer

Ut Ellipſeos ergo generationem & indolem rite c piamus, ſint *H* & *I* duo puncta, vel clavi paxillive his punctis circumponatur funiculus *BHI*: deinde in miſſo digito vel clavo funiculus æqualiter tenſus m neat, dum circumagatur digitus vel clavus a motûs i cipientis puncto *B*, donec in orbem rediens ad ide punctum *B* iterum revertatur. Deſcribetur hac pun *B* revolutione curva linea, quam *Ellipſin* dicimus: q in eo tantum a circuli delineatione differt, quod C culus circa centrum unicum, Ellipſis autem circa b puncta tanquam centra deſcribitur; quæ ſi, evaneſce punctorum diſtantia *HI*, in unum coeant, elliptica cu hæc evadet perfecte circularis. Quo autem major

punctorum centralium diſtantia *HI*, manente nimirum funiculi longitudine, eo longius hæc figura a circulari recedet; & quo minor eſt diſtantia iſta, ad circularem accedet magis; ita ut pro diverſa diſtantiæ *HI*, ad funiculum *BHI*, vel ad lineam *DK* eidem funiculo æqualem, ratione diverſæ ellipſium ſpecies deſcribantur. At ſi funiculi longitudo eadem proportione minuatur vel augeatur quâ minuitur vel augetur punctorum centralium *H* & *I* diſtantia, deſcribentur quidem Ellipſes diverſæ, ſive diverſarum magnitudinum omnes, ſed quæ



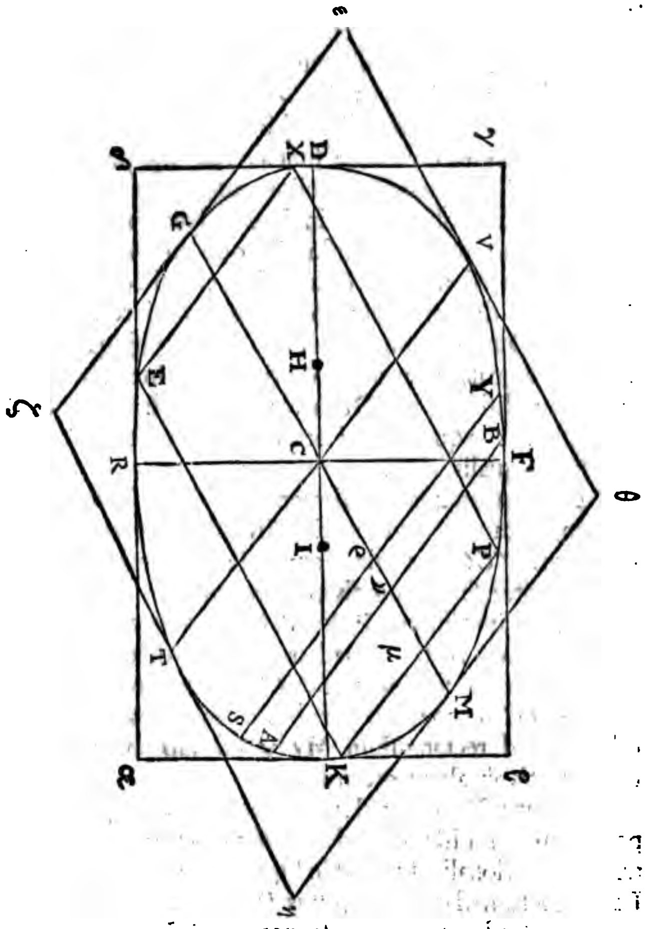
ſimiles omnino ſunt futuræ, ſeu ejuſdem ſpeciei. Unde perſpicuum eſt Ellipſes non magnitudine tantum, ſed & ſpecie innumeras eſſe, & a circulo ad lineam rectam extendi: Sicut enim coeuntibus punctis *H* & *I* Ellipſis evadit circulus, ita ad diſtantiam ipſius funiculi dimidiam recedentibus, Ellipſis fit linea recta in coaleſcente

 utro-

utroque latere. Hinc etiam apparet unamquamque ellipſeon ſpeciem non minùs diſtare ab alia qualibet, quàm diſtat omnium ultima hinc a circulo, illinc a rectâ lineâ. Patet quoque ex hac delineatione quod, ſi ex aliquo puncto pro arbitrio in peripheria elliptica electo, ut *B*, duas rectas ad duo puncta centralia agamus, haſce duas lineas *BH* & *BI* ſimul ſumptas maximæ ejus diametro *DK* æquales fore, atque proinde earum ſummam ſemper dari. Quod ſane ipſa conſtructio probat: Pars enim funiculi ab *I* ad *B* extenſa, & inde ad *H* replicata eadem eſt omnino quæ porrecta ab *I* ad *K*, vel ad *D* inde itidem recurrit ad *I* vel ad *H*; ita ut *DH* ſit æqualis *IK*, & *HD* una cum *DI* (ſive *HB* cum *BI*) toti *DK* ſint æquales.

Præcipuarum vero in Ellipſi linearum Nomina, & palmarias ejus proprietates hoc loco addemus; quo aliqualem ſaltem hujus curvæ longe nobiliſſimæ notitiam nacti, motus planetarum cæleſtes poſtea melius intelligamus. Cùm enim jam conſtet *planetas* omnes, & admodum veriſimile ſit omnes *cometas* in Ellipſibus circa Solem motus ſuos peragere, uti in ſequentibus demonſtrabitur, ideo majori cura Ellipſeos naturæ contemplandæ eſt incumbendum, quò veram coelorum Aſtronomiam, curſúſque planetarum & cometarum varios rectius percipere valeamus. *DFKR.* eſt *Ellipſis*: *C* ejus *centrum*: Puncta *H* & *I* ſunt ejus *Foci*, ſive *Umbilici*, *DK* eſt *Axis Major*, ſeu *Tranſverſus*, ſive *Diameter Principalis*, ſive etiam *Latus Tranſverſum*: *FR* eſt Axis *Minor*: Omnes lineæ rectæ per centrum *C* tranſeuntes ſunt *Diametri*: Omnes lineæ rectæ ad peripheriam ellipticam terminatæ, & â Diametro quâvis bifariam diviſæ dicuntur *Ordinatæ*, vel *Ordinatim applicatæ* ad iſtam diametrum. Sic *MG* per centrum tranſiens eſt *Diameter*, & *PK* ab eadem bifariam diviſa ejuſdem *Ordinata* vel *Ordinatim applicata*. Pars Diametri cujuſque inter ejus verticem & ordinatam intercepta ut Mμ dicitur ejus *Abſciſſa*; Linea a Diametri vertice ipſius ordina-

dinatis parallelas ducta, ut ηθ eſt Ellipſeos in iſto vertice *Tangens:* Diameter alterius Diametri ordinatis parallela ejuſdem dicitur *Diameter Conjugata*, & ordinatas



ſuas priori diametro parallelas habet. Sic diametri *GM* & *VT* ſunt ſibi invicem Conjugatæ, & ordinata *PK* dia-

diametro *VT*, & ordinata *KE* diametro *GM* eſt parallela. Ordinata per ſocorum utrumvis ad axem majorem *MA* in figura prima dicitur *Latus Rectum* Principale, vel *Parameter* Axis majoris.

Palmariæ Ellipſeωs Proprietates ſunt hæ:

(1.) Diameter quælibet ut *MG* omnes ordinatas ſuas ſibi invicem parallelas, ut *KP*, *AB*, *ST*, ad peripheriam ellipticam utrinque terminatas biſariam dividit.

(2.) Axium Ordinatæ ſunt axibus ipſis perpendiculares: Sed Diametrorum reliquarum ordinatæ ſunt ad diametros ſuas obliquæ, & in diverſis ſpeciebus eo magis obliquæ, paribus ab axe diſtantiis, quo ratio axis majoris, ad minorem eſt major; & in eadem ellipſi eo magis obliquæ, quo diametri ſunt ab axibus remotiores.

(3.) Duæ tantum dantur diametri conjugatæ ſibi invicem æquales; quarum Vertices æqualiter ab axium verticibus diſtant. Sic Diameter *VT* eſt diametro *GM* conjugata & æqualis, ubi nempe *VF* eſt æqualis *MF*, & *VD* æqualis *MK*.

(4.) Harum duarum diametrorum inter ſe æqualium & conjugatarum angulus obtuſus *VCM* erit major, & acutus *VCG* erit minor omni alio angulo a diametris reliquis inter ſe conjugatis comprehenſo.

(5.) Si ſint lineæ μP & νB ſemiordinatæ ad diametrum quamvis *MG*; Quadratum ſemiordinatæ μP eſt ad Quadratum ſemiordinatæ νB ut eſt rectangulum $M\mu \times \mu G$ nempe ſub partibus diametri factis ab iſta ordinata, ad rectangulum $M\nu \times \nu G$ ſub partibus diametri factis ab altera ordinata.

(6.) Latus Rectum vel Parameter diametri cujuſque eſt poſt diametrum iſtam & eidem conjugatam tertia geometrice proportionali. Hoc eſt in figura prima Parameter vel Latus Rectum diametri cujuſvis *DK* eſt *X*. Si ſit ut Diameter *DK* ad conjugatam diametrum *EF* ita *EF* ad *Y*. Unde *AM* Ordinata per focum, lateri recto principali, ut prius, æqualis, eſt poſt Axem majorem & minorem

tertia

tertia proportionalis. Axes enim ſunt diametrorum inter ſe conjugatarum primariæ.

(7.) Quadratum ſemiordinatæ cujuſvis ut *MI* in prima figura minus eſt Rectangulo ex abſciſſa quavis ut *IK* in Latus rectum Diametri ſuæ, ſive quam $IK \times Y$. Et quadratum ſemiordinatæ Pμ minus eſt Rectangulo ex abſciſſa Mμ in latus rectum ad diametrum *MG*, pertinens. A quo defectu vel ἔλλειψις Oritur hujus ſectionis nomen.

(8.) Si a puncto quovis *B* in figura prima ducantur ad focos lineæ rectæ *BH* & *BI* iſtarum ſumma axi majori æquabitur. Et ſi angulus *IBH* ab iis lineis comprehenſus a linea recta *ba* dividatur bifariam, Linea recta *ba* eſt tangenti in puncto *B*, ſive lineæ *VB*, hoc eſt, curvæ in ipſo contactûs puncto perpendicularis.

(9.) Curvatura arcuum ſimilium Ellipticorum quoad centrum Ellipſeωs eſt in diverſis a centro illo diſtantiis in quadruplicata iſtarum diſtantiarum ratione directe. Sic ſi *CK* ſit ipſius *CF* dupla, erit curvatura in diſtantiâ maximâ *K*, ad curvaturam in diſtantia minima *F*, ut ſedecim ad unum. Si *CK* ſit ipſius *CF* tripla erit curvatura in *K* ad curvaturam in *F* ut 81 ad 1: Atque ita in reliquis; uti olim oſtendetur.

(10.) Curvatura autem arcuum ellipticorum quoad focum eſt in diverſis diſtantiis a foco iſto in ſimplici diſtantiæ ratione directe; Sic ſi *HD* ſit dimidia ipſius *HK* erit curvatura quoad focum *H* ad *D*, curvaturæ quoad eundem focum ad *K* etiam dimidia; & ſic ubique. Et ita quoque res ſe habet in parabola & hyperbola.

(11.) Diſtantia corporis in Ellipſi circa focum *H* revolventis ab iſto foco eſt omnium maxima in puncto *K*, omnium minima in puncto *D*, & mediocris in punctis *E* & *F*; & diſtantia iſta mediocris *HF* eſt ſemiaxi majori *DC* vel *CK* æqualis: ut ex ellipſeωs geneſi eſt apertiſſimum.

(12.) Subtenſa evaneſcens anguli contactus, diſtantiæ a foco parallela, ad æquale a diſtantia iſta intervallum perpendiculare, in eadem Ellipſi, quin & Parabola & Hy-

Hyperbola ſemper manet data ſive invariata. Sic ſi *dZ* ſemper detur, erit & *gd* in diſtantia infinite parva ſemper data.

(13.) Area Ellipſeωs eſt ad aream circuli circumſcripti ut axis minor ad majorem; & ita ſunt inter ſe partes correſpondentes quælibet ut: *MIK*, *mIK*; & Ordinatæ ad axem majorem ut *MI* dividuntur a peripheria elliptica ut *M* in eadem ſemper ratione; ita ut *MI* ſit ad *mI* in eadem ratione data, nempe, in ratione axis minoris ad majorem. Neque aliter de circulo Ellipſi inſcripto eſt ratiocinandum.

(14) Parallelogramma omnia circa diametros Ellipſeωs conjugatas deſcripta, & Ellipſin comprehendentia ſunt ubique æqualia. Sic Parallelogrammum $\alpha\zeta\gamma\delta$ eſt æquale Parallelogrammo $\iota\zeta\eta\theta$: & ſic ubique.

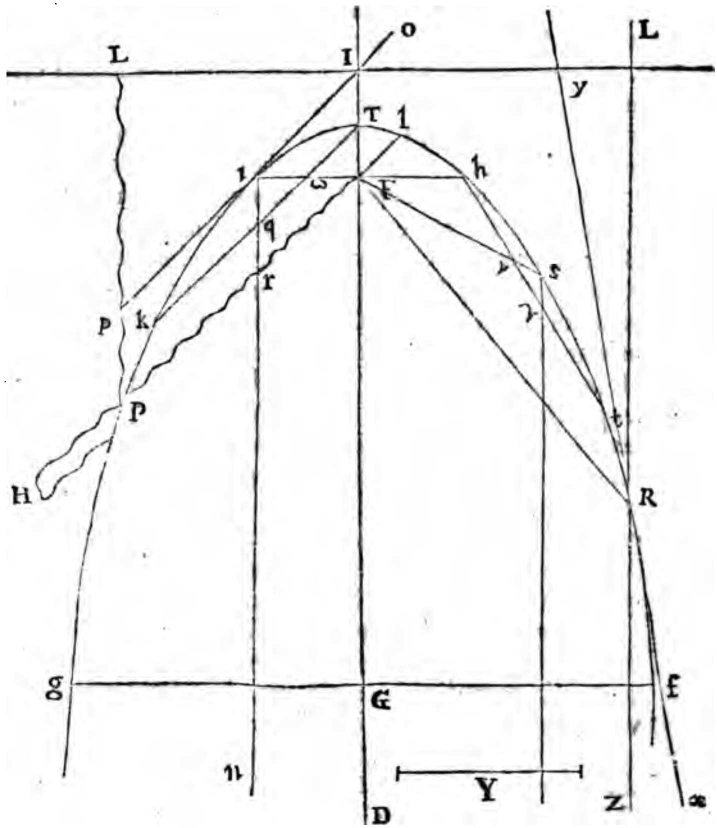
(15.) Si linea recta per focorum alterum ſemper tranſiens ita moveatur ut area elliptica ab eadem deſcripta ſit tempori proportionalis, motus angularis lineæ rectæ ab altero foco ad priorem in curva ducta erit fere æquabilis. Sic ſane in delineatione Ellipſeωs ſuperius allata, ſi ita lineæ *HB* motus angularis eſſet temperatus, ut pro reciprocâ diſtantiæ ratione acceleratus vel retardatus aream *DHB* tempori proportionalem deſcripſiſſet, Motus angularis *KIB* circa focum alterum *I* eſſet fere tempori proportionalis, & proindè ſine notabili acceleratione vel retardatione tantum non æquabilis; hoc eſt ubi Ellipſis a Circulo non admodum recedit.

Feb. 7. 170$\frac{3}{4}$.

II.

UT jam ab Ellipſi ad Parabolam tranſeamus, Sit *DI* linea recta infinita; eique ſit etiam linea recta infinita *IL* perpendicularis. Accepto jam in linea *DI* puncto quovis ut *F*, diviſáque bifariam linea *FI* in puncto *T*; Punctum illud *T* erit *Vertex principalis* figuræ

guræ, & deſcriptionis initium. Capiatur filum duplex *PH*, hoc eſt, filum vel funis ex filis vel funiculis binis,



æquali juxta ſe tenſione poſitis, conflatus: utriuſque funiculi extremitas punctis *F* & *I* affigatur eâ lege, ut funiculus uterque, ex quibus funis integer componitur, in partes duas diſtinctus, & hac illac æqualiter extenſus, lineam *FI* exacte adæquent; ita ut filorum partitio vel vertex ipſi puncto medio *T* directe ſupereminеat, punctumque *T* proinde ipſi filorum partitioni vel aper-

turæ

turæ ſubſit. His ita præparatis, Deſcriptoris manus quæ fili partem integram tenet, hac illac verſus partes dextram & ſiniſtram ita moveatur, & ita funiculus duplex ſe aperiat, ut pinnula vel ſtylus per aperturæ punctum curvam lineam deſcribat. Obſervandum eſt autem eo modo fila eſſe continuo movenda ut, extremitate unà *L* lineam rectam *IL* ſemper occupante, filum *PL* ſit lineæ *IL* perpendiculare; vel, quod eodem redit, ut ſibi ipſi & lineæ *DI* maneat ubique parallelum; & ut altera fili extremitas puncto *F* immobili ſemper affixa adhæreat. Continuetur utrinque hujuſmodi motus in infinitum, & inde orietur curva linea quam *Parabolam* dicimus. Cujus Curvæ lineas præcipuas & proprietates notiſſimas hic loci paucis explicabo. *gPiTsRx* eſt peripheria Parabolæ: *ID* ejuſdem *Axis*, ſive *diameter principalis*: *F Focus*, ſeu *Umbilicus*: punctum *T Vertex principalis* parabolæ: *ih Ordinatim applicata* ad axem per focum; lateri recto principali æqualis. Omnes lineæ rectæ ut *in* vel *RZ* axi parallelæ ſunt *diametri*, utpote quæ ordinatim applicatas, tangentibus parallelas, ut *ih* & *KT* bifariam dividunt, & dicuntur Diametri ad vertices quibus terminantur ut *T*, *i* pertinentes.

Palmariæ Parabolæ proprietates ſunt hæ:

(1.) *Diameter* quævis, vel linea recta axi parallela omnes lineas ordinatim applicatas, hoc eſt, tangenti in verticis puncto parallelas bifariam dividit.

(2.) *Axis Ordinatæ* ſunt axi perpendiculares; ſed *diametrorum reliquarum Ordinatæ* ſunt ad diametros ſuas obliquæ; & eo magis obliquæ quo diametrorum vertices a vertice Parabolæ primario magis diſtant.

(3.) *Latus Rectum* vel *Parameter* ad diametrum quamvis pertinens, eſt poſt abſciſſam quamvis & ſemiordinatam ſuam tertia geometrice proportionalis: Hoc eſt, Latus rectum diametri *in* vel verticis *i* eſt *Y* ſi ſit ut abſciſſa *iq*, ad ſemiordinatam *qk*, ita ſemiordinata illa *qk*, ad *Y*.

(4.) *La-*

(4.) *Latus rectum principale*, ſive ad axem pertinens eſt Ordinatæ per focum *ih* æqualis; & eſt diſtantiæ minimæ a vertice principali *FT* quadrupla.

(5.) Latus rectum ad verticem vel diametrum quamvis pertinens eſt diſtantiæ verticis iſtius a foco etiam quadruplum: ſic latus rectum verticis *s* eſt ipſius *Fs* quadruplum, atque ita ubique.

(6.) Diſtantia verticis vel puncti cujuſvis in parabola a foco eſt diſtantiæ minimæ a linea *LL* axi perpendiculari, & lateris recti principalis quadrante a vertice Parabolæ diſtante, ubique æqualis. Sic ex ipſa conſtructione liquet lineam *FP* eſſe lineæ *PL* æqualem.

(7.) Quadratum ſemiordinatæ cujuſque ut *qk*, æquale eſt rectangulo ex verticis ejuſdem Latere recto ut *Y*, & abſciſſa *iq* Diametri ad eundem verticem pertinentis. Et ex æqualitate παραβολῆς vel comparationis in hac figurâ inter rectangulum iſtud & ſemiordinatæ quadratum, abſque defectu vel exceſſu, oritur hujus ſectionis Nomen.

(8.) Ob datum itaque in quavis diametro latus rectum, ſunt abſciſſæ ut ſemiordinatarum quadrata, ſive in ſemiordinatarum ratione duplicata: Sic *TF*, eſt ad *TG*, ut *iF* quadratum ad *gG* quadratum; & ſic quoque eſt *iq* ad *ir* ut *qT* quadratum ad *rl* quadratum; & ita ubique. Unde quoque ubi axis abſciſſa eſt lateri recto principali æqualis, ſive diſtantiæ a vertice quadrupla, erit ſemiordinatæ ſuæ æqualis.

(9.) Angulus a tangente quavis & linea a foco comprehenſus eſt æqualis angulo ab eadem tangente & diametro quavis, vel etiam axe comprehenſo. Sic anguli *IiF* & *pin* ſunt æquales. Unde ſane, quod obiter eſt notandum, Omnes lucis radii in partem ſuperficiei a convolutione parabolæ circa axem genitæ concavam axi parallelos incidentes a ſuperficie iſta paraboloide in focum *F* reflectentur, & ardorem vehementiſſimum generabunt: a quâ quidem proprietate *foci* nomen figuræ

hu-

hujus umbilicus meruit: & idem nomen ſimilibus punctis in Hyperbola & ellipſi communicavit.

(10.) Parabola, ſicut & Hyperbola, ſpatium non claudit, ſed in infinitum protenditur.

(11.) Curva Parabolica ad parallelismum cum diametris ſuis ſemper magis & magis in infinitum tendit; ſed ad eundem pertingere nunquam poteſt.

(12.) Si duæ parabolæ eodem axe & vertice principali deſcribantur, erunt axi communi ordinatæ in data ratione a parabolis reſectæ; & areæ ab iiſdem axe, ordinata, & curvis comprehenſa erunt in eadem data ratione ad invicem.

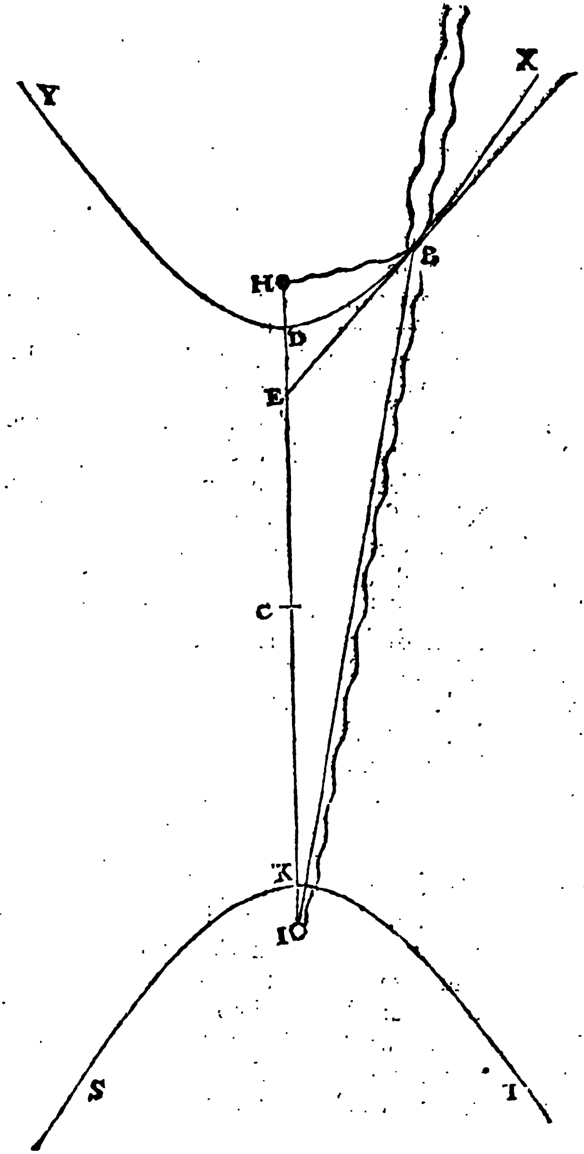
(13.) Spatium quodvis Parabolicum intra curvam & ordinatam comprehenſum eſt ad parallelogrammum ex eadem baſi & altitudine in ratione ſubſeſquialtera ſive ut 2 ad 3.. & ad ſpatium externum in ratione dupla ſive ut 2 ad 1. Sic *qiT* eſt ad *qiI* ut 2 ad 3. & ad *iIT* ut 2 ad 1. Unde Parabolæ Quadratura facillima oritur.

(14.) Diſtantia inter axis verticem & tangentis cujuſvis interſectionem eſt æqualis axis abſciſſæ ad ejuſdem ordinatam ex puncto contactûs applicatam. Sic *TI* eſt æqualis *TF*; & ita ubique.

(15.) Omnes Parabolæ ſunt ſimiles vel ejuſdem ſpeciei; quemadmodum omnes circuli.

(16.) Si per occurſum duarum contingentium agatur diameter. Hæc diameter bifariam dividet conjungentem tactus. Quæ Parabolæ proprietas etiam Ellipſi & Hyperbolæ eſt applicanda.

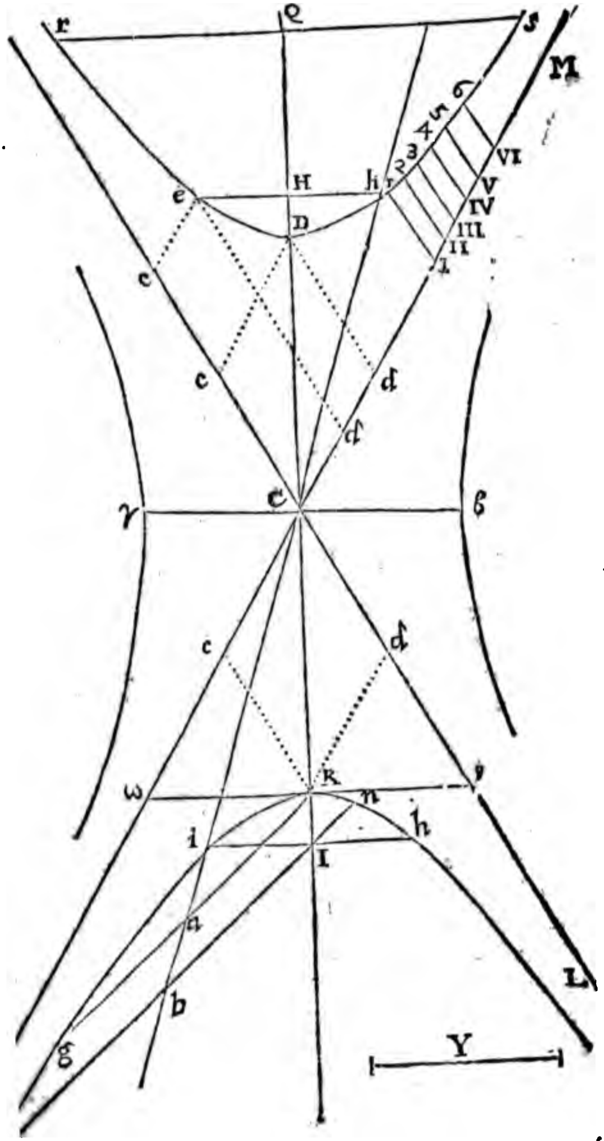
Ut jam a Parabola ad Hyperbolam tranſeamus: Sit Regula vel baculus *IB* ſatis longus, ſint *I* & *H* puncta centralia, focis Ellipſeos correſpondentia, quibus clavi inſigantur: Annexâ jam extremitati longi baculi vel regulæ reſti baculo duplo breviori, altera ejus extremitas perforetur, & ita clavo *I* immittatur; nodus autem vel foramen in altera reſtis extremitate clavo alteri immittatur: Poſito jam digito aut ſtylo in puncto *B*, ubi mutuo junctæ


X
Y
B
H
D
E
C
K
I
S
T

junctæ ſunt regula & reſtis, deſcendat digitus vel ſtylus dum reſtis regulæ arcte juncta, & velut agglutinata teneatur; qua opera prout digitus vel ſtylus deducitur, regula etiam circa clavum *I* continuo rotante, deſcribetur a puncto *B* ſive anguli *HBI* vertice lineæ curvæ *Hyperbolæ* dictæ pars *XBD*. Et poſtea, converſa in alteram partem regula, eaque ad *Y* prolata, eodem prorſus modo altera pars Hyperbolæ *YD* deſcribetur. Præterea, Si deſcriptor nodum vel foramen ſuæ reſtis transferat in clavum *I*, & regulæ extremitatem in clavum *H*, aliam Hyperbolam *SKT* priori omnino ſimilem & æqualem & ad verticem oppoſitam deſcribet. Sed ſi regula & clavis non mutatis, longiorem tantum reſtim admoveat, Hyperbolam alterius ſpeciei deſignabit: & ſi adhuc paulo longiorem, adhuc alterius, donec ipſam regulæ duplæ æqualem reddens, rectam lineam loco Hyperbolæ deſcribat. Deinde ſi Deſcriptor clavorum diſtantiam mutet eadem prorſus ratione qua mutat differentiam quæ eſt inter funis & regulæ duplæ longitudinem, Hyperbolas ejuſdem quidem ſpeciei deſcribet, ſed quarum partes ſimiles magnitudine different: Et tandem ſi æqualiter augeat longitudinem reſtis & regulæ, manente earum differentiâ, & clavorum intervallo, non aliam aut ſpecie aut magnitudine Hyperbolam deſcribet, ſed majorem ſolummodo illius partem.

Attamen fatendum eſt non paucas Hyperbolæ proprietates ex alio quodam generandi modo melius innoteſcere: Eum itaque, antequam ad hujus figuræ nomina & proprietates deveniam, declarare non pigebit.

Sint *LL* & *MM*. Lineæ rectæ infinitæ, in angulo quovis ſe interſcantes ad punctum *C*: A puncto quovis, ut *D*, vel *e*, ducantur primis lineis parallelæ *Dc*, *Dd* vel *ec*, *ed*; quæ cum lineis primo ductis conſtituant parallelogrammum, ut *Dc Cd*; vel *ec Cd*: Concipe bina parallelogrammi latera ut *Dc*, *Dd* vel *ec*, *ed* ita hac illac moveri ut paralleliſmum eundem ſemper ſervent


r
Q
s
M
6
5
4
3
2
VI
V
IV
III
II
I
H
h
e
D
e
c
d
c
d
γ
C
β
c
d
R
n
ω
h
i
I
a
b
g
L
Y

vent, &ut areæ æqualitatem pariter ſervent; hoc eſt, eſto *Dc* vel *ec* ſemper parallela *MM*; & *Dd* vel *ed* ſemper parallela *LL*: & area cujuſque parallelogrammi ſibi ſemper ſit æqualis, Ut eadem ratione latus unum augeatur qua diminuitur alterum: Hoc pacto punctum *D* vel *e* Curvam lineam, intra angulum a lineis primis comprehenſum, deſcribet; quæ eadem plane eſt *Hyperbola* quam prius & per Coni Sectionem, & per delineationem Carteſianam deſcripſi. Et pariter, In angulo ad Verticem oppoſito ſimilis & æqualis Hyperbola deſcribetur; modo parallelogrammum *CcKd* prioribus æquale eodem cum prioribus modo moveri ſupponatur. Quæ ſane *Hyperbolæ* ſimul *Sectiones Oppoſitæ* vel *Hyperbolæ Oppoſitæ* nuncupantur.

In utravis figurâ *DK* eſt *Axis Tranſverſus*, vel *Diameter Tranſverſa* Hyperbolæ, vel Sectionum Oppoſitarum: Punctum *C* centrum: Puncta *H* & *I* foci. In figura autem ſecunda Lineæ omnes per centrum *C* tranſeuntes, ut *ih*, ſunt *Diametri*. Si autem in angulis ſequentibus *LCM MCL* etiam Hyperbolæ deſcribantur, Sectiones iſtæ *Sectiones Sequentes* dicentur: & ſi diſtantia Verticis primarii iſtarum Hyperbolarum a communi omnium centro *C*, ut *Cϐ* vel *Cγ*, ſit æqualis ſemitangenti *Kν* vel *Kω* in vertice harum primario, *Sectiones* vel *Hyperbolæ Conjugatæ* dicentur: & omnes ſimul figuræ *Syſtema Hyperbolicum* audient: *ih* eſt *Ordinata* ad Axem, per focum, Lateri Recto principali, vel Axis Parametro æqualis: Diameter Indeterminata, ſive Sectionum ſequentium, quæ ordinatis diametri cujuſvis determinatæ, ſive Sectionum priorum eſt parallela, ejuſdem dicitur *diameter conjugata*: & ordinatas ſuas priori diametro parallelas habet.

Palmariæ Hyperbolæ & Sectionum Oppoſitarum Proprietates ſunt hæ,

(1.) Diameter quævis vel linea recta per centrum tranſiens omnes ordinatas ſuas ſibi invicem parallelas, & ad peripheriam Hyperbolicam utrinque terminatas bifariam dividit. (2.) Axis

(2.) Axis Ordinatæ ſunt axi perpendiculares; Sed Diametrorum reliquarum Ordinatæ ſunt ad diametros ſuas obliquæ; & in diverſis ſpeciebus eo magis, paribus ab axe diſtantiis, obliquæ, quo ratio angulorum ſequentium eſt ad Hyperbolarum angulos major; & in eadem Hyperbola eo magis obliquæ quo diametri ſunt ab axe remotiores.

(3.) Si ſint Lineæ quævis ut *Hb* & *Qs ſemiordinata* ad diametrum quamvis *KD*, Quadratum ſemiordinatæ *Hb*, eſt ad quadratum ſemiordinatæ *Qs* ut rectangulum *KH DH*, ad rectangulum *KQ DQ*: Atque ita Quadratum *bn*, ad Quadratum *aK*, ut rectangulum *ib hb*, ad rectangulum *ia ha*: & ſic ubique.

(4.) *Latus rectum* vel *Parameter diametri* cujuſque eſt poſt diametrum iſtam & eidem conjugatam (vel tangentem ſuam ipſi æqualem) Tertia geometrice proportionalis: Hoc eſt Parameter vel Latus rectum diametri cujuſque ut *DK* eſt *Y*, ſi ſit ut *DK* Diameter ad ſibi conjugatam $\zeta\gamma$, vel ei æqualem $\omega\nu$, ita conjugata iſta $\zeta\gamma$ vel $\omega\nu$ ad tertiam *Y*. Et Latus Rectum principale eſt ordinatæ ad axem per focum æquale, & eſt minimæ foci a vertice diſtantiæ pluſquam quadrupla.

(5.) Quadratum Semiordinatæ cujuſvis ut *Qr* majus eſt rectangulo ex abſciſſa *DQ* in latus rectum diametri ſuæ, ut Y: Et pariter Quadratum ſemiordinatæ *bn* majus eſt rectangulo abſciſſæ *ib* in latus rectum diametri *hi*. A quo exceſſu ſive ὑπερβολῆς oritur hujus ſectionis nomen.

(6.) Si a quovis hyperbolæ puncto ut *B*, in figura priori, ducantur ad focum utrumque lineæ rectæ, ut *BH BI*, harum rectarum differentia æquabitur axi *DK*; uti ex delineatione facile conſtare poterit.

(7.) Si angulus *HBI* a lineis ad focos ductus comprehenſus bifariam dividatur a linea recta *EB* iſta linea recta erit Hyperbolæ tangens in puncto *B*.

(8.) Lineæ rectæ hyperbolas includentes *LL* & *MM* ſunt hyperbolarum Aſymptoti, ſive tales ad quas u-

trinque magis magiſque accedit Curva, ſed eas nunquam poſſit attingere, vel nunquam cum iiſdem coincidere.

(9) Variæ ſunt Hyperbolarum ſpecies pro varia anguli aſymptotis comprehenſi *LCM* magnitudine: Manente vero iſto angulo ſpecies hyperbolarum manebit, ſed pro magnitudine parallelogrammi deſcribentis variæ hyperbolæ magnitudine diverſæ orientur: Si vero angulus ab aſymptotis comprehenſus ſit rectus, Hyperbola dicetur æquilatera, vel rectangula, & Latera recta omnium diametrorum erunt diametris ſuis (ut fit in circulo) ubique æqualia: & hyperbolarum eodem axe deſcriptarum, in variis aſymptotorum angulis, lineæ rectæ axi perpendiculares erunt in proportione data ab omnibus reſectæ, & ſpatia pariter a rectis ſeu ordinatis, axe producto, & curvis incluſa in eadem ratione data.

(10.) Si diſtantiæ ab hyperbolæ centro in aſymptoto accipiantur in ratione geometrica; ita ut CI CII CIII CIV CV CVI ſint continue proportionales geometrice; & ab iſtis punctis ducantur alteri aſymptoto parallelæ lineæ I 1 II 2 III 3 IV 4 V 5 VI 6: erunt ſpatia I 2 II 3 III 4 IV 5 V 6 inter ſe æqualia. Atque adeo ſi Aſymptotos iſta *CM* ſecundum rationem numerorum omnium, naturali ſerie ſe invicem ſuperantium diviſa ſupponatur, erunt ſpatia iſta numerorum omnium Logarithmis proportionalia.

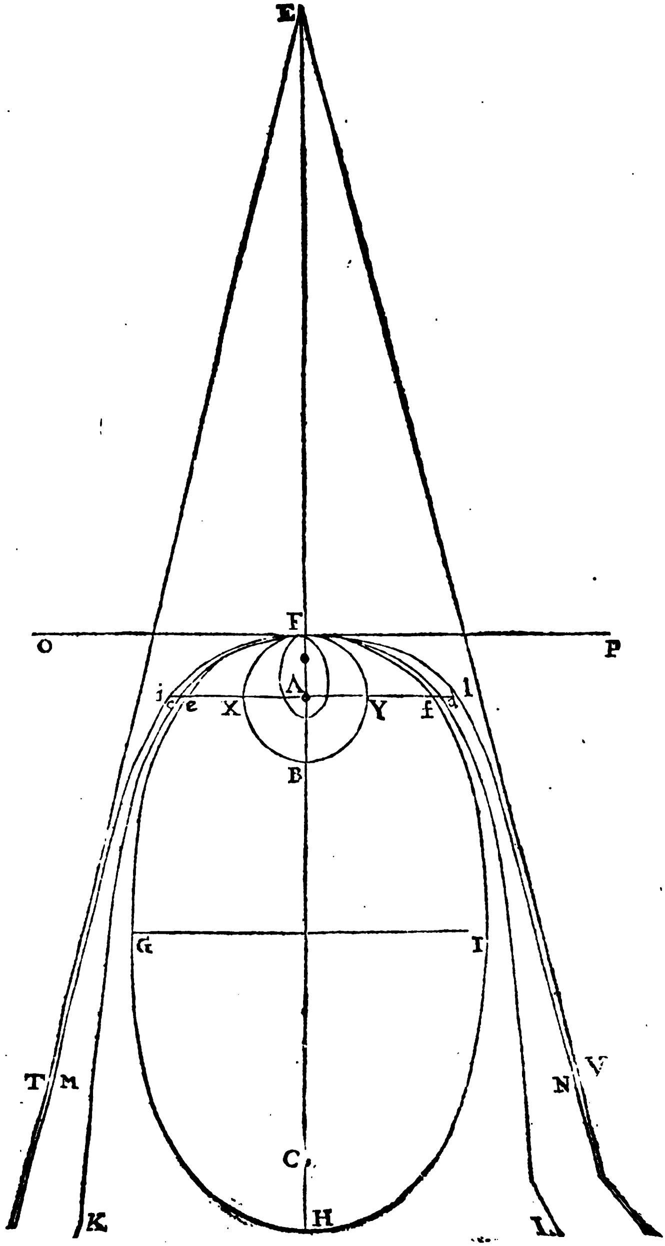
Feb. 14. $170\frac{3}{4}$.

III.

EXpoſitis jam ſigillatim lineis curvis quas Sectiones Conicas vocamus, Videamus paulo quid ex mutuâ omnium comparatione elucebit, & quænam ſit inter ſingulas cognatio, qualis differentia & habitudo mutua, paucis conſideremus.

Sit ergo *A* punctum, circuli *FXBY centrum*, &

Focus


E
F
O
P
Λ
i
l
c
e
X
Y
f
d
B
G
I
T
M
N
V
C
K
H
L

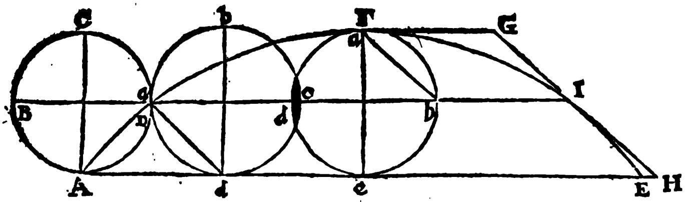
Focus communis omnium ſectionum: [Et eſt quidem Focus cujuſque ſectionis quaſi centrum quoddam; & axi ordinatim applicata per Focum tranſiens, ſive Latus Rectum cum circuli diametro per ejus centrum tranſeunte in pleriſque magis congruit quam axis ipſe ſectionis:] Sit Punctum *F Vertex principalis* omnium ſectionum: Sitque *FXBY* Circulus, cujus figuræ, utpote Ellipſium extremæ centrum cum focis coaleſcit: erit *XY* Latus rectum, ſi ita loqui liceat, circuli, per communem focum vel centrum tranſiens, & reliquis diametris æquale: Sit *FGHI* Ellipſis minus curva ad verticem *F* quam circulus, cujus focus remotior eſt *C*: Diameter Principalis ſive Axis major *FH:* Axis minor *GI:* Latus rectum principale *ef*; nimirum diſtantiæ verticis *F* ab iſto foco *AF* pluſquam duplum, nec tamen quadruplum: Notandum autem aliam etiam Ellipſin circulo in *F* magis curvam oriri poſſe; ſed circa punctum *A* tanquam focorum remotiorem deſcriptam. Poſt Ellipſin autem majorem Ellipſeωs, centro in infinitum abeunte, oritur ſectio conica *LdFcK*, quam *Parabolam* dicimus; quæ eſt ſane Ellipſeωs infinite longæ dimidium; cujus axis eſt infinitus *FH*, & Latus Rectum Principale *cd* eſt diſtantiæ verticis a foco *AF* quadruplum. Hujus Parabolæ curvatura in vertice *F* eſt adhuc minor quam ea Ellipſeωs. Sequitur demum Hyperbola *MiFlN* Cujus parameter, ſive Latus rectum principale *il*, diſtantiæ verticis a foco *AF* pluſquam quadruplum: Cujus curvatura in vertice *F* eſt adhuc minor quam eſt ea Parabolæ: & quæ aucto in infinitum angulo *TEV* ab aſymptotis comprehenſo, & aſymptotis in unam rectam *OP* deſinentibus, in infinitum minuetur, donec ipſa hyperbola cum aſymptotis ſuis in lineam Rectam axi perpendicularem tandem abeat. Unde notandum (1) Sectiones Conicas eſſe per ſe curvarum linearum regularium & congenerum ſyſtema, & Unam in alteram, ubi in infinitum augetur vel minuitur, perpetuo mutari. Ita circulus diminuta vel aucta tantil-

lum

lum curvatura, in Ellipſin abit; Ellipſis autem centro ejus in infinitum abeunte, & curvatura eo pacto diminuta vertitur in Parabolam: Cujus curvatura ſi tantillum mutetur, exurget Hyperbolarum prima, quarum ſpecies cum ſint innumeræ per curvaturam gradatim diminutam emergent omnes, donec evaneſcente curvatura hyperbola ultima in rectam lineam axi perpendicularem deſinat. Unde patet omnem regularem & circulo congenerem curvaturam a circulo ipſo, figurâ omnium maxime æquabili, uſque ad lineam rectam, eſſe curvaturam conicam, ſive Sectionem Conicam, & vario nomine pro diverſis curvaturæ gradibus inſigniri. Notandum (2.) Latus Rectum Circuli eſſe diſtantiæ a vertice duplum, Latera Recta Ellipſium omnes inter duplam & quadruplam rationes obtinere, pro variis earundem ſpeciebus: Latus Rectum Parabolæ cujuſque eſſe diſtantiæ iſtius exacte quadruplum. Latera tandem Recta Hyperbolarum omnes ultra quadruplam rationes obtinere; pro variis nempe earundem ſpeciebus. Notandum (3.) Diametros omnes ſe interſecare in Circulò & Ellipſi in figuræ Centro intra Sectionem; at eo longius a vertice in Ellipſi quo illa a circulo in diverſum longius abit: In Parabola Diametros omnes eſſe inter ſe & axi parallelas: In Hyperbola autem Diametros omnes ſe interſecare extra Sectionem, in communi centro Sectionum oppoſitarum. Notandum (4.) Eam eſſe in omnibus hiſce figuris curvaturæ focum reſpicientis rationem, ut pro diſtantiâ a foco aucta vel diminuta, curvatura etiam in eadem ratione augeatur vel diminuatur. Quanquam enim propter obliquitatem tangentium curvatura plerumque in minori a foco diſtantia videatur major, & in majore minor, tamen Curvatura vera per ſubtenſæ anguli contactus a diſtantiæ ratione differentiam definienda, eſt e contra in majori diſtantia major, & in minore minor, & in ipſa diſtantiæ auctæ vel diminutæ ratione major minorve; uti prius

annotavimus, & ut in ſequentibus plenius patebit. Atque hæc de Sectionibus Conicis.

Cum autem & lineæ Cycloidis dictæ uſus aliqualis futurus ſit, ejus deſcriptionem paucis etiam dabimus. Si ſuper recta linea *AE* provolvi concipiatur Rota ſive circulus *ABCD*. donec punctum ejus *A*, in quo dictam lineam tangit, eidem rurſus poſt revolutionem integram occurrat in *E*, Emetietur Circulus Genitor *ABCD* lineam *AE* peripheriæ ſuæ æqualem, punctum *A* vero motu ſuo compoſito deſcribet lineam Curvam *AFE*, quæ Trochoïdes ſive Cyclois appellatur: Cujus lineæ longitudo eſt diametri circuli genitoris quadrupla, & ſpatium Cycloidale, quod curva hæc & recta ſubtenſa *AE* comprehendunt, eſt areæ circuli genitoris triplum.



Cujus pars quævis a vertice æſtimata, ut *FI*, eſt chordæ circuli *Fb* ubique dupla, cujus quoque tangens quævis ut *GIH* eſt eidem chordæ *Fb* ubique parallela.

Expoſitis jam Sectionum Conicarum, quin & Cycloidis natura, Generatione, & primariis affectionibus; Motuum Leges veras, tum vulgo notas, tum a Cl. Newtono primitus repertas trademus. Et in inventis Newtonianis ſive hic loci ſive deinceps proponendis, ipſiſſima viri maximi verba, ubi viſa ſunt per ſe clara ſatis & perſpicua, uſurpabimus; ita tamen ubique ut quæ obſcuriora videntur & difficiliora facilius explicare & demonſtrare, atque omnibus palam facile conemur.

DEFI-

DEFINITIONES.

(1.) CORPUS ſive Materia eſt ſubſtantia extenſa, ſolida, vel impenetrabilis, per ſe quidem ad motum vel quietem indifferens, iners, & paſſiva; Motus verò qualiſcunque, & figurarum formarumque omnium capax. Materiam ſubſtantiam *extenſam* dico, quod partem aliqualem ſpatii extenſi occupat: *ſolidam* vel *impenetrabilem* dico, non quod a ſpatio, vel forte a ſubſtantiis aliis incorporeis penetrari nequeat; ſed quod omni alii materiæ ſit impenetrabilis; & ideo rei *ſolidæ* nomen vel maxime mereatur: Materiam *ad motum vel quietem per ſe indifferentem* dico; non quod motum æque ac quietem rem plane negativam vel privativam exiſtimem, ſed quod corporis moti æque ac quieſcentis notio ſit pariter facilis atque familiaris: Materiam *per ſe inertem* dico atque *paſſivam*, quod nihil actionis vel *ἐνεργείας* vel *αὐτοκινήσεως*, aut in ejus natura aut affectibus unquam percipimus; quin e contra ex omnibus motuum phænomenis meram ejus inertiam ubique colligimus: *Motus vero qualiſcunque & figurarum formarumque omnium capacem* dico, quod quotidiana mundi phænomena, & experimenta infinita talem ejus indolem & naturam demonſtrant. Tempus, Spatium, Locum, & Motum, tanquam res omnibus notiſſimas vix opus eſt ut *definiamus*: Ad tollenda tamen præjudicia quædam, convenit cum Cl. Newtono quantitates haſce in *Abſolutas* & *Relativas*, *Veras* & *Apparentes*, *Mathematicas* & *Vulgares* diſtinguere, & ita quodammodo *deſcribere*; quod ordinis & methodi gratiâ ſequentibus definitionibus fiet.

(2.) Tempus Abſolutum, Verum, & Mathematicum eſt *Æterna & Æquabilis Duratio*, ex partibus ordine immutabili ſibi ſuccedentibus compoſita.

In ſe enim, & natura ſua æquabiliter fluit, abſque relatione ad externum quodvis. Nec enim pendet tempus

pus abſolutum a motu rerum, nedum a quiete; nec quidem ab earum exiſtentia: Sive enim res quævis exiſtat, ſive non exiſtat; ſive res exiſtens moveatur ſive non moveatur, perinde eſt in hoc caſu. Fluit Tempus æquabiliter, utcunque res quævis aliæ ſe habent.

(3.) Tempus Relativum, Apparens, & Vulgare eſt *Senſibilis* & externa quævis Durationis, ſive per motum ſive per methodos alias *Menſura*; ſive accurata ſit illa menſura, ſive inæquabilis; quâ vulgus vice veri Temporis utitur; Ut Hora, Dies, Menſis, Annus. Mundi vel Syſtematis cujuſvis a principio ad finem perſeverantia, &c.

Tempus Abſolutum a Relativo diſtinguitur in Aſtronomiâ per æquationem temporis vulgi. Inæquales enim ſunt dies naturales, qui vulgo tanquam æquales pro menſura temporis habentur. Hanc inæqualitatem corrigunt Aſtronomi, ut ex veriori tempore menſurent motus cœleſtes. Poſſibile eſt ut nullus ſit motus æquabilis quo tempus accurate menſuretur; Accelerari & Retardari poſſunt motus omnes; ſed fluxus temporis abſoluti mutari nequit. Eadem certe eſt duratio vel perſeverantia exiſtentiæ rerum, ſive motus ſint celeres, ſive tardi, ſive nulli. Proinde hæc a menſuris ſuis ſenſibilibus merito diſtinguitur, & ex iiſdem colligitur per æquationem Aſtronomicam. In hoc enim incubuere Aſtronomi, ut ex inæqualibus corporum cœleſtium motibus, motum circa aliquod centrum æquabilem reperiant; unde etiam durationem æquabiliter fluentem facilius & accuratius menſurent.

(4.) Spatium Abſolutum, Verum, & Mathematicum eſt penetrabilis, indiſcerpibilis, immobilis, ſibi ubique ſimilis, æterna, & infinita Extenſio.

Nunquid hujuſmodi Extenſum a Corpore diverſum reverà exiſtat necne alia eſt quæſtio: Hoc ſaltem ab omnibus ſanis concedendum, hanc eſſe communem Spatii apud omnes notionem, atque adeo eſſe inter definitiones reponendum. Sicut enim Geometræ Circulum,

Tri-

Triangulum, Quadratum, *&c.* primo in limine definiunt; an autem extent vel exſtare poſſint hujuſmodi figuræ parum laborant; Ita Spatii aliqualis deſcriptio erat præmittenda, ne de verbis lis aliqua poſtmodum oriretur: Ut ita deinde nunquid hujuſmodi ſpatium a materia diſtinctum revera exiſtat commodius diſputetur.

(5.) Spatium Relativum (quod & *Locus*, ut opinor, non raro dicitur) eſt ſpatii Abſoluti Menſura, ſeu dimenſio quælibet mobilis, quæ a ſenſibus noſtris per ſitum ſuum ad corpora definitur, & a vulgo pro ſpatio immobili uſurpatur.

Ut dimenſio ſpatii ſubterranei, aerei, vel cœleſtis, per ſitum ſuum ad Terram definita. Idem ſunt ſpatium Abſolutum & Relativum ſpecie & magnitudine, ſed non permanent Idem ſemper numero: hoc eſt, Si cubiculi cujuſvis ſpatium contentum ſeu cavitatem deſignamus, quocunque moveatur cubiculum Cavitas ſeu ſpatium intra ejus parietes incluſum ejuſdem ſemper erit naturæ, propter ſpatii naturam ſibi ubique ſimilarem; & ejuſdem magnitudinis, propter datam continentis magnitudinem. Non vero idem ſemper manet ſpatium numero; Ex motu enim cubiculi mutabitur illud perpetuo. Eodem modo, Si terra motu annuo circa Solem revolvat, Spatium aeris noſtri, quod relative & reſpectu terræ idem ſemper manet, hoc eſt, ejuſdem eſt naturæ & quantitatis, nunc erit una pars ſpatii abſoluti, in quam aer tranſit, nunc alia; & ſic abſolute & reipſa mutabitur perpetuo. Ut vero partium temporis Ordo eſt immutabilis, ſic etiam eſt Ordo partium ſpatii: Moveantur hæc de locis ſuis, & movebuntur, ut ita dicamus, de ſe ipſis. Nam Tempora & Spatia ſunt ſui ipſorum, & rerum omnium quaſi Loca: In tempore quoad ordinem ſucceſſionis, in ſpatio quoad ordinem ſitûs locantur univerſa: De illorum eſſentia eſt ut ſint Loca; & Loca primaria moveri abſurdum eſt. Hæc ſunt itaque abſoluta Loca, & ſolæ tranſlationes de his locis ſunt abſoluti Motus. Verùm, quoniam hæ partes,

tes ſpatii videri nequeant, & ab invicem per ſenſus noſtros diſtingui, earum vice adhibemus menſuras ſenſibiles; ex poſitionibus enim & diſtantiis rerum a corpore aliquo, quod ut immobile ſpectamus, definimus loca univerſa. Deinde etiam & omnes motus æſtimamus cum reſpectu ad prædicta loca, quatenus corpora ab iiſdem transferri concipimus. Sic vice locorum & motuum abſolutorum relativis utimur: nec incommode in rebus humanis. In rebus autem Philoſophicis abſtrahendum eſt a ſenſibus. Fieri enim poteſt ut nullum reverà quieſcat corpus, ad quod loca motuſque hoc modo referantur.

(6.) Locus Abſolutus eſt pars Spatii abſoluti quam corpus occupat.

(7.) Locus Relativus eſt pars Spatii relativi quam corpus occupat. Dicimus Locum eſſe *Partem ſpatii*, non *Situm corporis*, vel Superficiem ambientem, uti nonnulli eum definierunt. Nam ſolidorum æqualium æqualia ſemper ſunt Loca; & eadem materiæ quantitas eandem ſemper Spatii quantitatem poſſidet; qualiſcunque ſit figuræ vel denſitatis. Ut ex. gr. ſphæræ & cubi ejuſdem magnitudinis abſolutæ æqualia erunt loca, quæ adimplent & adæquant, licet ſuperficies ambientes ob figurarum & proinde ſuperficierum diſſimilitudinem ſint inæquales; atque ita in omnibus. Motus etiam Totius idem eſt cum ſumma motuum omnium Partium; hoc eſt tranſlatio Totius de loco ſuo eadem eſt cum ſumma vel aggregato tranſlationum Partium omnium de locis ſuis; adeoque locus Totius idem cum ſumma locorum Partium; & propterea internus & in corpore toto. Situs verò proprie loquendo quantitatem non habent, nec majores & minores dicuntur, neque tam ſunt loca quam affectiones locorum.

(8.) Motus Abſolutus eſt Tranſlatio corporis vel ſubſtantiæ cujuſque de loco abſoluto, vel ſpatio immobili, in locum abſolutum, vel ſpatium aliud immobile.

(9.) Motus Relativus eſt Tranſlatio Corporis de loco relativo, vel ſpatio mobili, in locum relativum vel ſpa-

ſpatium aliud mobile: Sive Tranſlatio corporis de vicinia corporum ambientium in viciniam aliorum; ſive demum Tranſlatio corporis de ſitu inter alia corpora proprio in alium ſitum.

Sic in navi quæ velis paſſis fertur Relativus corporis Locus eſt navis regio illa in qua corpus verſatur; ſeu cavitatis totius pars illa quam corpus adimplet, quæque adeo movetur una cum navi: Et Quies Relativa eſt permanſio corporis in eadem illa navis regione, vel parte cavitatis. At Quies Vera eſt perpanſio corporis in eadem parte ſpatii illius immoti in qua navis ipſa, una cum cavitate ſua, & contentis univerſis movetur. Unde ſi terra vere quieſceret, corpus quod relative quieſcat in navi, moveretur verè & abſolutè ea cum velocitate qua navis movebatur in terra.

Sin Terra quoque moveatur, Orietur verus & abſolutus corporis motus partim ex terræ motu vero in ſpatio immoto; partim ex relativis motibus, tum navis in terrâ, tum corporis in navi; Et ex his motibus relativis orietur corporis motus relativus in terrâ. Ut ſi terræ pars illa ubi navis verſatur moveatur verè in Orientem cum velocitate partium 10010; & velis ventoque feratur navis in Occidentem cum velocitate partium 10; Nauta autem ambulet in navi Orientem verſus cum velocitatis parte una: Movebitur Nauta vere & abſolute in ſpatio immoto cum partibus velocitatis 10001 in Orientem, & relative in terra Occidentem verſus cum velocitatis partibus novem.

Feb. 28. 170$\frac{3}{4}$.

IV.

DEfinitiones nonnullas Philoſophiæ Newtonianæ præmittendas nuperrime propoſuimus. Nunc autem Scholium Generale definitionum ultimam & penultimam ſpectans ſupperaddemus.

Scholium Generale. Diſtinguuntur Quies & Motus Abſoluti & Relativi ab invicem per eorum proprietates,

tates, cauſas, & effectus. Quietis Abſolutæ proprietas eſt quod corpora verè quieſcentia quieſcunt inter ſe: Ideoque cum poſſibile ſit, ut corpus aliquod in regionibus fixarum aut longe ultra quieſcat abſolute, ſciri autem non poſſit ex ſitu corporum ad invicem in regionibus noſtris utrum horum aliquod ad longinquum illud corpus datam poſitionem ſervet, quies vera ex horum ſitu inter ſe definiri nequit. Motûs abſoluti Proprietas eſt quod partes quæ datas ſervant poſitiones ad tota participant motus eorundem totorum: Nam gyrantium partes omnes conantur recedere de axe motûs, & progredientium impetus oritur ex conjuncto impetu partium ſingularum: Igitur motis corporibus ambientibus moventur quæ in ambientibus relative quieſcunt. Et propterea motus verus & abſolutus definiri nequit per tranſlationem e vicinia ambientium corporum, quæ tanquam quieſcentia ſpectantur: Debent corpora illa ambientia non ſolum tanquam quieſcentia ſpectari, ſed etiam vere quieſcere: Alioquin Incluſa omnia præter tranſlationem e vicinia ambientium participabunt etiam ambientium motus veros, & ſublata illa tranſlatione non vere quieſcent, ſed tanquam quieſcentia ſolummodo ſpectabuntur. Sunt enim ambientia ad incluſa, ut totius pars exterior ad partem inferiorem, vel ut cortex ad nucleum: moto autem cortice nucleus etiam abſque tranſlatione de vicinia corticis, ceu pars totius unà movetur. Præcedenti proprietati affinis eſt quod moto loco relativo moveatur unà locatum; adeoque corpus quod de loco moto movetur participat loci ſui motum. Sic ſi quis in navi dum velis paſſis fertur huc illuc obambulet, motus reſpectu terræ vel litorum major eſt vel minor prout in eandem partem cum navi vel in partem contrariam tendit: Si vero conſiſtat in certa navis parte, participat motum navis, & eadem cum eâ celeritate progreditur: Si in eandem atque navis partem tendat, quoad terram celerius quam navis ipſa movebitur; ſi in contrariam, tardius: Et ita de motu in ipſa terra, ſi terra moveatur,

tur, ratiocinari oportet. Igitur motus omnes qui de locis motis fiunt ſunt partes ſolummodo motuum integrorum & abſolutorum; & motus omnis integer componitur ex motu corporis de loco ſuo primo, & motu loci hujus de loco ſuo, & ſic deinceps uſquedum perveniatur ad locum immotum; ut in exemplis ſupra memoratis patet. Unde motus integri & abſoluti non niſi per loca immota definiri poſſunt: Et propterea motus hoſce abſolutos ad loca immota, relativos verò ad loca mobilia infra referemus. Loca autem immota non ſunt niſi quæ omnes ab infinito in infinitum datas ſervant poſitiones ad invicem, atque adeo ſemper manent immota, ſpatiumque conſtituunt quod immobile appellamus.

Cauſæ quibus motus veri & relativi diſtinguuntur ab invicem ſunt vires in corpora impreſſæ ad motum generandum. Motus verus nec generatur nec mutatur niſi per vires in ipſum corpus motum impreſſas. Cum enim Materiæ pars quævis ſit iners & merè paſſiva, ſine vi, aliunde impreſsâ moveri nequit, nec deturbari e ſtatu ſuo poteſt ſine vi aliqua quæ ſtatum mutet. At motus relativi, quales ſolum agnoſcit Carteſius, generari & mutari poſſunt abſque viribus in corpora ipſa impreſſis. Sufficit enim ut imprimantur in alia ſolum corpora ad quæ fit relatio, ut iis cedentibus mutetur relatio illa in qua horum quies vel motus relativus conſiſtit. Sic quidem ad motum fixarum ſtellarum relativum ſufficit, ſecundum Carteſium, terram ſolum circumrotari; & ad terræ quietem ſufficit quod in Vortice Solari delata eaſdem materiæ ſubtilis partes ambientes habeat, licet unà cum illis quotannis eclipticam perluſtret, & circa Solem abſolute moveatur. Rurſus, Motus verus a viribus in corpus motum impreſſis ſemper mutatur: at motus relativus ab his viribus non mutatur neceſſario. Nam ſi eædem vires in alia etiam corpora, ad quæ fit relatio, ſic imprimantur, ut ſitus relativus conſervetur, conſervabitur etiam relatio, in qua motus relativus iſte conſiſtit. Ut ſi ſyſtema corporum modo quocunque inter ſe moveatur,

&

& vis æqualis in æquales ſyſtematis partes ſecundum lineas parallelas agat, licet vis iſta motum verum cujuſque partis reapſe mutet, relativum tamen non mutabit: æqualiter enim & per lineas parallelas agendo ſitus & motus partium relativi inter ſe iiſdem manebunt qui prius. Mutari igitur poteſt motus omnis relativus, ubi verus conſervatur; motuum ſcilicet corporum aliorum mutatione; & conſervari, ubi verus mutatur; ut in exemplo nuperrime allato videre eſt: & propterea motus verus in ejuſmodi relationibus minime conſiſtit.

Effectus quibus motus abſoluti & relativi diſtinguuntur ab invicem ſunt vires recedendi ab axe motus circularis. Nam in motu circulari nude relativo hæ vires nullæ ſunt: In vero autem & abſoluto majores ſunt vel minores pro quantitate motûs. Si pendeat ſitula a filo prælongo, agaturque perpetuo in orbem, ita ut vaſis fundum ſemper horizonti parallelum maneat, & axis motus ſit eidem perpendicularis, donec filum vel funis a contorſione admodum rigeſcat; Dein impleatur aqua, & una cum aqua quieſcat; Tum vi aliqua ſubitanea agatur motu contrario in orbem, uti prius; & filo ſe relaxante diutius perſeveret in hoc motu; Superficies aquæ ſub initio plana erit, & horizonti parallela, quemadmodum ante motum vaſis: At poſtquam vi in aquam paulatim impreſſa effecit vas ut aqua ſetiam ſenſibiliter, ad inſtar vorticis, revolvi incipiat, recedet ipſa paulatim e medio, aſcendetque ad latera vaſis figuram concavam induens, ut experientia monſtrabit; & incitatiore ſemper motu aſcendet magis & magis, donec revolutiones æqualibus cum vaſe temporibus peragendo quieſcat in eodem relative. Indicat hic aſcenſus conatum recedendi ab axe motus. Licet enim receſſio ab axe motus ſit per ſe axi perpendicularis, cum tamen vas ibidem vim cohibeat, imprimetur in particulas proximas, & ubi datur locus evadet ſenſibilis: Et quoniam motus vere circularis major erit in particulis aquæ a centro remotiſſimis, utpote iis primo & potiſſimum a vaſe communicatus; propter

ter majores circulos celeritatemque majorem verſus circumferentiam, partes remotiores a centro recedent magis: Ideoque Oritur iſte aquæ aſcenſus ex motu vero circulari, & per conatum hunc recedendi a centro innoteſcit & menſuratur. Qui quidem motus verus circularis eſt hic loci motui relativo omninò contrarius. Initio enim, ubi maximus erat motus relativus in vaſe, quod immota penè aqua ſolum gyrabatur, & per conſequens aqua ipſa contenta quoad vas celerrime in partem contrariam movebatur reſpective, ſine vero motu; Tum ſane temporis motus ille relativus nullum excitabat conatum recedendi ab axe: Aqua non petebat circumferentiam aſcendendo ad latera vaſis, ſed plana manebat; & propterea motus illius circularis verus nondum ſenſibiliter inceperat: Poſtea vero ſimul ac aquæ motus relativus decrevit, aſcenſus ejus ad latera vaſis indicabat conatum recedendi ab axe; atque hic conatus monſtrabat motum illius circularem verum, perpetuó creſcentem, ac tandem maximum factum ubi aqua quieſcebat in vaſe relative: Igitur conatus iſte non pendet a tranſlatione aquæ reſpectu vaſis ambientis, (dum illud ſolum reverà movetur, & motus tantum relativus aquæ immotæ exinde affingitur.) Et propterea motus circularis verus per tales tranſlationes definiri nequit. Unicus eſt corporis cujuſque revolventis motus verè circularis, conatui unico tanquam proprio & adæquato effectui reſpondens: motus autem relativi pro variis ad varia corpora relationibus; ſituque, prout hoc vel illud reſpicit, diverſo, innumeri ſunt; & in omnes partes ſimul tendunt; atque relationum ad inſtar effectibus veris omnino deſtituuntur, niſi quatenus de vero illo & unico motu participant. Unde & in ſyſtemate eorum qui cœlos noſtros infra cœlos fixarum in orbem revolvi volunt, & planetas ſecum deferre, Planetæ & ſingulæ cœlorum partes, quæ relative quidem in cœlis ſuis proximis quieſcunt, moventur verè: Mutant enim poſitiones ſuas ad invicem, ob diverſas revolutionum periodos, ſecus quam

ſit in vere quieſcentibus; unaque cum cœlis delati participant eorum motus, & ut partes revolventium totorum ab eorum axibus recedere conantur.

Igitur quantitates relativæ, quas jamjam a veris diſtinximus, non ſunt eæ ipſæ quantitates quarum nomina præ ſe ferunt; uti ſpatium intra cubiculi parietes contentum, ſtellarum motus diurnus, &c. ſed earum menſuræ illæ ſenſibiles (veræ an errantes) quibus vulgus loco menſuratarum & verarum quantitatum utitur. At ſi ex uſu ſunt definiendæ verborum ſignificationes, per nomina illa Temporis, Spatii, Loci, & Motûs, proprie intelligendæ ſunt hæ menſuræ, & ſermo erit inſolens & pure mathematicus, ſi quantitates menſuratæ vel veræ hic ſubintelligantur. Proinde vim inferunt Sacris Literis qui voces haſce de abſolutis quantitatibus menſuratis ibi interpretantur, ut ii qui ex quiete terræ & motu Solis in Scripturis aſſignato de vero mundi ſyſtemate, contra evidentes Philoſophiæ & Aſtronomiæ rationes, diſputare ſolent; ut & ii, ſi qui ideo inſaniant, qui eò quod *tempus non amplius futurum* prædictum fuerit, ideo & ipſam æternam durationem ſeu tempus abſolutum in nihilum abiturum colligunt. Neque minus contaminant Matheſin & Philoſophiam qui quantitates veras cum ipſarum relationibus & vulgaribus menſuris confundunt.

Motus corporum veros cognoſcere & ab apparentibus actu diſcriminare, eſt quidem difficillimum; propterea quod partes ſpatii illius immobilis, in quo corpora vere moventur, non incurrunt in ſenſus. Cauſa tamen non eſt prorſus deſperata: Nam ſuppetunt argumenta, partim ex motibus apparentibus, qui ſunt motuum verorum differentiæ; partim ex viribus, quæ ſunt motuum verorum cauſæ & effectus. Ut ſi globi duo ad datam ab invicem diſtantiam, filo intercedente connexi, revolverentur, circa commune duorum gravitatis centrum; innoteſceret ex tenſione fili conatus globorum recedendi ab axe motûs, & inde quantitas motus circularis computari poſſet. Deinde, ſi vires quælibet æquales in alternas, hoc

hoc eſt, ſibi e diametro oppoſitas, globorum facies ad motum circularem augendum vel minuendum ſimul imprimerentur; hoc eſt, ſi alterum in partem unam, alterum in contrariam ſimul impelleretur, ex aucta vel diminuta fili tenſione augmentum vel decrementum motûs circularis innoteſceret. Et inde tandem inveniri poſſent facies globorum, in quas vires imprimi deberent ut motus maxime augeretur, id eſt, facies poſticæ, ſive quæ in motu circulari ſequuntur. Cognitis autem faciebus quæ ſequuntur, iiſque per conſequens quæ ſunt oppoſitæ & præcedunt, cognoſcetur determinatio motûs. In hunc modum inveniri poſſet & quantitas & determinatio motûs hujus circularis in vacuo quovis immenſo, ubi nihil extaret ſenſibile & externum, quo cum globi conferri poſſent. Si jam conſtituerentur in ſpatio illo corpora aliqua longinqua datam inter ſe poſitionem ſervantia, qualia ſunt ſtellæ fixæ in regionibus noſtris; ſciri quidem non poſſet ex relativa globorum tranſlatione inter corpora utrum his an illis tribuendus eſſet motus, uti nos in Terra per motum quemvis ſtellarum fixarum apparentem determinare non poſſumus, num eæ vel terra ipſa revera moveatur: At ſi attenderetur ad filum, & inventum eſſet tenſionem ejus illam ipſam eſſe quam motus globorum requireret, concludere liceret motum eſſe globorum; & tum demum; ex tranſlatione globorum inter corpora determinationem hujus motus colligere. Cum enim ex tenſione fili conſtaret motum iſtum eſſe vere globorum, & non corporum longinquorum; per iſta corpora ut immota jure jam ſpectata facile determinabitur motus globorum, tum quoad velocitatem, tum quoad directionem. Et hac quidem ratione annuum telluris motum, utpote vi centripetæ in Solem exacte proportionalem, colligimus; & fixarum quietem ex annuo telluris motu facile quoque colligimus. Cognitis itaque telluris motu & fixarum quiete, facile eſt annui motûs velocitatem & directionem ex ſtellis fixis exinde deducere. Quo autem pacto

motus veri ex eorum cauſis, effectibus, & differentiis apparentibus ſunt colligendi; & contra, quo pacto ex motibus ſeu veris ſeu apparentibus eorum cauſæ & effectus colligendi ſunt, fuſius in ſequentibus docebitur.

(10.) Quantitas materiæ eſt menſura ejuſdem orta ex ipſius denſitate & magnitudine conjunctim.

Aer duplo denſior in duplo ſpatio quadruplus eſt. Et ſi vas cubicum aerem contineat, qui deinde in cubum minorem compreſſione reducatur, denſitas in minore cubo, erit ad denſitatem in majore, ut major cubus ad minorem; ſive in ratione laterum cubicorum triplicata reciproce: diſtantiæque particularum aeris ſimilium ſimiliterque poſitarum erit in ipſa laterum cubicorum ratione reciproce. Idem intellige de nive & pulveribus per compreſſionem vel liquefactionem condenſatis; & par eſt ratio corporum omnium quæ per cauſas quaſcunque diverſimodè condenſantur. Medii interea, ſi quod fuerit, interſtitia partium libere pervadentis hic nullam rationem habemus. Hanc autem materiæ quantitatem, ex denſitate & magnitudine conjunctis æſtimandam, ſub nomine *corporis* vel *maſſæ* in ſequentibus paſſim intelligimus. Innoteſcit ea per corporis cujuſque pondus: æqualis enim hujuſce materiæ quantitas, qualis demum cunque ſit, æqualiter ſemper in terram gravitat, ponderique eſt ad amuſſim proportionalis; uti per experimenta pendulorum accuratiſſime inſtituta conſtat: prout in ſequentibus docebitur. Unde ſane, ut hoc obiter annotemus, certum eſt, aut nullum medium æthereum corporum poros permeare, aut ſaltem, ſi quod ſit, cum nullatenus gravitet, nec corporum motui obſtet, illud pari cum corpore vel materia priore cenſu haberi non debere; imo nec propriè loquendo corporis vel materiæ nomen mereri. Sed de his olim plura occurrent explicanda.

(11.) Quantitas motûs eſt menſura ejuſdem orta ex velocitate & quantitate materiæ conjunctim.

Motus totius eſt ſumma motuum in partibus ſingulis; adeóque in corpore duplo majore, æquali cum veloci-

velocitate, duplus eſt; & duplâ cum velocitate quadruplus. Quantitas igitur materiæ eſt rectangulo denſitatis in magnitudinem ductæ æqualis; & Quantitas motûs eſt rectangulo velocitatis in materiæ quantitatem ductæ æqualis. Unde ſanè vires machinarum omnium facillime deducuntur: Nam ubicunque in machinarum æquilibrio corpus majus eſt, ibi corporis iſtius erit tantò minor celeritas; & ubi corpus minus eſt, ibi corporis iſtius tanto major erit celeritas; ita ut quantitas motûs ex corpore in velocitatem ſuam ducto ſit ſemper utrinque æqualis; uti inferius pluribus dicetur.

(12.) Materiæ Vis inſita eſt potentia reſiſtendi qua corpus unumquodque, quantum in ſe eſt, perſeverat in ſtatu ſuo vel quieſcendi vel movendi uniformiter in directum per lineam rectam.

Hæc vis proportionalis eſt ſuo corpori, neque differt quicquam ab inertia maſſæ, niſi in modo concipiendi: per inertiam materiæ fit ut corpus omni de ſtatu ſuo vel quieſcendi, vel in motu ſemel incepto pergendi difficulter deturbetur: Unde etiam hæc vis inſita nomine ſignificantiſſimo *Vis Inertiæ* dici poſſit. Exercet verò Corpus hanc vim ſolummodo in mutatione ſtatûs ſui, per vim aliam in ſe impreſſam facta; eſtque exercitium ejus ſub diverſo reſpectu & Reſiſtentia & Impetus: *Reſiſtentia*, quatenus corpus ad conſervandum ſtatum ſuum reluctatur vi impreſſæ; *Impetus*, quatenus corpus idem vi reſiſtentis obſtaculi difficulter cedendo conatur ſtatum ejus mutare. Reſiſtentia quidem quieſcentibus, & Impetus moventibus propriè loquendo tribuendus videtur; & Impetum quemcunque, ubi corporum alterum quieſcit, ex moti corporis viribus poſitivis, potius quam ex quieſcentis negativis lubentius deduxero.

(13.) Vis impreſſa eſt actio in corpus exercita ad mutandum ejus ſtatum vel quieſcendi vel movendi uniformiter in directum.

Conſiſtit hæc vis in actione ſolâ, neque poſt actionem permanet in corpore: Perſeverat enim corpus in ſtatu

omni novo per ſolam vim inertiæ. Eſt autem Vis impreſſa diverſarum originum; ut ex ictu, ex preſſione, ex vi centripeta.

(14.) Vis centripeta eſt qua corpus verſus punctum aliquod tanquam ad centrum trahitur, impellitur, vel utcunque tendit.

Hujus generis eſt gravitas, quâ corpus tendit ad centrum terræ; vis magnetica, qua ferrum petit centrum magnetis: Attractio vel Tenſio fili ad lapidem in fundo circumactum retinendum. Ejuſdem etiam generis eſt vis illa, quæcunque ſit, quâ Planetæ perpetuo retrahuntur a motibus rectilineis, & in curvis lineis revolvi coguntur. Eſt autem Vis Centripetæ Quantitas trium generum; *Vis Abſoluta*, *Vis Acceleratrix*, & *Vis Motrix*.

(15.) Vis Centripetæ quantitas *Abſoluta* eſt ejuſdem menſura major vel minor pro efficaciâ cauſæ eam propagantis a centro per regiones in circuitu: Uti virtus magnemajor in uno magnete, minor in alio; major in majori, cæteris paribus, minor in minori: attractio ſeu tenſio fili major in gyratione majoris lapidis, minor in gyratione minoris; & major in ejuſdem lapidis gyratione celeriori, minor in tardiori. Et more non abſimili facile fuerit concipere gravitatem corporum in Solem paribus diſtantiis majorem eſſe poſſe quam in Terram aut Planetam quemvis, propter ingentem nimirum corporis ſolaris magnitudinem, uti deinceps explicabitur.

(16.) Vis centripetæ, centrum quodvis reſpicientis, quantitas *Acceleratrix* eſt ipſius menſura in diverſis a centro diſtantiis, velocitati proportionalis, quam dato tempore generat.

Uti virtus ejuſdem magnetis (cujus proinde quantitas abſoluta non mutatur) major in minori diſtantia, minor in majori: Vis gravitans in ſuperficie telluris paulò major circa polos, & paulò minor circa æquatorem; uti inferius patebit: Major quoque in ſuperficie terræ; in majoribus verò a centro diſtantiis multò minor; quemadmodum infra oſtendetur. Vis autem hæc gravita-

vitatis Acceleratrix in æqualibus a centro telluris diſtantiis eſt undique eadem, propterea quod corpora omnia cadentia, gravia an levia, magna an parva, fluida an ſolida, ſublatâ nempe aeris reſiſtentiâ, æqualiter acceleret. Omnia enim corpora in tubis vacuis cadentia eadem ſpatia eodem tempore ubique deſcendunt: quod ipſum quoque ex corporum quorumcunque pendulorum in eodem circulo vel cycloide ſimul oſcillantium motu clariſſimè demonſtratur.

(17.) Vis centripetæ quantitas *Motrix* eſt ipſius menſura proportionalis motui, quem dato tempore generat.

Uti pondus majus in majori corpore, minus in minore; inque corpore eodem majus prope terram, minus in cœlis. Hæc vis eſt corporis totius centripetentia, preſſio, conatus, vel propenſio in centrum; & corporis *Pondus* dicitur. Innoteſcit autem ſemper per vim ipſi contrariam & æqualem quâ deſcenſus corporis impediri poteſt. Vis ergo centripeta *Abſoluta* centralis cujuſque corporis eſt major aut minor, prout corpus centrale eſt majus aut minus, aut ſaltem magis aut minus potens & efficax: Vis *Acceleratrix* eſt ea ipſa vis perpetuo decreſcens creſcente diſtantia, & creſcens decreſcente diſtantia: Vis vero *Motrix*, ſeu ipſum Pondus, oritur ex vi acceleratrice in corpus ducta. Unde, data vi centripeta abſoluta, erit in dato corpore vis motrix, ut vis acceleratrix; & data vi acceleratrice ut Corpus. Haſce autem virium quantitates brevitatis cauſa nominare licet vires *Motrices*, *Acceleratrices*, & *Abſolutas*; & diſtinctionis gratia referre ad corpora, ad corporum loca, & ad centrum virium; nimirum, vim *motricem* ad corpus, tanquam conatum & propenſionem totius in centrum, ex conatibus & propenſionibus omnium partium compoſitum: & vim *acceleratricem* ad locum corporis, tanquam efficaciam quandam de centro per loca ſingula in circuitu diffuſam ad movenda corpora, quæ in ipſis ſunt; & vim *abſolutam* ad centrum vel corpus centrale, tanquam cauſa aliqua præditum, ſine qua vi-

vires motrices non propagantur per regiones in circuitu; ſive cauſa illa ſit corpus illud centrale, (quale eſt Magnes in centro vis Magneticæ, vel Terra in centro vis gravitantis,) ſive alia aliqua quæ non apparet. Mathematicus ſaltem eſt hic conceptus, & nobis impræſentiarum ſufficiens: Nam virium cauſas & ſedes phyſicas jam non expendimus. Eſt igitur Vis acceleratrix ad vim motricem, ut celeritas ad motum: Oritur enim quantitas motûs ex celeritate ducta in quantitatem materiæ; & vis motrix ex vi acceleratrice ducta in quantitatem ejuſdem materiæ; Nam ſumma actionum vis acceleratricis in ſingulas corporis particulas eſt vis motrix totius: Unde juxta ſuperficiem terræ, ubi gravitas acceleratrix, ſeu vis gravitans in corporibus univerſis eadem eſt, gravitas motrix ſeu pondus eſt ut corpus: At ſi in regiones aſcendatur, ubi gravitas acceleratrix fit minor, pondus pariter minuetur, eritque ſemper ut corpus in gravitatem acceleratricem ductum. Sic in regionibus, ubi gravitas acceleratrix duplo minor eſt, pondus corporis duplo vel triplo minoris erit quadruplo vel ſextuplo minus. Porro impulſus & attractiones eodem ſenſu acceleratrices & motrices nominamus. Voces autem attractionis, impulſûs, vel propenſionis cujuſcunque in centrum indifferenter & pro ſe mutuò promiſcuè uſurpamus; Has vires non phyſicè ſed mathematicè tantum conſiderando. Unde Caveat Lector, ne per hujuſmodi voces cogitet nos ſpeciem vel modum actionis, cauſamve aut rationem phyſicam alicubi definire; vel centris, quæ ſunt puncta mathematica, vires verè & phyſicè tribuere; ſi fortè aut centra trahere, aut vires centrorum eſſe dixerimus. Hactenus Definitiones Philoſophiæ Newtonianæ præmittendas exhibuimus: *Axiomata*, ſive *Motuum Leges* in terminum proximum differemus.

Feb. 28. 170$\frac{3}{4}$.

Axio-

V.

Axiomata ſive Motuum Leges.

(1.) CORPUS omne perſeverat in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus a viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare.

Projectilia perſeverant in motibus ſuis niſi quatenus a reſiſtentiâ aeris retardantur, & vi gravitatis impelluntur deorſum: Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt ſe a motibus rectilineis, non ceſſat rotari, niſi quatenus ab aere aut ab inæquabili ſuperficie, cui inſiſtit, retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus ſuos & progreſſivos & circulares in ſpatiis minus reſiſtentibus factos conſervant diutius. Hæc quidem motûs regula, omnium maxime fundamentalis, eſt ſanè ex materiæ inerti & paſſiva natura evidentiſſima. Si quis enim corpus aliquod quieſcens ſine vi aliqua impreſſa moveri, aut corpus motum ſine vi aliqua reſiſtente momento temporis quieſcere ſupponeret, non ſine ſtupore illud & miraculi inſtar natura duce haberet; cum viribus externis ad motum ſive generandum ſive ſiſtendum opus eſſe non poſſit non exiſtimare.

(2.) Omnis motus per ſe eſt rectilinearis, ſive in plagam certam determinatus.

Hoc ex ipſa motûs natura ſequitur; cum motus ſine ejuſdem in plagam aliquam determinatione concipi nequeat. ſi autem ſemel in plagam aliquam directus intelligatur, perſeverabit, ex lege priore, corpus ſecundum eandem rectam moveri, donec vires impreſſæ ab iſta directione deturbent.

Si quando autem per curvam lineam corpus moveatnr, neceſſe eſt ut curvatura iſta ex viribus extraneis perpetuo impreſſis oriatur; atque adeo ſimul ac vires illæ extraneæ ceſſant, corpus per curvam etiam moveri ceſ-

ſabit,

ſabit, & per rectam lineam, curvam in puncto virium ceſſantium ultimò tangentem, ſive ſecundum directionem ſuam ultimam rectilinearem, movebitur. Sic ſane in lapide a funda circumacto res ſe habet. Quamprimum enim lapis a funda liberatur, non pergit in circulo quem prius deſcripſerat, ſed per circuli tangentem abit: &, vi gravitatis cum vi projectili jam compoſita, lineam Parabolicam deſcribit; uti olim demonſtrabitur.

(3.) Omnia corpora in gyros acta conantur a centro motûs ſui recedere; & quò gyratio eſt celerior, eò magis ab iſto centro recedere conantur.

Cum enim Corpora per ſe tendant ad motum rectilinearem, ſive per curvarum, quas deſcribunt, tangentes; & cum omnes tangentium partes a centro motûs longius abſint, quam partes curvarum, ad quas retrahuntur a viribus centripetis, perſpicuum eſt conatum iſtum ſecundum tangentes abeundi corpora ab iſto centro perpetuo retrahere, & eſſe conatui contrario, ſive vi centripetæ ſuſtinenti & æquipollenti ad amuſſim æqualem.

(4.) Mutatio motûs proportionalis eſt vi motrici impreſſæ; & fit ſecundum lineam rectam quâ vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit; ſive ſimul & ſemel, ſive gradatim & ſucceſſive impreſſa fuerit. Et hic motus, quoniam in eandem ſemper plagam cum vi generatrice determinatur, ſi corpus antea moveatur, motui ejus vel conſpiranti additur, & velocitatem auget; vel contrario ſubducitur, & velocitatem minuit; vel obliquo obliquè adjicitur, & cum eo ſecundum utriuſque determinationem componitur: Si itaque cum eo aliquantulum conſpiret, velocitatem aliquantulum adaugebit; ſi ei aliquantulum opponatur, eandem aliquantulum diminuet: ſin ei ad angulos rectos occurrat, velocitatem in linea prima ſpectatam nullatenus aut adaugebit, aut diminuet.

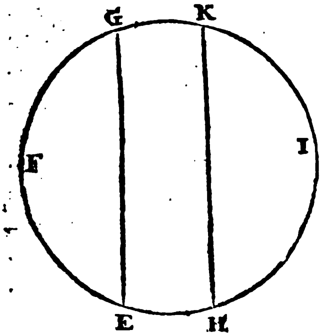
(5.) Acti-

(5.) Actioni contraria ſemper & æqualis eſt reactio: Hoc eſt corporum duorum actiones in ſe mutuo, ſive ſint impulſus, ſive attractiones, ſemper æquales ſunt, & in partes contrarias diriguntur.

Quicquid premit vel trahit alterum, tantundem ab eo premitur vel trahitur. Si quis lapidem digito premat, premitur & hujus digitus æqualiter à lapide. Si equus lapidem funi alligatum trahat, retrahetur etiam & equus æqualiter in lapidem: nam funis utrinque diſtentus eodem relaxandi ſe conatu urgebit equum verſus lapidem, ac lapidem verſus equum; tantumque impediet progreſſum unius, quantum promovet progreſſum alterius. Si corpus aliquod in aliud impingens motum ejus vi ſua quomodocunque mutaverit, idem quoque viciſſim in motu proprio eandem mutationem in partem contrariam, vi alterius, ob æqualitatem nempe preſſionis mutuæ, ſubibit. His actionibus æquales fiunt mutationes non *velocitatum*, ſed *motuum*; ſcilicet in corporibus non aliunde impeditis. Mutationes enim velocitatum in contrarias itidem partes factæ, quia motus æqualiter mutantur, ſunt corporibus reciprocè proportionales. In attractionibus rem ſic breviter oſtendimus. Corporibus duobus quibuſvis *A* & *B* ſe mutuo trahentibus concipe obſtaculum quodvis interponi, quo congreſſus eorum impediatur. Si corpus alterutrum *A* magis trahitur verſus corpus alterum *B*, quam illud alterum *B* in prius *A*, obſtaculum magis urgebitur preſſione corporis *A*, quam preſſione corporis *B*; proindéque non manebit in æquilibrio. Prævalebit preſſio fortior, facietque ſyſtema corporum duorum & obſtaculi moveri in directum in partes verſus *B*, motúque in ſpatiis liberis ſemper accelerato abire in infinitum; quod eſt abſurdum, & legi primæ contrarium. Nam per legem primam debebit ſyſtema perſeverare in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum; proindéque corpora æqualiter urgebunt obſtaculum, & idcirco æqualiter trahentur in invicem. Vel ſi nullum

ad-

adſit obſtaculum res eodem modo ſe habebit; nam motus fortior debiliorem in occurſu vincet, & utrumque corpus in eandem partem, aucta ſemper celeritate, perget. Unde aut nulla in corporum ſyſtemate, ubi lex prima obtinet, quale eſt ſyſtema Solare, datur corporum attractio; quam tamen infra dari ſatis demonſtrabimus; aut eſt mutua ſemper in partes contrarias, & utrinque æqualis. Rem tentavit Cl. Newtonus in Magnete & Ferro. Ubi hæc in vaſculis propriis ſeſe contingentibus ſeorſim poſita in aqua ſtagnante juxta fluitabant, neutrum propellebat alterum, ſed æqualitate attractionis utrinque ſuſtinebant conatus in ſe mutuos, ac tandem in æquilibrio conſtituta quieſcebant. Sic etiam Gravitas inter terram & ejus partes mutua eſt & æqualis. Si Globus terræ *HEFGKI* in partes duas inæquales per lineam *GE* dividatur, Gravitas partis *EGF* in terram reliquam æqualis erit gravitati terræ reliquæ in hanc partem: Id quod hocce Argumento convincitur. Nam concipe terram planis parallelis in partes tres *EGF HKI EGKH* ſecari; quarum *EGF* & *HKI* ſibi mutuò æquales ſint, & parti mediæ *EGKH* incumbant.



Et manifeſtum erit quod pars media *EGKH* pondere proprio in neutram partium extremarum propendet, ſed inter utramque in æquilibrio, ut ita dicamus, ſuſpenditur, & quieſcit. Pars autem extrema *HKI* toto ſuo pondere incumbit in partem mediam, & urget illam in partem alteram extremam *EGF*; ideoque vis qua ſumma partium *HKI* & *EGKH* tendit verſus partem tertiam *EGF*, æqualis eſt ponderi partis *HKI* & *EGKH*, id eſt, ponderi partis tertiæ *EGF*. Igitur ſi terra plano quovis *EG* in partes duas *EGF*

EGI

EGI ſecetur, vis quâ pars major *EGI* tendit in partem minorem *EGF*, æqualis eſt vi quâ pars minor *EGF* tendit in majorem *EGI*; hoc eſt, pondera partium in ſe mutuo ſunt æqualia; & niſi pondera illa æqualia eſſent, terra tota ponderi majori cederet, & ab eo fugiendo abiret in infinitum. Quod, ut prius, eſt abſurdum, & Legi primæ contrarium.

(6.) Si corporum duorum æqualium elaterii expertium, alterum motum alteri quieſcenti occurrat, in occurſu utraque cum dimidia moti corporis velocitate in eandem partem ſimul progredientur.

Corpus enim in motu poſitum in occurſu eouſque de motu ſuo alteri quieſcenti communicabit, donec eâdem cum ipſo celeritate abeat. Dum enim corporis in motu poſiti velocitas major eſt velocitate quieſcentis, impellet ipſum, & ulterius accelerabit; quamprimum autem quieſcens æquali velocitate abeat, ultra impellere non poteſt, ſed unà comitabitur. Cum ergo corporis prioris motus in duo æqualia corpora jam diviſus ſupponatur, neceſſe eſt ut velocitas utrique communis ſit prioris dimidia.

(7.) Si corpora duo æqualia, elaterii expertia, eadem velocitate ſibi mutuò directe occurrant, ambo poſt colliſionem quieſcent.

Quantum enim alterum progreditur, tantum ab altero repellitur; & æquales motûs quantitates in partes oppoſitas tendentes ſeſe mutuò omnino adæquabunt, & ſe invicem tollent: unde cum nulla jam ſit novi motus cauſa, corpora utraque omnino quieſcent. Perit ergo motus in hoc caſu, nec eadem ejuſdem ſemper quantitas in mundo manet; quod voluit Carteſius.

(8.) Si duo corpora inæqualia, elaterii expertia, ſibi mutuò eâ velocitate occurrant, ut quantùm corpus alterum magnitudine ſuperet, tantùm ab altero celeritate vincatur; ſeu ſi velocitates ſint corporibus reciprocæ, utraque poſt occurſum, ut prius, quieſcent.

Cum enim quantitates motus in partes contrarias directi

recti ſint in hoc caſu utrinque æquales, ſe mutuo ut prius omnino deſtruent, & peribit motus, ut in caſu priori.

(9.) Si corpus motum in quieſcens impingat (utraque autem elaterii expertia intelligantur) utcunque ſint mole & materiæ quantitate inæqualia, utraque poſt occurſum communi velocitate in eaſdem partes ferentur; ut in Lege ſexta; & velocitas communis tantùm minuetur, quantum corpora utraque ſimul ſumpta corpore prius moto ſunt majora. Cum enim motus univerſus prioris diſtributus jam in duo intelligatur, velocitas tantùm minuetur, quantùm materiæ movendæ quantitas augetur.

Corollarium. Datis itaque corporibus, dabitur unà & velocitatis moti corporis ante occurſum, ad communem velocitatem motorum poſt occurſum ratio. Nam ut Corpora utraque ſimul, ad Corpus motum, ita Corporis moti velocitas ante occurſum, ad communem duorum velocitatem poſt occurſum.

(10.) Si corpora duo, elaterii expertia, inæqualia, æquali autem velocitate in partes oppoſitas mota, ſibi mutuò occurrant, quantitas motûs poſt occurſum in utroque ſimul erit tantùm motuum priorum differentia. Quantitas enim motûs ex utravis parte minor æquali quantitati motus ex parte altera æquivalebit, eamque ut prius deſtruet: relinquetur itaque poſt occurſum ſola motuum differentia, tanquam unica motuum poſt occurſum cauſa. Atque idem erit caſus ac ſi corpus ubi major erat motûs quantitas cum iſta motuum differentia in alterum quieſcens impingat, & eodem calculo poſt occurſum æſtimanda.

(11.) Si corpora duo, elaterii expertia, æqualia, inæquali velocitate in eaſdem partes moveantur, poſt occurſum manebit eadem motûs quantitas vel ſumma; velocitas autem communis erit dimidia velocitatis prioris utriuſque ſimul ſumptæ.

Exceſſus enim velocitatis in utrumque corpus æqualiter diſtribuetur; & proinde utrumque corpus mediocri velocitate poſt occurſum ſimul abibit.

(12.) Si

(12.) Si duorum corporum, elaterii expertium, inæqualium, majus aſſequatur minus, communis velocitas poſt occurſum major erit dimidia ſumma velocitatum. Contra vero eveniet ſi corpus celerius motum altero ponatur minus: tum enim communis velocitas poſtea erit iſta dimidia ſumma minor.

Nam ſi corpora æqualia eſſent, communis velocitas poſt occurſum, ut jam vidimus, eſſet iſti dimidiæ ſummæ æqualis. Si ergo inæqualia ponantur, neceſſe eſt ut major minorve velocitatis quantitas pro celerioris corporis magnitudine aut parvitate oriatur.

Corollarium. Datis itaque utriuſque corporis velocitate & magnitudine ante occurſum, facile fuerit communem utriuſque velocitatem poſt occurſum calculo ubique indicare. Eſt enim ut Semiſſis Summæ corporum, ad corpus minus, ita Semiſſis Summæ motuum ad velocitatem communem poſt occurſum. Exempli gratia, ſit Corpus inſequens corporis præcedentis & magnitudine & velocitate duplum: erit ergo Semiſſis Summæ corporum corporis minoris ſeſquialtera, & Semiſſis Summæ motuum ad minoris motum ut $2\frac{1}{2}$ ad 1. Unde, per auream regulam, velocitas communis poſt occurſum, erit ad velocitatem minoris ante occurſum, ut $\frac{5}{3}$ vel $1\frac{2}{3}$ ad unitatem. Nam $1\frac{1}{2} : 1 :: 3 : 2 :: 2\frac{1}{2} : \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$. Si corpus inſequens ſit ad corpus præcedens ut 7 ad 3. & ſi velocitas corporis inſequentis ſit ad velocitatem præcedentis ut 13 ad 2. Erit Dimidium ſummæ corporum = 5. Corpus minus = 3. Motuum Summæ Dimidium $48\frac{1}{2}$. Ergo erit communis velocitas poſt occurſum, ad velocitatem minoris antea ut $29\frac{1}{3}$ ad 2. ſive $14\frac{2}{3}$ ad 1. Nam $5 : 3 :: 48\frac{1}{2} : 29\frac{1}{3} :: 14\frac{2}{3} : 1$.

Scholium. Hæ ſunt veræ motuum Leges in corporibus aliquantulum cedentibus, quæ ſe non reſtituunt, ſeu nulla vi Elaſtica donantur; quæ forte perfecte duris, modo non ſint Elaſtica, etiam convenient. *Elaſticorum* autem corporum, quæ eadem vi ſe reſtituunt qua comprimuntur, quæque proinde *perfecte Elaſtica* dici debent, Re-

Regulæ ſeu leges motus ſunt a prioribus plane diverſæ; quas itaque ſeorſim tractare & exponere oportebit. Cum autem corporum horum colliſiones, phænomena & difficiliora & inſigniora exhibeant; & cum Vir ſummus Cl. Hugenius eaſdem tractatu peculiari poſthumo exponere & demonſtrare aggreſſus ſit, neque tamen ſine magnis ambagibus longâque rationum & figurarum pompa, pro antiquorum Geometrarum more, abſolverit, Libet Elaſticorum Corporum Leges motus ſecundum Hugenii ordinem tradere, & ejuſdem propoſitiones ſingulas breviori, &, ni fallor, magis naturali methodo demonſtrare: ita ut vel ipſi Tyrones harum legum certitudinem & originem phyſicam aliquatenus intelligant. Eſto itaque Corporum perfecte Elaſticorum Lex motus prima & generalis.

(13.) Si Corpori perfecte elaſtico quieſcenti aliud æquale corpus occurrat, poſt contactum hoc quidem quieſcet; quieſcenti verò acquiretur eadem quæ fuit in impellente celeritas. Corpus enim impellens motûs ſui ſemiſſem impulſu directo, abſque elaterii conſideratione, quieſcenti ex motûs lege 6ª, communicabit: & pari cum eodem paſſu incedere incipiet; & propter elaterium vi communicatæ par, motus ſemiſſem alium eidem communicabit; unde motus in integrum communicatus erit motui impellentis priori æqualis. Et cum neceſſum ſit ut quantum impingens aut agendo aut reagendo, hoc eſt, aut mero impulſu, aut vi elaſtica in quieſcens transferat tantum de motu ſuo amittat, ſequitur corpus impellens amiſſo motu ſuo progreſſivo quieſcere debere, dum corpus quieſcens motum illius lucretur.

Coroll. (1.) Si Corpus majus in minus incurrat, non quieſcet prius, ſed ſolummodò tardius movebitur; & quieſcens majorem velocitatem quidem, ſed minorem motûs quantitatem, quam in impellente fuerat, lucrabitur.

Coroll. (2.) Si corpus minus in majus incurrat non quieſcet prius, ſed regredietur; & quieſcens minorem velocitatem quidem, ſed majorem motûs quantitatem, quam in impellente fuerat, lucrabitur. *Coroll.*

Coroll. (3.) Si corpus in motu poſitum in corpora plura ſibi contigua & quieſcentia incurrat, omnia quieſcent præter ultimum; quod pari, majori, minorive celeritate cum impellente movebitur, prout ſcilicet corpus impellens corpori ultimo ſit æquale, majus, minuſve. Hæc corollaria ex hac lege motus, ſua quaſi ſponte ſequuntur; nec proinde peculiari demonſtratione admodum opus eſſe videtur.

(14.) Si corpora duo æqualia perfecte elaſtica inæquali celeritate lata ſe mutuo impellant, ſive in partes eaſdem, ſive in contrarias tendant, poſt contactum permutatis invicem celeritatibus ferentur. Nimirum ſi in partes eaſdem tendant, dempta utrinque celeritate utrique communi, relinquetur ſola celeritatum differentia, tanquam unica mutationis in conflictu cauſa; & cum ex lege priori omnis iſta velocitas tardiori communicari debeat, ſequitur quod & corpus impingens exceſſu iſto ſit neceſſario multandum, & corpus tardius motum exceſſum iſtum ſit lucraturum; hoc eſt, aliis quidem verbis ſed eodem ſenſu, ſequitur quod poſt contactum permutatis invicem celeritatibus moveri debeant. Neque Hæc Lex multo aliter in caſu ſecundo, ubi corpora in partes diverſas lata, & ſibi contrarie incurrentia ponuntur; eſt demonſtranda. Dempta enim utrinque velocitate utrique communi, quæ poſt conflictum in partes contrarias tendet, & velocitatem utriuſque priorem non mutabit, reſtabit, ut prius, velocitatis differentia, tanquam unica mutandæ velocitatis cauſa: quæ itaque juxta legem priorem a velociore in tardius in integrum transferetur: unde ut prius, ſequetur corpora etiamnum poſt contactum permutatis celeritatibus pergere debere.

(15.) Corpus quodcunque quamlibet magnum, a quocunque corpore quamlibet exiguo, & qualicunque celeritate impacto movetur. Hæc Lex motus eſt ſane axioma per ſe manifeſtum, nec demonſtrationis indigens.

 (16.) Quo-

(16.) Quoties duo corpora perfecte elaſtica inter ſe colliduntur, eadem eſt mutuo reſpectu diſcedentibus celeritas quæ fuit appropinquantibus: Sive verbis aliis ſenſu eodem, eadem eſt utriuſque *velocitas*, non *abſoluta*, ſed eadem *velocitas* diſcedendi *reſpectiva* quæ fuit appropinquandi. Continet quidem hæc lex præcipuum etiam reliquarum motuum legum fundamentum; & hac methodo demonſtrabitur. De æqualibus corporibus liquet propoſitum ex lege penultima, jamjam demonſtrata: manent enim eo in caſu ipſæ celeritates veræ & abſolutæ, permutatis tantum ſedibus; atque adeo ut celeritas diſcedendi reſpectiva eadem ſit quæ fuit appropinquandi eſt neceſſum. De inæqualibus res ſic conficietur. Si corpus majus aſſequatur minus, aut quieſcens, aut ſaltem tardius motum, communicabit quidem de motu ſuo corpori quieſcenti, vel tardiori; ſepoſitâ etiam elaterii conſideratione; nec tamen quieſcet: & dum inter communicandum una cum quieſcente vel tardiori perget non ceſſabit & impulſu directo, & reactione elaſtica quieſcens vel tardius illud corpus accelerare, donec eadem velocitate a ſe recedat qua prius motui ſuo obſtiterat, & elaterium ſuum compreſſerat; hoc eſt, qua ipſum ad alterum appropinquarat. Hanc ſane celeritatem corpus majus minori neceſſario imprimet; ſed majorem imprimere nequit, (licet corpus minus per ſe ſit majoris capax: quam primum enim corpus quieſcens vel tardius motum velocitatis gradum impulſui ſive velocitati reſpectivæ priori parem fuerit lucratum, effugiet illico; neque impulſum quemvis ulteriorem ſuſtinebit aut morabitur. Si autem corpus minus aſſequatur majus, aut quieſcens, aut tardius motum, fieri nequit ut corpus minus integrum velocitatis ſuæ exceſſum quieſcenti vel tardiori imprimat: (illud enim eo tantum caſu fit ubi corpora ſunt æqualia, ut in lege 13ª & 14ª jam vidimus.) Perit autem inter communicandum motûs velocioris exceſſus, etiam ſepoſitâ elaterii conſideratione: Et dum eo pacto unà progrediuntur

diuntur corpora, poſterius in prius eouſque reaget, donec eadem velocitate reſpectiva ſeparentur, qua prius acceſſerant; Eatenus enim, nec ultra vires illæ elaſticæ, impulſui pares, poſſunt; aut potius eatenus corpus minus reactionem patietur, nec ultra, prout in caſu priori. In iis autem Corporibus quæ ſibi mutuo inæquali utrumque velocitate occurrunt, demenda eſt utrinque velocitas utrique communis; utpote quæ velocitates *eaſdem* ſed mutatis ſedibus poſt conflictum generabit; tum autem relinquetur tantum velocitatum differentia, tanquam unica mutandæ velocitatis cauſa: quæ ſane non ceſſabit & agendo & reagendo, corpora eadem celeritate reſpectiva a ſe invicem ſeparare, qua prius acceſſerant. Rei cardo in eo ubique vertitur, ut Vires Elaſticæ motui impreſſo ubique pares effectum ſuum integrum atque illibatum, nec ultra, ubique ſortiantur. Quod aliter fieri non poteſt quam ſi velocitas recedendi reſpectiva, velocitati accedendi reſpectivæ ad amuſſim correſpondeat.

(17.) Si duo corpora perfecte elaſtica eadem celeritate ſingula ad occurſum revertantur, quâ ab impulſu reſilierunt; ſingula poſt alterum impulſum eandem acquirent celeritatem quâ ferebantur ad occurſum primum. Ob datam enim inter collidendum ictus vel conflictus magnitudinem, utpote velocitati reſpectivæ datæ parem, datur una rectangulum quoddam; cujus factores duo ſunt diſtantiæ a puncto concurſus, & primaria, & ea ad quam primo conflictu eſt reverſum utrinque; ſi itaque rectangulum illud datum dividamus per diſtantiam primam tanquam *diviſorem*, diſtantiam ſecundam, tanquam *quotum* obtinebimus: Sin per diſtantiam ſecundam, tanquam *diviſorem*, dividamus, diſtantiam primam, tanquam *quotum* obtinebimus: & ita in perpetuum. Unde ſequitur diſtantias iſtas dato tempore deſcriptas, ſive velocitates accedendi & recedendi ſibi mutuo reſpondere, & ſe invicem conſequi.

(18.) Corporibus duobus ſibi mutuo occurrentibus, ſive elaſticis, ſive non elaſticis, non ſemper poſt impulſum eadem motus quantitas in utroque ſimul ſumpto conſervatur, quæ fuit ante; ſed vel augeri poteſt vel minui. Hanc motus legem, quæ contra Carteſium directe militat, è lege 7ª. prius deduximus, quoad corpora non elaſtica; & ex lege penultima de elaſticis etiam ſequitur. Cum enim motus quantitas ex celeritate in materiam ducta æſtimetur; & cum in corporibus utcunque inæqualibus, & inæquali celeritate motis, ita tamen res ſe habeat, ut velocitatum ſumma ſive velocitas reſpectiva maneat data, quantitas motus erit admodum inæqualis, prout corpus majus aut minus majorem velocitatis reſpectivæ integræ partem lucratur aut minorem; ut ex motuum calculo etiam mox inſtituendo clarius patebit.

(19.) Si corpus perfecte elaſticum majus minori quieſcenti occurrat, minorem ei velocitatem dabit quam duplam ſuæ. Cum enim poſt impulſum corpora eadem celeritate reſpectivâ a ſe invicem diſcedere debeant, qua ad invicem acceſſerant, hoc eſt in caſu præſenti, qua corpus majus ante impulſum motum eſſet; ſi Velocitas quieſcentis evaderet dupla velocitatis incurrentis, oporteret incurrens, poſt motum quieſcenti communicatum, eadem celeritate ſine ulla ejuſdem jactura pergere qua prius. Quod eſt abſurdum.

(20.) Si corpora duo perfecte elaſtica ſibi ex adverſo occurrant, quorum magnitudinibus celeritates contraria ratione reſpondeant, utrumque eadem qua acceſſit celeritate reſiliet. Cum enim Vires quæ ex mero corporum impulſu ſine elaterii conſideratione oriuntur, ſint utrinque æquales, ſe mutuo ex Lege 8ª ſubſtinebunt & deſtruent: Reſtabunt itaque ſolæ vires elaſticæ; quæ cum ſint utrinque & inter ſe, & motibus prioribus omnino æquales, æquales ex utraque parte motus generabunt. Atque adeo corpus utrumque eadem qua acceſſerat prius celeritate poſt occurſum reſiliet.

Scho-

Scholium. *Problema.* Datis corporibus duobus inæqualibus perfecte elaſticis ſibi directe occurrentibus, quorum utrumque, vel alterum tantum moveatur, dataque utriuſque celeritate, vel unius ſi alterum quieſcat, invenire celeritates quibus utraque poſt occurſum ferentur. Fiat nimirum ut Summa Corporum, ad duplum corporis ſecundi, ita celeritas accedendi reſpectiva data, ad celeritatem alteram. *Differentia* inter hanc ultimo repertam celeritatem, & celeritatem corporis primi ante impulſum, (vel uno caſu earum *ſumma* ubi nempe corpus primum in motu præcedit) dabit celeritatem corporis primi poſt occurſum: qua celeritate ex integra celeritate reſpectiva data ablata, reſidua erit celeritas ſecundi poſt occurſum. Regula autem hac methodo demonſtratur. Velocitas primi poſt occurſum erit velocitatis primi ante occurſum, & velocitatis integræ reſpectivæ differentia, ubi corpora æqualia ponuntur; ita ut ſumma corporum ſit duplo corpori ſecundo æqualis; ut ex lege 14. liquet. Patet itaque omnem differentiam, hoc eſt, motum corporis primi poſt occurſum, à differentia ſummæ corporum & dupli corporis ſecundi oriri, eidemque proinde eſſe proportionalem; Quod illud ipſum eſt quod ſupponit præſens analogia.

Ex. gr. Moveatur Corpus primum dextram verſus celeritate partium ſex, & ſecundum in partem contrariam celeritate partium quatuor; ſit etiam Corpus primum corporis ſecundi quadruplum: Erit igitur velocitas reſpectiva accedendi ante occurſum partium decem $6 + 4 = 10$; & Corporum ſumma erit partium 5: Erit ergo ut Summa Corporum $= 5$ ad duplum corporis ſecundi $= 2$. Ita Velocitas reſpectiva integra $=$ $10.$ ad $\frac{2 \times 10}{5} = 4$: Cujus velocitatis, & velocitatis primi ante occurſum differentia $= 2$. dabit velocitatem primi poſt occurſum. Unde celeritas ſecundi poſt occurſum erit partium 12. *Q. E. I.*

Sin corpus alterum quieſcat, ejus celeritas poſt occurſum ex analogia priori immediate innoteſcet. Nempe ſi corpus majus in exemplo priori immotum ponatur, motus ejus ex hac analogia invenietur immediate. Nam ut Summa Corporum = 5. ad duplum corporis ſecundi = 2. Ita velocitas reſpectiva integra = 4. ad velocitatem ſecundi poſt occurſum $= \frac{2 \times 4}{5} = \frac{8}{5}$ ſive $1\frac{3}{5}$. Differentia enim inter celeritatem primi ante occurſum quippe nullam, & celeritatem hanc, erit ipſa celeritas primi poſt occurſum, & per conſequens velocitas ſecundi erit partium $\frac{12}{5}$ ſive $2\frac{2}{5}$.

(21.) Celeritas quam corpus majus perfecte elaſticum dat minori quieſcenti perfecte elaſtico, ad eam quam ſimili velocitate minus imprimit quieſcenti majori, eandem habet rationem quam majoris magnitudo ad minoris magnitudinem. Ob datam enim in utroque caſu velocitatem reſpectivam, & datam etiam corporum ſummam erit calculus in utroque caſu ſimilis, *viz.* Ut Summa Corporum data, ad velocitatem reſpectivam datam; ita duplum corpus majus, vel duplum minus ad velocitatem quæſitam. Sunt ergo velocitates ut corpora. *Q.E.D.*

Scholium. Libet hic loci, corollarii vice, tria reliqua Cl. Hugenii Theoremata huc ſpectantia attexere, licet eorum demonſtratio longior ſit quam quæ hoc in loco afferri debeat: Tum quod per ſe nobiliſſima ſint, tum quod ex calculo juxta problema nuper propoſitum adminiſtrato ſatis conſtare poſſint.

(1.) Duobus corporibus perfecte elaſticis ſibi mutuo occurrentibus id quod efficitur ducendo ſingulorum magnitudines in velocitatum ſuarum quadrata ſimul additum ante & poſt occurſum corporum æquale invenitur; ſi videlicet & magnitudinum & velocitatum rationes in numeris lineiſve ponantur.

(2.) Si quod corpus perfecte elaſticum majori vel minori quieſcenti obviam pergat, majorem ei celeritatem

tem dabit per interpoſitum corpus mediæ magnitudinis perfecte elaſticum itidem quieſcens, quam ſi nullo intermedio ipſi impingatur: Maximam vero celeritatem tum conferet, quum corpus interpoſitum fuerit medium proportionale inter extrema.

(3.) Quo plura corpora perfecte elaſtica interponentur inter duo inæqualia perfecte elaſtica, quorum alterum quieſcat, alterum moveatur, eo major motus quieſcenti conciliari poterit: Maximus autem per unamquamque interpoſitorum multitudinem ita conferetur, ſi interpoſita cum extremis continuam geometrice proportionalium ſeriem conſtituant.

Notandum autem ex poſtremis duobus per Autoris calculum conſtare, Quod ſi corpora centum ex ordine dentur in proportione dupla, incipiatque motus a maximo, erit *celeritas* minimi ad celeritatem qua movebatur maximum proxime ea quæ 14.760.000.000 ad 1. Si vero a minimo motus incipiat, augebitur in univerſum *motus quantitas* ſecundum rationem proxime quæ 1. ad 4.677.000.000.000. Unde ſane in caſu priore mirandum *velocitatis*, in poſteriore magis mirandum ipſius *quantitatis motus* augmentum conſequitur.

Quæ autem (ut hoc tandem moneam obiter) Cl. Hugenius de omnibus corporibus, aut ſaltem de omnibus perfecte duris aſſeruit, nos tantum de omnibus perfecte elaſticis, cum Cl. Wallиſio & Newtono aſſeruimus & demonſtravimus. Neque aliter certe aut intelligi aut affirmari debent. Motuum enim Leges quæ corporibus reliquis non elaſticis congruunt, aliæ plane ſunt plerumque, & ab hiſce ſatis diverſæ; prout ex ante dictis abunde conſtare poteſt: atque adeo cum elaſticorum legibus ſunt minime contaminandæ. Quæ autem corpora imperfecte elaſtica ſpectant, è Cl. Newtono in ſequentibus tradentur. Sed Manum de tabula.

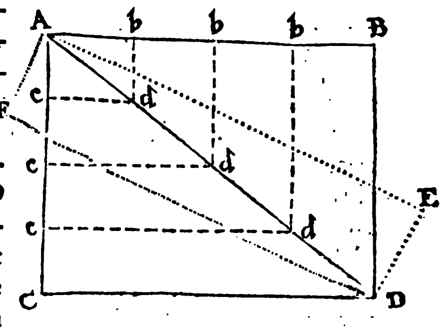
Maij 8. 1704.

VI.

MOTUUM Leges in corporum tum durorum tum elaſticorum colliſionibus obſervatas in prioribus abſolvimus; reſtat jam ut reliquas motuum leges Philoſophiæ Newtonianæ Præſternendas aggrediamur. Eſto itaque,

(22.) Corpus omne viribus conjunctis diagonalem parallelogrammi eodem tempore deſcribet, quo latera ſeparatis.

Si corpus *A*, dato tempore, vi ſola *AB*, ſecundum lineam *AB* impreſsâ ab *A* ad *B*. Et vi ſola *A C*. ſecundum lineam *AC* impreſſa, ab *A* ad *C*: compleatur parallelogrammum *ABDC*, & vi utraque ſimul impreſſa corpus eodem dato tempore feretur ab *A* per lineam diagonalem ad *D*. Nam quoniam vires hæ ſimul impreſſæ non ſunt ſibi invicem oppoſitæ, ſe mutuo nequaquam tollent, ſed motum quendam inter utrumque quaſi intermedium generabunt. Etenim cum vis poſterior *AC* ſecundum lineam *AC* ipſi *BD* parallelam & æqualem agat, hæc vis nihil mutare debet velocitatem accedendi ad lineam illam *BD* a vi priore genitam: Accedet igitur corpus eodem tempore ad lineam *BD*, ſive vis poſterior imprimatur ſive non; atque adeo in fine illius temporis reperietur alicubi in lineâ illâ *BD*. Eodem argumento cum vis prior *AB* ſecundum lineam *AB* ipſi *CD* parallelam & æqualem agat, hæc vis nihil mutare debet velocitatem accedendi ad lineam illam *CD*, a vi poſteriore genitam. Accedet igitur corpus eodem tem-



pore ad lineam *CD*, ſive vis prior imprimatur, ſive non; atque adeo in fine illius temporis reperietur alicubi in linea illa *CD*. Et idcirco Corpus in fine illius temporis in utriuſque lineæ *BD* & *CD* concurſu *D* ut reperiatur eſt neceſſe. Porro, cum idem omnino eadem prorſus ratione de punctis innumeris *ddd*, &c. in eadem diagonali linea ſatis demonſtrari poſſit, liquet corpus ex conjunctis hiſce viribus lineam rectam diagonalem ſemper deſcribere debere. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Datis viribus velocitas ex earundem conjunctione orta erit eo major quo directiones virium primarum *conſpirant* magis, ſive, quo angulus *BAC* eſt minor; & eo minor quo directiones iſtarum virium ſibi invicem magis *opponuntur*, ſive, quo angulus *BAC* eſt major: Velocitas autem utriuſque directionis ſecundum lineas parallelas *AC*, *BD* & *AB*, *CD* ad lineas *BD* & *CD* aliaſve quaſcunque eiſdem parallelas accedendi nullo modo ex harum virium conjunctione mutatur, ſed ſemper manet invariata; uti ex propoſitionis hujus demonſtratis patet.

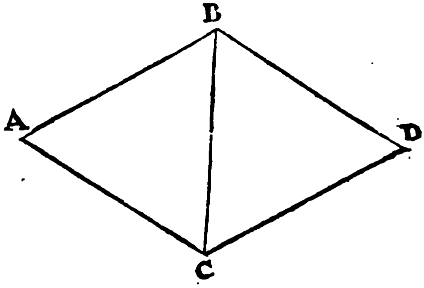
Coroll. (2.) Linea eadem diagonalis *AD* ex binarum virium innumerarum conjunctione deſcribi poteſt. Sic ſi loco vis prioris *AB* ſupponatur alia *AE*, & loco poſterioris *AC* ſupponatur alia *AF*, & perficiatur parallelogrammum *AEDF*, linea *AD* exiſtente communi diagonali, Corpus ex hiſce viribus conjunctis eandem lineam *AD* deſcribet quam prius ex aliis deſcripſerat; uti ex hac propoſitione conſtat: Et par eſt ratio de binis quibuſcunque viribus quibus latera parallelogrammi cujuſcunque cujus *AD* eſt diagonalis deſcribi debuerunt.

Coroll. (3.) Datis itaque tum magnitudine tum directione viribus datur una linea deſcribenda, parallelogrammi nempe diagonalis; ſed data linea deſcripta, ſive diagonali, non illico dantur vires & directiones quibus iſta diagonalis deſcriberetur. Ratio in promptu eſt; quoniam datis parallelogrammi lateribus, & incluſo angulo, datur una ipſum parallelogrammum, atque adeo

paral-

parallelogrammi iſtius diagonalis: Sed data linea longitudine & directione tanquam diagonali, non tamen exinde datur parallelogrammum; cum eadem linea verſus eandem plagam extenſa parallelogrammorum innumerorum diagonalis eſſe poſſit. Ut enim latera parallelogrammi data, ſine dato angulo incluſo, nullam certam diagonalem determinant, ita & diagonalis data ſine angulis hinc inde eidem adjacentibus datis Nulla certa latera determinare poteſt.

Coroll. (4.) Ubi vires primariæ *BA*, *BD* æquantur inter ſe; & angulum *ABD* graduum 120 gr. comprehendunt, velocitas ex conjunctis viribus eadem erit quæ ex alterutra ſeorſim: & virium directiones ſolæ mutabuntur; triangula enim *ABC* & *BCD* in hoc caſu erunt æquilatera, & Rhombum component; & diagonalis proinde *B C* utrivis Rhombi lateri *AB* aut *BD* æqualis erit.



Coroll. (5.) Ubi vires primariæ ſunt æquales, & angulus a lateribus incluſus eſt rectus, velocitas ex viribus conjunctis erit velocitati ex alterutrâ ſeorſim incommenſurabilis; nimirum ut quadrati diagonalis ad ejuſdem latus; ideoque nullis numeris explicanda.

Scholium. Quæ de veris motibus & velocitatibus in hac propoſitione & ejuſdem corollariis dicta ſunt, etiam viribus quibuſcunque ſive ad motum conatibus ſunt applicanda. Sic ſi Corpus *A* in figura priore a duabus viribus eam inter ſe rationem quam lineæ *A C* & *A B* habentibus & ſecundum directiones earundem linearum datas impelleretur, premeretur, attraheretur, aut quoquo modo tenderet, licet propter obſtacula aut alias cauſas motus

revera

revera non ſtatim ſequeretur, impulſus aut vires ex iſtis conjunctis viribus ortæ, ſecundum directionem lineæ diagonalis *AD* tenderent; & velocitas generanda per iſtam lineam *AD* exponi deberet. Ut ex ſequentibus facilius intelligetur.

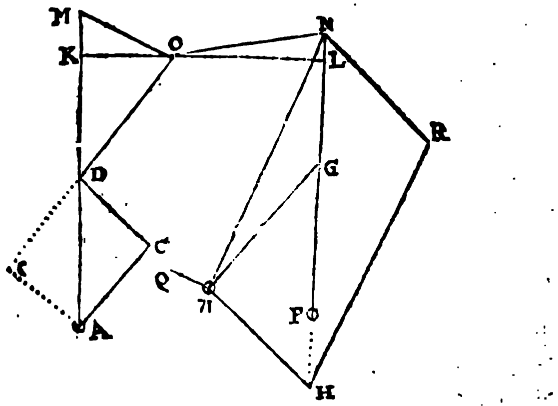
(23.) Vires & Motus quicunque in vires & motus innumeros reſolvi; & viciſſim ex viribus aut motibus quibuſvis obliquis Vires directæ & motus rectilineares innumeri componi poſſent.

Sic ſane in figurâ priore eadem eſt motûs linea & directio ſive componatur ex viribus *AB AC*, ſive ex viribus *AE*, *AF*, ſive etiam ex unico motu per eandem lineam *AD* impreſſo primario oriatur. Et viciſſim motus quivis per rectam *AD*, licet forte ex vi ſimplici recta impellenti oriatur, conſiderari tamen poteſt quaſi ex binis ſive *AB AC*, ſive *AE AF* aliiſve innumeris ſimilibus eſſet compoſita; cum idem omnino motus ex binis iſtis ſequeretur. Nec aliter de motibus adhuc magis compoſitis erit ratiocinandum. Conſideratis enim primo binis viribus & linea diagonali ex iſtis inter ſe conjunctis deſcribenda; deinde, iſtis binis viribus ad unicam eo pacto reductis, adhibeatur vis tertia & cum eadem conjungatur, hinc orietur motus per alteram parallelogrammi cujuſdam ſecundi diagonalem, & ita porro de vi quartâ, quintâ, *&c.* in infinitum. Neque aliter ſane vis quævis directa, ubi opus, in plures reſolvi poteſt. Quæ ſane Virium Compoſitio & Reſolutio adhibetur frequentiſſime, & abunde ex Mechanicâ confirmatur; uti jam cum Newtono oſtendemus.

Si de rotæ alicujus centro *O* exeuntes radii inæquales *OM*, *ON*, filis *MA*, *NP*, ſuſtineant pondera in æquilibrio, & quærantur vires ponderum ad rotam movendam; per centrum *O* agatur recta linea *KOL* filis pondera ſuſtinentibus perpendiculariter occurrens in *K* & *L*; centroque *O*, & intervallorum *OK*, *OL* majore *OL* deſcribatur circulus occurrens filo *MA* in *D*; per *O* & *D* agatur recta *OD*, cui ſit perpendicularis *DC*,

&

& eidem parallela AC; compleaturque parallelogrammum $DCAc$: Quoniam nihil refert utrum filorum puncta K, L, D. affixa ſint vel non affixa ad planum rotæ, pondera idem valebunt ac ſi ſuſpenderentur a punctis K & L, vel D & L; eadem enim (ſepoſitâ ipſius fili gravitate) ejuſdem corporis eſt gravitas, ubicunque affigitur filum in eadem linea horizonti perpendiculari: Ponderis autem A vis tota gravitans exponatur vel repræſentetur per lineam AD, tanquam parallelogrammi cujuſdam diagonalem: ut ex ratione iſtius diagonalis ad latus parallelogrammi, ubi virium altera nulla eſt, innoteſcat, Vis illa tota quam AD deſignat re-



ſolvi poteſt in vires binas innumeras, ſed cum reliquæ a noſtro propoſito ſint alienæ, reſolvatur in binas Dc (vel AC) & DC; alteram nempe ſecundum directionem radii DO protracti, alteram vero eidem radio perpendicularem. Harum virium Altera AC vel cD trahendo radium OD directe a centro, (tendit enim a D verſus c in ipſo radio protracto) nihil valet ad movendam rotam; Vis autem altera DC trahendo radium DO perpendiculariter idem valet ac ſi perpendiculariter traheret radium OL, ipſi OD æqualem: Cum vero rota ex hypotheſi quieſcat in æquilibrio, erit Pondus

P, ad

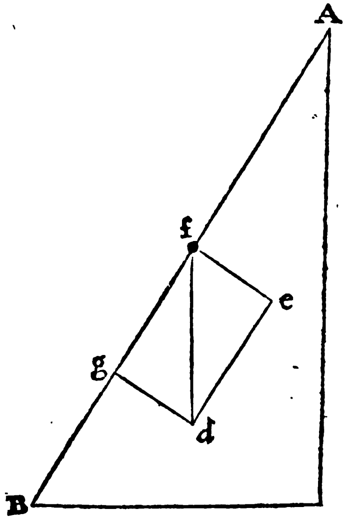
P, ad Pondus *A*, ut Vis *DC*, ad Vim *DA*. Tota enim vis ponderis *P* trahit radium *OL* perpendiculariter, & ita integram vim ſuam confert ad rotam movendam: Sed Ponderis integri *A* per lineam *AD* expoſiti pars illa tantum quæ per *DC* exponitur trahit radium *OD*, ipſi *OL* æqualem perpendiculariter: alterâ parte ſecundum radium *cO* tendendo plane deperditâ: Pars illa itaque *DC* ſolummodo confert ad movendam rotam. Cum itaque, ob æquilibrium utrinque ſuppoſitum, Vis integra ponderis *P* æquivaleat cuidam tantum parti Ponderis *A*, nempe *DC*, liquet tanto majus eſſe debere Pondus *A* quam pondus *P*, quanto diagonalis *DA* eſt major quam latus *DC*. idque propter corporis *A* a perpendiculo *DC* declinationem. Eſt ergo ut Pondus *A*, ad Pondus *P*, ita *DA*, ad *DC*: hoc eſt, ob ſimilia triangula *ADC*, *DOK*, ut *OD* vel *OL* ad *OK*. Pondera itaque *A* & *P* quæ ſunt reciproce ut radii in directum poſiti *OL* & *OK*, idem utrinque valebunt, & ſic in æquilibrio conſiſtent. Atque hæc ſane eſt Libræ, Vectis, & Axis in Peritrochio proprietas notiſſima & fundamentalis, & ex hac virium reſolutione facile demonſtratur. Sin Pondus alterutrum ſit majus quam in hac ratione, vis ejus fortior prævalebit, & ad movendam rotam ſufficiet. Quod ſi Pondus *π* Ponderi *P* æquale partim ſuſpendatur filo *Nπ*, partim incumbat plano obliquo *πG*, agantur *NH*, *πH*, prior horizonti, poſterior plano *πG* perpendicularis; & compleatur parallelogrammum *πNRH*. Et ſi vis integra ponderis *π* deorſum tendens exponatur per lineam *NH*, hæc reſolvi poteſt in vires *πN*, *RN*. Et ſi filo *πN* perpendiculare eſſet planum aliquod *πQ*, ſecans planum alterum *πG* in lineâ ad horizontem parallela, & pondus *π* his planis *πQ* *πG* ſolummodo incumberet, urgeret illud hæc plana *πQ*, *πG* perpendiculariter, nimirum planum *πQ* vi *πN*, & planum *πG* vi *RN*: Ideoque ſi tollatur planum *πQ* ut pondus tendat filum, quoniam filum ſuſtinendo pondus jam vicem præſtat plani ſub-

ſublati, tendetur illud eadem vi *πN* quâ planum antea urgebatur: Unde tenſio fili hujus obliqui, erit ad tenſionem fili alterius perpendicularis *PN*, ut *πN*, ad *NH*: Ideoque ſi pondus *π* augeatur in ratione *NH* ad *Nπ* ſuſtinebit pondus *A*, & rota non movebitur. Unde ſi pondus *π*, ſit ad pondus *A*, in ratione reciprocâ minimarum diſtantiarum filorum ſuorum *AM PN* a centro rotæ, ſeu ut *KO* ad *OL*, & etiam in ratione directa *NH* ad *πN*, hoc eſt, rationes utraſque ſimul conjungendo, ut rectangulum *KO* in *NH* ad rectangulum *OL* in *πN*, pondera æqualiter valebunt ad rotam movendam; atque adeo ſe mutuo ſuſtinebunt in æquilibrio; ut quilibet facillime experiri poteſt.

Coroll. (1.) Hinc via nova aperitur omnia pondera minora ex unico dato pondere menſurandi. Si enim planum *πG* perfecte politum ad varios inclinationis gradus gradatim collocetur, idem pondus *π* vel *P* diverſis quibuſcunque ponderibus ſe minoribus æquivalebit; in ratione nimirum lineæ *πN* ad *HN*. Atque adeo ſi tabella conficiatur rationes linearum *πN* & *HN* ad quoſcunque inclinationum gradus exhibitura, facile fuerit ex inclinatione plani *πG* & unico dato pondere *π* vel *P* omnium corporum corpore *π* vel *P* minorum ut *A* pondera examini ſubjicere & determinare.

Coroll. (2.) Hinc etiam corporum in planis quibuſcunque inclinatis deſcendentium vel reclinantium velocitates vel pondera licet æſtimare: Sit *AB* planum inclinatum, & *f* corpus per illud planum deſcendens, vel in illud recumbens; exponatur vis gravitatis integra per lineam *df* horizonti perpendicularem, & reſolvatur illa vis integra in binas vires *fe* & *fg*, quarum altera *fe* ſit plano inclinato perpendicularis, cui itaque ferendo iſtud planum adæquate ſufficit; altera *fg* ſecundum planum inclinatum parallelos poſita, quæ itaque motui ciendo, vel ad motum ſaltem conatui vel ponderi procurando ſine impedimento impenditur: Eſt ergo motus vel pondus in plano inclinato, ad motum vel pondus in

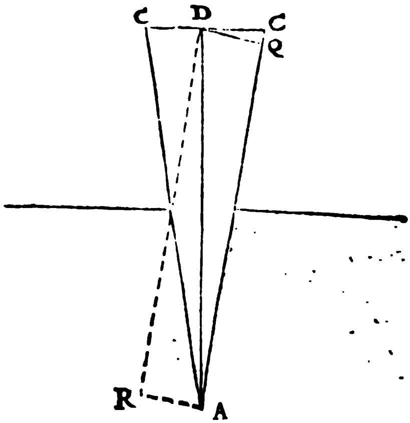
in plano ad horizontem perpendiculari, ut latus *fg* ad lineam diagonalem *fd*: hoc eſt, ob triangula ſimilia *fgd* & *ABC*, ut *AG* ad *AB*, ſive ut anguli *BAC*



radius ad ſecantem; quæ eſt propoſitio in Mechanicis notiſſima.

Coroll. (3.) Hinc etiam vis cunei innoteſcit. Sit *CCA* cuneus, a malleo ictu directo impulſus: exponatur vis integra ictûs per lineam *DA*; & reſolvatur illa in binas vires *DQ* & *DR*; quarum altera *DQ* ſit ligni findendi faciei *CA* perpendicularis, atque adeo ad eandem faciem amoliendam directe diſpoſita; altera verò *DR* ſit eidem faciei parallela, atque adeo ad directe progrediendum diſpoſita; & idem de altero Cunei dimidio *DAC* intelligatur: erit itaque amolitio obicis ſecundum lineam *DQ*, ad progreſſum virium deorſum ſecundum lineam *DR*, ut *DQ* ad *DR*; hoc eſt, ob ſimilia triangula *DQA* *DCA*, ur *DC* ad *DA*; ſive, computatis etiam alterius partis viribus, ut *CC* ad *DA*; quæ eſt etiam notiſſima cunei

cunei proprietas: & in mechanicis receptiſſima. Vel etiam, Si hanc rem cum Newtono abſolvere placuerit ex prius demonſtratis, Habebit in figura penultima pondus * planis duobus obliquis * Q * G incumbens rationem Cunei inter corporis fiſſi facies internas, & inde vires cunei & mallei innoteſcent; etenim vis quâ pondus * urget planum * Q, eſt ad vim quâ idem, vel gravitate ſua, vel ictu mallei impellitur ſecundum lineam horizonti perpendicularem, ut * N ad



NH; atque ad vim qua urget planum alterum * *G* ut * *N* ad *NR*. Sed & vis Cochleæ aliquo modo per ſimilem virium diviſionem colligi poteſt, quippe quæ, ex ſententia Newtoni, cuneus eſt a vecte impulſus.

Scholium. Uſus itaque hujuſmodi motus compoſitionis & reſolutionis latiſſime patet, & late patendo veritatem ejus evincit, cum pendeat ex jam dictis Mechanica tota, ab Authoribus diverſimode demonſtrata; ex hiſce enim facile derivantur vires machinarum, quæ ex rotis, tympanis, trochleis, Vectibus, radiis volubilibus, nervis tenſis, & ponderibus directe vel oblique aſcendentibus, cæteriſque potentiis Mechanicis componi ſolent; ut & vires Muſculorum ad animalium oſſa movenda.

Octob. 23. 1704.

(24.) Qua-

VII.

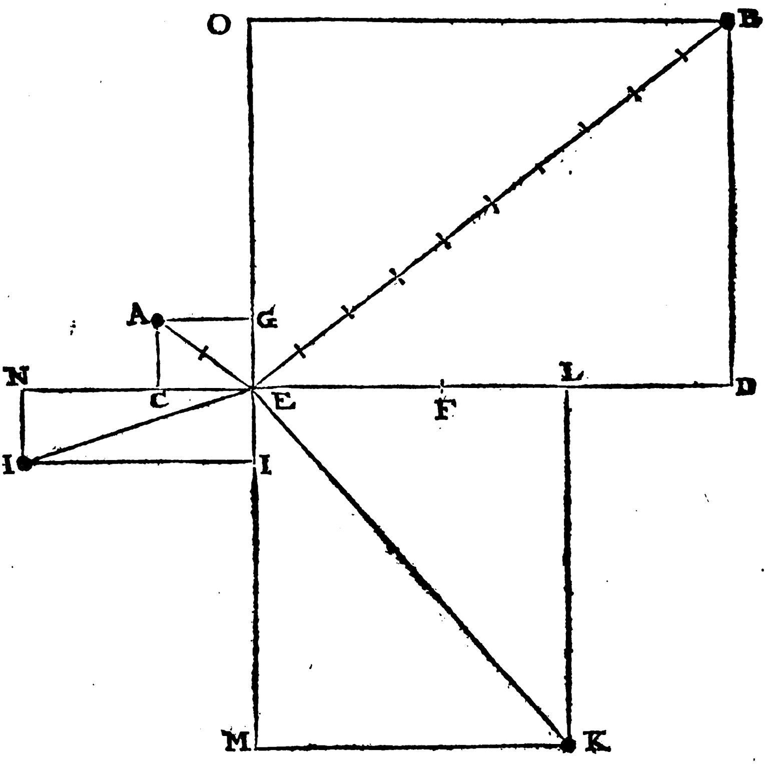
(24.) QUANTITAS motus quæ colligitur capiendo ſummam motuum factorum ad eandem partem, & differentiam factorum ad contrarias non mutatur ab actione corporum inter ſe.

Etenim actio eique contraria reactio æquales ſunt, per motus Legem quintam; adeoque, per Legem quartam, æquales in motibus efficiunt mutationes verſus contrarias partes: Ergo ſi motus fiunt verſus eandem partem, quicquid additur motui corporis fugientis ſubducetur a motu corporis inſequentis, ſic ut *ſumma* maneat eadem quæ prius. Sin corpora obviam eant in eadem linea, æqualis erit ſubductio de motu utriuſque, adeoque *differentia* motuum factorum in contrarias partes manebit eadem. Ut ſi corpus *A* ſphæricum ſit triplo majus corpore ſphærico *B*, habeatque duas velocitatis partes; & *B* ſequatur in eadem recta cum velocitatis partibus decem; adeoque motus ipſius *A*, ex velocitate & magnitudine conjunctim ortus, ſit ad motum ipſius *B* eodem modo æſtimatum, ut ſenarius numerus ad denarium: motuum ergo ſumma in eandem plagam eſt partium ſedecim. In Corporum itaque *A* & *B* concurſu ſi corpus *A*, pro varia Elaterii quantitate, lucretur motus partes tres, vel quatuor, vel quinque, corpus *B* amittet partes totidem; adeoque perget corpus *A* poſt reflexionem cum partibus novem, vel decem, vel undecim, & *B* cum partibus ſeptem, vel ſex, vel quinque; exiſtente ſemper ſummâ partium ſedecim ut prius; uti in corporibus aut non omnino, aut ſaltem minori gradu elaſticis ſemper eveniet. Sin corpus *A* lucretur partes novem, vel decem, vel undecim, vel duodecim, adeoque progrediatur poſt occurſum cum partibus quindecim, vel ſedecim, vel ſeptendecim, vel octodecim, Corpus *B* amittendo tot partes quot *A* lucratur, vel progredietur cum una parte, amiſſis partibus novem; vel quieſcet amiſſo motu ſuo progreſſivo partium decem; vel

regredietur cum una parte amiſſo motu ſuo, & (ut ita dicam) unâ parte amplius, vel regredietur cum partibus duabus, ob detractum motum progreſſivum partium duodecim; *&c.* Atque ita ſummæ motuum conſpirantium 15 + 1, vel 16 + 0, atque etiam differentiæ contrariorum 17 — 1 vel 18 — 2, ſemper erit partium ſedecim, ut ante concurſum & reflexionem. Quod in corporibus perfecte elaſticis eveniet; uti ex legibus motus de iiſdem prius expoſitis, & ex infra dicendis de imperfecte elaſticis ſatis intelligi poterit. Cognitis autem motibus quibuſcum corpora poſt reflexionem pergent, invenietur cujuſque velocitas poſt eandem reflexionem, ponendo eam eſſe ad velocitatem ante reflexionem, ut motus poſt, ad motum ante. Ut in caſu ultimo, ubi corporis *A* motus erat partium ſex ante reflexionem, & partium octodecim poſtea, & velocitas partium duarum ante reflexionem, invenietur ejus velocitas partium ſex poſt reflexionem, dicendo, juxta regulam auream; ut motus partes ſex ante reflexionem, ad motus partes octodecim poſtea, ita velocitatis partes duæ ante reflexionem, ad velocitatis partes ſex poſtea. Cum enim motus quantitas oriatur ex velocitate & magnitudine conjunctim, in dato corpore motus quantitas ex velocitate ſola æſtimabitur, atque adeo quantitas motus & velocitatis erunt ſibi invicem directe proportionales. Quod ſi corpora non ſphærica, vel diverſis in rectis moventia incidant in ſe mutuo oblique, & requirantur eorum motus poſt reflexionem, cognoſcendus eſt ſitus plani a quo corpora concurrentia tanguntur in puncto concurſus; dein corporis utriuſque motus diſtinguendus eſt in duos, unum huic plano perpendicularem, alterum eidem parallelum; motus autem paralleli, propterea quod nullo modo ſibi adverſantur, corporibus in ſe invicem ſecundum lineam huic plano perpendicularem agentibus, retinendi ſunt iidem poſt reflexionem atque antea; & motibus perpendicularibus mutationes æquales in partes contrarias tribuendæ ſunt, ſic ut ſumma conſpirantium

&

& differentia contrariorum maneat eadem quæ prius. Exempli gratia, ſit corpus ſphæricum *A* & perfecte elaſticum triplo majus corpore ſphærico *B* perfecte etiam elaſtico, habeatque *A* duas velocitatis partes, per lineam *AC* in duas æquales partes biſectam expoſitas, Corpus *B*



ei oblique occurrat ſecundum rectam *BE* in angulo *AEB* cum velocitatis partibus decem, per lineam *BE* in decem partes inter ſe & cum prioribus æquales ſectam expoſitis; biſecetur angulus *AEB* a recta *OEM*: Demittantur *AG* & *BO* ad lineam *EO* perpendiculares; & perficiantur parallelogramma *ACEG BOED*. Erit

ita-

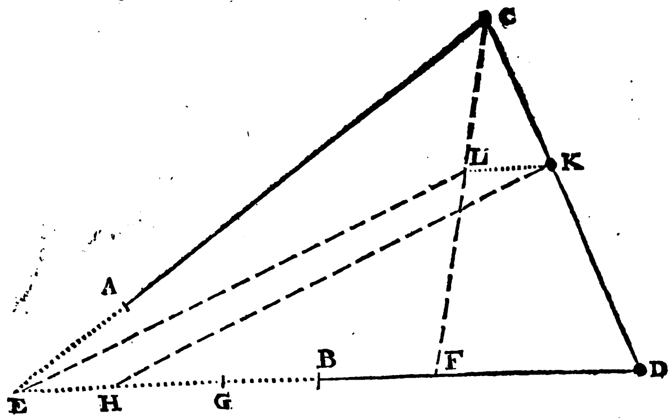
itaque planum per *OM* illud a quo corpora ſphærica *A* & *B* in puncto concurſus tangentur; & motus obliqui per diagonales *AE* & *BE* utrinque in binos diſtinguentur, *AE* nimirum in *AG* & *AC*, & *BE* in *BO* & *BD*, quorum motuum alteri *AG* & *BO* vel *CE* & *ED* ſunt plano occurſus perpendiculares, quibus itaque ſolis tanquam directe ſibi invicem oppoſitis & in partes directe contrarias *EC* & *ED* tendentibus omnis motuum mutatio in occurſu eſt referenda; alteri vero *AC* & *BD*, vel *GE* & *OE* ſibi invicem paralleli, & in puncto occurſus in eandem penitus plagam *EM* tendentes, adeo non ſibi invicem contrariantur ut potius directe conſpirare ſint cenſendi, atque adeo retinendi ſunt iidem poſt reflexionem atque antea. Quare ſit *EI* æqualis ipſi *EG*, & *EM* æqualis ipſi *EO*; & ut motuum mutationes in partes contrarias factas, & juxta lineam *CD* dirigendas æſtimemus, calculum ineamus ſecundum motus legem vigeſimam, è Cl. Hugenio mutuo acceptam. Fiat itaque ut Summa Corporum *A* & *B* $= 4$, ad duplum corporis *B* $= 2$. Ita celeritas accedendi reſpectiva *CD* partium 12: (Nam ob triangula ſimilia *AGE BOE*, *AG* ſive *CE*, eſt ad *BO* ſive *ED*, ut *AE* $= 2$, ad *EB* $= 10$; atque adeo *AE* $+$ *EB* $= 12$) ad dimidium ipſius *CD* $=$ *CF* $= 6$. Et differentia inter hanc celeritatem partium 6, & celeritatem corporis *A* ante impulſum partium 2, $= 4$, exhibebit celeritatem qua corpus *A* poſt occurſum movebitur: qua celeritate ex integra celeritate reſpectiva ante occurſum ablata, $12 - 4 = 8$, reſtat corporis *B* poſt eundem occurſum celeritas. Sit ergo *EN* partium 4, & *EL* partium 8, & perfectis parallelogrammis *ENHI* & *ELKM*, ductiſque diagonalibus *EH* & *EK* corpora *A* & *B* eodem tempore quo ad occurſum per diagonales *AE* & *BE* prius properabant, poſt occurſum ad puncta *H* & *K* per diagonales *EH* & *EK* regrediendo pervenient; & erit motus corporis *A* $= 4 \times 3$, $= 12$ partium; & motus corporis *B* $= 8 \times 1$, $= 8$

= 8 partium, quorum motuum differentia eſt partium quatuor, quæ etiam erat motuum ante occurſum differentia. Quapropter in hoc caſu quantitas motus quæ colligitur capiendo differentiam motuum factorum ad partes contrarias non mutatur ab actione corporum inter ſe: atque adeo in corporibus oblique impingentibus valet hæc regula æque ac in iis quæ directe impingunt. Ex hujuſmodi autem reflexionibus oriri etiam ſolent motus circulares corporum circa centra propria: Sed hos caſus in ſequentibus non opus eſt ut conſideremus: & nimis longum eſſet omnia huc ſpectantia demonſtrare.

Lemma ad Legem motus 25^m^.

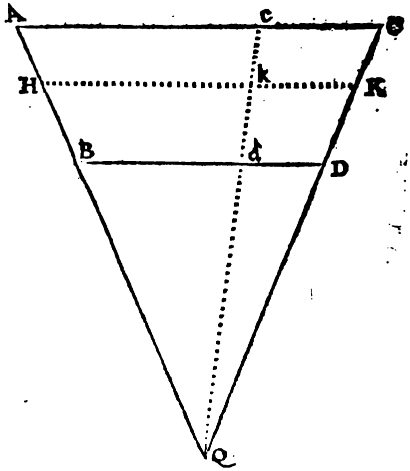
SI rectæ duæ poſitione datæ *AC*, *BD* ad data puncta *A* & *B* terminentur, datamque habeant rationem ad invicem, & recta *CD* qua puncta indeterminata *C*. *D*. junguntur ſecetur in ratione data in *K*, dico quod punctum *K* locabitur in recta poſitione data.

Concurrant enim rectæ (ſi non ſint parallelæ) *AC* & *BD* in puncto *E*; & in *BE* capiatur *BG*, ad *AE*,



ut eſt *BD*, ad *AC*: Sitque *FD* æqualis *EG*. Et erit *EC*, ad *GD*, hoc eſt, ad *EF*, ipſi *GD* ex hypotheſi æqualem, ut *AC*, ad *BD*, adeoque in ratione data; &

propterea dabitur ſpecie triangulum *EFC*, (ex datis nimirum angulo *CEF*, & laterum *EC*, *EF* circa eundem angulum ratione.) Secetur *CF* in *L* in ratione illa data, & dabitur etiam ſpecie triangulum *EFL* (ob datam laterum circa datum angulum *EFC* rationem) & proinde punctum *L* locabitur ſemper in recta *EL* poſitione data. Junge *LK*: & ob datam *FD*, utpote ipſi *EG* datæ æqualem; & datam rationem *LK* ad *FD*, eam nempe *CK* ad *CD*, dabitur *LK*. Huic æqualis capiatur *EH*; & erit *ELKH* parallelogrammum. Eſt enim *LK* ipſi *FD* parallela, & perconſequens ipſi *EH* ejuſdem lineæ protractæ parti parallela, & ex hypotheſi æqualis: Locatur ergo punctum *K* in parallelogrammi latere poſitione dato *HK*. *Q.E.D.* Sin rectæ *AC*, *BD* ſint inter ſe parallelæ, punctum concurſus erit infinite diſtans, hoc eſt nullum; & omnes lineæ *EC*, *EL*, *HK*, *ED* erunt inter ſe parallelæ. Quo in caſu hoc Lemma ita demonſtramus. Junguntur puncta, lineas *AC* & *BD* datam rationem habentes, terminantia lineis *AB*, *CD*; & protractis jungentibus donec concurrant, puta in *Q*, per punctum *K* lineam *CD* in ratione data dividens ducatur *HK*, ipſis *AC* & *BD* parallela: Dico punctum *K* locari in recta *HK* poſitione data.



Ubicunque enim ſumuntur puncta *C* & *D* in lineis *AC* & *BD*, linea eadem puncta conjungens ad idem punctum *Q* tendet, ut in punctis *c* & *d*, & linea jungens *cd* in data illa ratione ſecabitur a linea *HK*: Eſt enim ex hypotheſi & in hac figura *Ac* ad *Bd* ut *AC* ad

BD: Eſt etiam ex hac hypotheſi & in hac figura *ck* ad *cd* ut *CK* ad *CD:* Unde liquet & in hoc caſu punctum *K* ſemper locari in recta poſitione data. *Q. E. D.*

Coroll. (1.) Si puncta duo progrediantur uniformi cum motu in lineis rectis, & diſtantia eorum dividatur in ratione data, punctum dividens locabitur in recta poſitione data; & punctum illud, ut *K*, movebitur uniformiter in iſta linea recta. Nam ob celeritatem utriuſque puncti uniformem & æquabilem Lineæ motus ut *AC* & *BD* quas ſimul deſcribunt erunt ſemper in ratione data, nimirum in ratione celeritatum utrinque æquabilium: Unde liquet è jam demonſtratis punctum *K* in linea recta *HK* ſemper ferri. Quod vero uniformiter & æquabili motu feratur, hoc modo demonſtrabitur: *HK* ſemper eſt æqualis *EL*, & *EL* eadem ratione creſcit ac creſcunt ipſi proportionales *EC* & *EF* lineæ, quæ iis *AC* & *BD* per quas corpora ſimul moventur ſunt ex prius dictis etiam proportionales. Eſt itaque *EC*, ad *EF*, ut *AC*, ad *BD*; unde cum iſtæ lineæ ex motus æquabilitate creſcunt uniformiter, etiam *EL* & ei æqualis *HK* iiſdem proportionalis uniformiter etiam creſcet; ſive, quod perinde eſt, punctum *K* motu æquabili & uniformi per lineam *HK* feretur. *Q. E. D.* Et pariter in caſu ſecundo ubi lineæ motus parallelæ ponebantur. Nec opus eſt ut in re facillima verba addamus. In loco etiam ſolido ſimili fere demonſtratione Lemmatis veritas colligetur, demittendo nimirum ad planum termedium per punctum quodvis *K*, & alterum in eadem ratione minimam linearum diſtantiam ſecans & eidem diſtantiæ normale perpendiculares, & vice linearum motus in diverſis planis poſitarum adhibendo, lineas, perpendiculares dimiſſas jungentes, & in eodem plano poſitas, ut demonſtratio in hac propoſitione adhibita iſti caſui applicari poſſit.

Coroll. (2.) Si puncta utraque in eandem partem progrediantur, etiam & punctum dividens in eandem partem progredietur: Si punctorum alterum in hanc, al-

terum vero in contrariam partem moveatur, punctum dividens aut in hanc aut in contrariam partem tardius movebitur; prout celeritatis majoris, aut a puncto *K* diſtantiæ rationes poſtulaverint. Vel demum, ſi rationes iſtæ ſint æqualitatis, & in neutram partem prævaleant, punctum dividens in neutram partem movebitur, ſed omnino quieſcet. Unde in omni caſu punctum iſtud dividens *K* aut quieſcet, aut movebitur uniformiter in linea recta.

(25.) Commune centrum gravitatis ſyſtematis corporum ab actionibus corporum inter ſe, (ſive attractiones ſint, ſive impulſus) non mutat ſtatum ſuum vel motus vel quietis; & propterea corporum omnium in ſe mutuo agentium (excluſis actionibus & impedimentis aut externis, aut aliunde arceſſitis) Commune centrum gravitatis vel quieſcit, vel movetur uniformiter in directum.

Nam ſi duo corpora vel puncta ut *C. D.* progrediantur uniformi cum motu in lineis rectis *AC. BD*, & eorum diſtantia *C D* dividatur in ratione data; (uti linea per corporum motorum centra gravitatis ſemper tranſiens a communi utriuſque gravitatis centro *K*, in ratione data, nimirum corporibus reciproca, dividitur) commune illud gravitatis centrum *K* aut quieſcet, aut movebitur uniformiter in linea recta *KH*. Ergo ſi corpora quotcunque moveantur uniformiter in lineis rectis, commune centrum duorum quorumvis vel quieſcit, vel progreditur uniformiter in linea recta; propterea quod linea horum corporum centra in rectis uniformiter progredientia jungens dividitur ab hoc communi duorum gravitatis centro in ratione data. Similiter & commune centrum gravitatis horum duorum & tertii cujuſvis vel quieſcit, vel progreditur uniformiter in linea recta; propterea quod ab eo dividitur diſtantia gravitatis centri communis corporum duorum & centri corporis tertii in data ratione, corpori nempe & ſyſtemati duorum corporum reciproca: Nam commune gravitatis centrum duorum in recta uniformiter progreditur, atque adeo

Vid. Fig. p. 69. & Fig. p. 70.

pari

pari ratione ac centrum cujuſvis corporis eſt habendum. Eodem modo commune centrum gravitatis horum trium & quarti cujuſvis vel quieſcit vel progreditur uniformiter in linea recta; propterea quod ab eo dividitur diſtantia inter centrum gravitatis commune trium,& centrum gravitatis quarti in data ratione, corpori nempe & ſyſtemati trium corporum reciproca: & ſic porro in infinitum. Igitur in ſyſtemate corporum, quæ actionibus in ſe invicem aliiſque omnibus in ſe extrinſecus impreſſis omnino vacant, adeoque vel quieſcunt, vel moventur ſingula uniformiter in rectis ſingulis, commune omnium centrum gravitatis vel quieſcit, vel movetur uniformiter in directum. Porro in ſyſtemate duorum corporum in ſe invicem agentium, cum diſtantiæ centrorum utriuſque a communi amborum gravitatis centro ſint reciproce ut corpora, erunt motus relativi corporum eorundem ſive ex attractione, ſeu vi centripeta; ſive impulſu, ſeu vi centrifuga accedendi ad centrum illud vel ab eodem centro recedendi æquales inter ſe, & velocitas acceſſus vel receſſus corporibus reciproce proportionales; hoc eſt diſtantiis a centro gravitatis amborum directe proportionales. Unde ex iſtis actionibus augebitur vel minuetur diſtantia ab illo centro proportionaliter: Proindeque centrum illud a motuum æqualibus mutationibus in partes contrarias factis, atque adeo ab actionibus horum corporum inter ſe, ſive ſe mutuo trahant ſive fugent, nec promovetur, nec retardatur, nec mutationem patitur in ſtatu ſuo quoad motum vel quietem. In ſyſtemate autem corporum plurium, quoniam duorum quorumvis in ſe mutuo agentium commune gravitatis centrum ob actionem illam nullatenus mutat ſtatum ſuum, & reliquorum, quibuſcum actio illa intercedit, commune gravitatis centrum nihil inde patitur, diſtantia autem horum duorum centrorum dividitur a communi corporum omnium centro in partes, ſummis totalibus corporum quorum ſunt centra gravitatis, reciproce proportionales; adeoque centris illis duobus

bus ſtatum ſuum movendi vel quieſcendi ſervantibus, commune omnium centrum gravitatis ſervat etiam ſtatum ſuum; manifeſtum eſt quod commune illud omnium centrum ob actiones binorum corporum inter ſe nunquam mutat ſtatum ſuum quoad motum & quietem. In tali autem omnium ſyſtemate actiones omnes corporum inter ſe vel inter bina ſunt corpora, ubi nihil ſtatus centri gravitatis ſyſtematis mutatur; uti jam vidimus; vel ab actionibus inter bina compoſitæ, & propterea communi omnium gravitatis centro mutationem in ſtatu motus ſui vel quietis nunquam inducent. Nam ſi ab Actione *A* in *B* ſtatus centri gravitatis nihil perturbetur, & ab actione *C* in *B* nihil perturbetur; neque ſane a conjunctis *A* & *C* actionibus in *B* ſtatus ille centri gravitatis perturbabitur. Quare cum centrum illud commune gravitatis ubi corpora non agunt in ſe invicem, vel quieſcit, vel in recta aliqua progreditur uniformiter, perget idem, non obſtantibus corporum actionibus inter ſe, vel ſemper quieſcere, vel ſemper progredi uniformiter in directum; niſi a viribus in ſyſtema extrinſecus impreſſis deturbetur de hoc ſtatu. Eſt igitur ſyſtematis corporum plurium lex eadem quæ corporis ſolitarii quoad perſeverantiam in ſtatu motus vel quietis. Motus enim progreſſivus ſeu corporis ſolitarii, ſeu ſyſtematis corporum ex motu centri gravitatis æſtimari ſemper debet.

Octob. 30. 1704.

VIII.

(26.) CORPORUM dato ſpatio incluſorum, & proinde motum ipſius participantium iidem ſunt motus inter ſe ſive ſpatium illud quieſcat, ſive moveatur idem uniformiter in directum, abſque motu circulari.

Nam

Nam differentiæ motuum tendentium ad eandem partem, & ſummæ tendentium ad contrarias eædem ſunt ſub initio in utroque caſu (ex hypotheſi,) & ex his ſummis vel differentiis oriuntur congreſſus & impetus, quibus corpora ſe mutuo feriunt. [ex ſummis nimirum in corporum ad partes contrarias tendentium, & ex differentiis in corporum ad eaſdem partes tendentium occurſibus.] Ergo per Legem 4. æquales erunt congreſſuum effectus in utroque caſu, & propterea manebunt motus inter ſe in uno caſu æquales motibus inter ſe in altero. Communis enim ſpatii corporumque incluſorum & uniformis motus in eandem plagam tendens, aut omnia æqualiter accelerando, ut in iis quæ in eandem cum ſpatio partem tendunt; aut quantum uni detrahit, addendo alteri, ut in iis quæ in partes contrarias tendunt, nullatenus mutabit occurſuum vires. Idem comprobatur experimento luculento; motus enim omnes eodem modo ſe habent in navi, ſive ea quieſcat, ſive moveatur uniformiter in directum.

(27.) Si corpora moveantur quomodocunque inter ſe, & a viribus acceleratricibus æqualibus ſecundum lineas parallelas urgeantur, pergent omnia eodem modo moveri inter ſe ac ſi viribus illis non eſſent incitata.

Nam vires illæ æqualiter, pro quantitatibus movendorum corporum, & ſecundum lineas parallelas agendo, corpora omnia æqualiter quoad velocitatem movebunt; adeoque nunquam mutabunt poſitiones & motus eorum inter ſe.

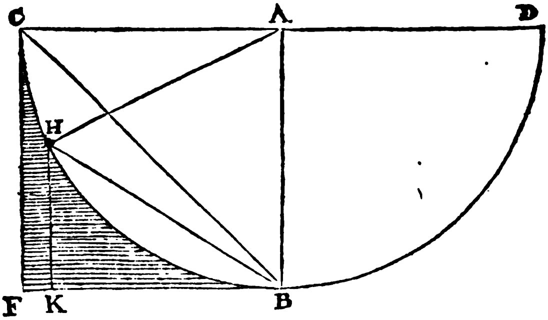
Lemma ad Experimenta proxime memoranda.

Velocitas corporis penduli in puncto circuli deſcripti infimo eſt ſemper ut Chorda arcus quē cadendo deſcripſit.

Eſto angulus *CAB* rectus, *C* vel *H* mobile filo eodem *CA* vel *HA* a centro *A* ſuſpenſum, & per arcum *CB* vel *HB* deſcenſurum; Dico quod velocitas Corporis *C* in puncto infimo *B*, eſt ad velocitatem corporis *H* in eodem puncto, ſive potius velocitas ejuſdem corporis primo per arcum *CB* & deinde per arcum *HB* cadentis

cadentis, ut chorda *CB*, ad chordam *HB*. Eſt enim, ut mox demonſtrabimus, velocitas * corporis per arcum *CB* decidentis, in puncto infimo *B*, (qua nimirum corpus pergeret moveri ſecundum lineam rectam circulum in *B* tangentem, ſi in *B* filum relinqueret,) eadem atque ea quam haberet in puncto *F*, ſi perpendiculariter per *CF* decidiſſet. Et eadem ratione eſt velocitas corporis per arcum *HB* deſcendentis eadem atque ea quam haberet in puncto *K* ſi perpendiculariter per *HK* decidiſſet: [eadem nemper celeritate per ſpatia in-

* *Per Coroll. 5. Prop. 6. infra.*



ter parallela plana impreſſa, ſive tranſitus per eadem plana ſit perpendicularis, ut in corporibus cadentibus per lineas rectas horizonti perpendiculares; ſive ſit obliquus, ut in corporibus pendulis arcus circulares deſcribentibus, uti inferius patebit plenius.] Eſt itaque Velocitas Corporis per arcum *CB* deſcendentis, ad velocitatem corporis per arcum *HB* deſcendentis, ut Velocitas corporis per *CF* decidentis, ad velocitatem corporis per *HK* decidentis. Sed eſt † velocitas corporis per *CF* decidentis, ad velocitatem corporis per *HK* decidentis, in ſubduplicata ratione lineæ *CF* ad lineam *HK*, uti infra demonſtrabitur: & eſt quoque * Chorda *CB*, ad Chordam

† *Per Coroll. Prop. 4. infra.*

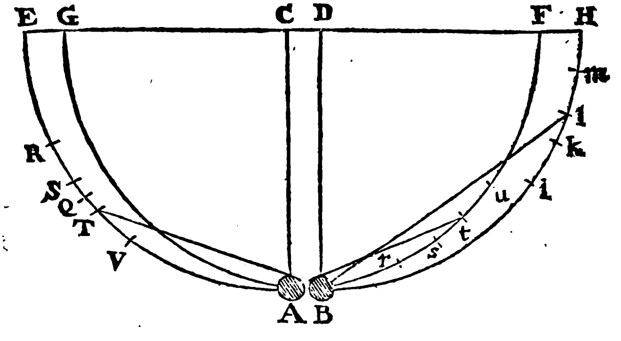
* *Per Prop. 2. infra.*

dam *HB*, in eadem ſubduplicata ratione lineæ *CF*, ad lineam *HK*; uti infra quoque demonſtrabitur. Unde ſequitur, Velocitatem Corporis per arcum *CB* deſcendentis, ad velocitatem corporis per arcum *HB*, deſcendentis, in puncto infimo *B*, eſſe ut eſt Chorda arcus *CB*, ad Chordam arcus *HB*. *Q. E. D.*

Corollarium. Hinc corrigendus eſt Cl. Hugenii, ſeu potius Editorum error, rationem velocitatis in puncto infimo *B* eandem eſſe ac ipſarum linearum *CF* & *HK* ſupponentium; cum ſit in earundem tantum ratione ſubduplicata; uti jamjam ex ipſius Hugenii principiis demonſtravimus.

De *Vi Centrifuga.* P. 426, 427.

Scholium Generale. Veritas harum legum olim comprobata fuit a D^no^. Chriſtophero Wrenno per experimentum pendulorum, coram Societate Regali; quod etiam Cl. Mariottus libro integro exponere mox dignatus eſt. Verum ut hoc experimentorum genus cum Theoriis ad amuſſim congruat, habenda eſt ratio non tantum vis elaſticæ corporum pendulorum, ſed etiam & reſiſtentiæ aeris. Pendeant corpora *A* & *B* filis parallelis *AC* &



BD a centris *C* & *D*: His centris & intervallis æqualibus deſcribantur ſemicirculi *EAF GBH*, radiis *CA* & *DB* reſpective biſecti. Trahatur corpus *A* ad arcus *EAF* punctum quodvis *R*, & ſubducto corpore *B* demit-

demittatur inde, redeatque poſt unam oſcillationem integram [ex itu & reditu compoſitam] ad punctum *V*. Eſt *RV* retardatio ex reſiſtentia aeris. Hujus *RV* fiat *ST* pars quarta ſita in medio, & ſit *RQ* æqualis ipſi *QV*, & *ST* exhibebit retardationem in deſcenſu ab *S* ad *A* quam proxime. Nam ſi in duplici tum aſcenſu tum deſcenſu retardatio ſit *RV*, erit retardatio in deſcenſu uno vel uno aſcenſu ejus pars quarta; & cum arcus bini ſint majores & bini minores quam arcus *QA*, reſiſtentia aeris neque in arcubus maximis, neque in minimis ſumenda eſt, ſed in mediocri. Unde pars quarta *ST* neque ad punctum ſupremum *R*, neque ad infimum *V*, ſed in medio inter utrumque eſt collocanda. Reſtituatur jam corpus *B* in locum ſuum: Cadat corpus *A* de puncto *S*, & velocitas ejus in loco reflexionis *A* abſque errore ſenſibili, tanta erit ac ſi in vacuo de loco *T* cecidiſſet; corpore *A* altius paulo cadendo aeris reſiſtentiam compenſante: Exponatur itaque juxta Lemma jam demonſtratum hæc corporis in puncto *A* velocitas per chordam arcus *TA*. Poſt reflexionem perveniat corpus *A* ad locum *s*, & corpus *B* ad locum *k*, ſive elaſtica ſint corpora, ſive non. Tollatur corpus *B*, & inveniatur locus *u* a quo ſi corpus *A* demittatur, & poſt unam integram oſcillationem ad locum *r* redeat, ſit *st* pars quarta ipſius *ru*, ſita etiam ut prius in medio: Et per chordam arcus *tA* exponatur velocitas quam corpus *A* proxime poſt reflexionem habuit in loco *A*: nam *t* erit ille locus verus & correctus ad quem corpus *A*, ſublata aeris reſiſtentia, aſcendere debuiſſet. Simili methodo corrigendus erit locus *k*, ad quem corpus *B* aſcendit, & inveniendus locus *l* ad quem corpus illud aſcendere debuiſſet in vacuo. Hoc pacto omnia hujuſmodi experimenta licet perinde experiri ac ſi in vacuo conſtituti eſſemus. Tandem ducendum erit corpus *A* in chordam *TA*, quæ velocitatem ejus exhibet, ut habeatur motus ejus in loco *A* proxime ante reflexionem; deinde in chordam *tA*, ut habeatur motus ejus in loco

A proxime

A proxime poſt reflexionem; & ſic corpus *B* ducendum erit in chordam *Bl*, ut habeatur motus ejus proxime poſt reflexionem, & ſimili methodo ubi corpora duo ſimul demittuntur de locis diverſis, inveniendi ſunt motus utriuſque tam ante quam poſt reflexionem, & tum demum conferendi ſunt motus inter ſe, & colligendi effectus reflexionis. Hoc modo in pendulis pedum decem rem tentando, idque in corporibus tam inæqualibus quam æqualibus, & faciendo ut corpora de intervallis ampliſſimis, puta pedum octo, duodecim, vel ſedecim, concurrerent, reperit ſemper Cl. Newtonus, ſine errore trium digitorum in menſuris, ubi corpora directe ſibi mutuo occurrebant, quod in partes contrarias mutatio motus erat æqualiter corpori utrique illata, atque adeo quod actio & reactio, juxta legem 5^{m}. ſemper erant æquales. Ut ſi corpus *A* incideret in Corpus *B* quieſcens cum novem partibus motus, & amiſſis inter collidendum ſeptem partibus, pergeret poſt reflexionem cum duabus; Corpus *B* reſiliebat cum partibus iſtis ſeptem. Si corpora obviam irent, *A* cum duodecim partibus, & *B* cum ſex, & rediret *A* cum duabus, redibat *B* cum octo; facta nimirum ſubductione partium quatuordecim utrinque. De motu ipſius *A* ſubducantur partes duodecim, & reſtabit nihil; ſubducantur aliæ duæ partes, & fiet motus duarum partium in plagam contrariam. Et ſic de motu corporis *B* partium ſex, ſubducendo partes quatuordecim, fient partes octo in plagam contrariam. Quod ſi corpora irent ad eandem plagam, *A* velocius cum partibus quatuordecim, & *B* tardius cum partibus quinque, & poſt reflexionem pergeret *A* cum quinque partibus, pergebat *B* cum quatuordecim, facta tranſlatione partium novem de corpore *A* in corpus *B*; & ſic in reliquis. *A* congreſſu & colliſione corporum nunquam mutabatur quantitas motus quæ ex ſumma motuum conſpirantium, & differentia contrariorum colligebatur. Namque error digiti unius & alterius in menſuris difficultati ſingula ſatis accurate

curate peragendi eſt omnino tribuendus. Difficile erat tum pendula ſimul dimittere, ſic ut corpora in ſe mutuo impingerent in loco ipſo infimo *A B*; tum loca *s* & *k* notare ad quæ corpora aſcendebant poſt concurſum; ſed in ipſis pilis, quibus utendum erat, inæqualis partium denſitas, & textura aliis de cauſis irregularis errores aliquales ut inducerent erat neceſſe. Porro nequis objiciat regulam ad quam probandam inventum eſt hoc experimentum præſupponere corpora vel abſolute dura eſſe, vel ſaltem perfecte elaſtica, cujuſmodi nulla forte reperiuntur in compoſitionibus naturalibus, addimus quod experimenta jam deſcripta ſuccedunt in corporibus mollibus æque ac in duris vel elaſticis, nimirum a conditione duritiei vel elaterii neutiquam pendentia. Nam ſi conditio illa in corporibus non perfecte duris vel elaſticis tentanda eſt, debebit ſolummodo reflexio minui in certa proportione pro quantitate vis elaſticæ diminutæ. In Theoria Wrenni & Hugenii corpora abſolute dura redeunt ab invicem cum velocitate congreſſus relativa: Sed cum Cl. Walliſio omnino dicendum hoc in perfecte elaſticis tantum obtinere; & alias prorſus in corporibus non elaſticis, ſive mollibus, ſive duris, quam in elaſticis leges valere aſſerendum; prout ex olim expoſitis eſt abunde manifeſtum. Speciatim vero corpora illa ſolum quæ ſunt perfecte elaſtica poſt colliſiones mutuas redeunt ab invicem cum velocitate congreſſus, ſecundum motus Legem 16^m. eodem ſpectantem, prout in prioribus expoſuimus. In imperfecte elaſticis velocitas reditus minuenda eſt ſimul cum vi elaſtica, & in ejuſdem diminutæ ratione, propterea quod vis illa elaſtica (niſi ubi partes corporum ex congreſſu læduntur, vel extenſionem aliqualem quaſi ſub malleo patiuntur) videtur eſſe in ſe certa & determinata, faciatque corpora redire ab invicem cum velocitate relativa quæ ſit ad velocitatem relativam concurſus in data ratione. Id in pilis ex lana arcte conglomerata & fortiter conſtricta ſic tentavit Newtonus: Primum demittendo

pendula

pendula & menſurando reflexionem invenit quantitatem vis elaſticæ; deinde per hanc vim calculo determinavit reflexiones in aliis concurſuum caſibus expectandas, & reſpondebant experimenta. Redibant ſemper pilæ ab invicem cum velocitate relativa quæ eſſet ad velocitatem relativam concurſus ut numerus quinarius ad novenarium. Pilæ ex chalybe fere erant perfecte elaſticæ, redibant enim propemodum cum velocitate concurſus; aliæ ex ſubere cum paulo minore: in vitreis autem proportio erat ut quindecim ad ſedecim circiter. Atque hoc pacto Lex quinta quoad ictus & reflexiones per Theoriam Walliſianam comprobata eſt: quæ cum experientia plane congruit. In attractionibus etiam obtinere hanc regulam, quod ſcilicet quantitas motus quæ colligitur capiendo ſummam motuum factorum ad eandem partem, & differentiam factorum ad contrarias non mutatur ab actione corporum inter ſe, breviter hoc in loco oſtendebat Newtonus, cujus in hac cauſa ratiocinium olim ſub Lege quinta expendimus; atque adeo idem impræſentiarum miſſum faciemus, & ad reliqua hic loci à Newtono obſervata accedemus. Ut itaque corpora in concurſu & reflexione idem pollent quorum velocitates ſunt reciproce ut vires inſitæ, ſive ipſa corpora, uti ex Lege 8ª. & 17ª. & Hugenii Propoſitione 8ᵛᵃ intelligi poteſt, ſic in movendis inſtrumentis mechanicis agentia idem pollent, & conatibus contrariis ſe mutuo ſuſtinent, quorum velocitates, ſecundum determinationem virium æſtimatæ, ſunt reciproce ut vires: Sic pondera æquipollent ad movenda brachia libræ quæ oſcillante libra ſunt reciproce ut eorum velocitates ſurſum & deorſum; hoc eſt, pondera ſi recta aſcendunt & deſcendunt æquipollent ſibi invicem quæ ſunt reciproce ut punctorum à quibus ſuſpenduntur diſtantiæ ab axe libræ. Sin planis obliquis aliiſve admotis obſtaculis impedita aſcendunt vel deſcendunt oblique, pondera æquipollent quæ ſunt ut aſcenſus & deſcenſus, quatenus facti ſecundum perpendiculum, idque

adeo ob determinationem gravitatis deorſum. Similiter in Trochlea ſeu Polyſpaſto vis manus funem directe trahentis, quæ ſit ad pondus vel directe vel oblique aſcendens, ut velocitas aſcenſus perpendicularis, ad velocitatem manus funem trahentis, ſuſtinebit pondus in æquilibrio. In horologiis & ſimilibus inſtrumentis, quæ ex rotulis commiſſis conſtructa ſunt, vires contrariæ ad motum rotularum promovendum & impediendum ſi ſunt reciproce ut velocitates partium rotularum in quas imprimuntur ſuſtinebunt ſe mutuo. Vis cochleæ ad premendum corpus, eſt ad vim manus manubrium circumagentis, ut circularis velocitas manubrii ea in parte ubi a manu urgetur, ad velocitatem progreſſivam cochleæ verſus corpus preſſum. Vires quibus cuneus urget partes duas ligni fiſſi, eſt ad vim mallei in cuneum, ut progreſſus cunei ſecundum determinationem vis a malleo in ipſum impreſſæ, ad velocitatem qua partes ligni cedunt cuneo ſecundum lineas faciebus cunei pependiculares: & par eſt ratio machinarum omnium. Harum efficacia & uſus in eo ſolo conſiſtit ut diminuendo velocitatem, augeamus vim, & contra. Unde ſolvitur in omni aptorum inſtrumentorum genere Problema illud decantatum, *Datum pondus data vi quacunque movendi*, aliamve datam reſiſtentiam vi data quantulacunque ſuperandi. Nam ſi machinæ ita formentur ut velocitates agentis & reſiſtentis ſint reciproce ut vires, Agens reſiſtentiam ſuſtinebit, & majori cum velocitatum diſparitate eandem vincet: Certe ſi tanta ſit velocitatum diſparitas ut vincatur etiam reſiſtentia omnis quæ tam ex contiguorum & inter ſe labentium corporum attritione, quam ex continuorum & ab invicem ſeparandorum cohæſione, & elevandorum ponderibus oriri ſolet, ſuperata omni ea reſiſtentia vis redundans accelerationem motus ſibi proportionalem partim in partibus machinæ, partim in corpore reſiſtente producet. Cæterum mechanicam tractare non eſt hujus inſtituti: Hiſce autem ſaltem oſtendimus quam late pateat, quamque certa

certa ſit lex motus quinta prius expoſita. Nam ſi æſtimetur Agentis actio ex ejus vi & velocitate conjunctim, & reſiſtentis reactio ex ejus partium ſingularum velocitatibus & viribus reſiſtendi, ab earum attritione, cohæſione, pondere, & acceleratione oriundis, erunt actio & reactio in omni inſtrumentorum uſu ſibi invicem ſemper æquales; & quatenus actio propagatur per inſtrumentum, & ultimo imprimitur in corpus omne reſiſtens, ejus ultima determinatio determinationi reactionis ſemper erit contraria.

Corollarium. Ex veris hiſce motuum legibus jam ſatis illuſtratis & probatis, apparent plus ſatis craſſi Carteſii de iiſdem errores. Cujus leges motuum tantum abeſt quod cum veris legibus ubique congruant, ut potius è contra ab iiſdem ubique fere diſcrepare deprehendantur. Nec mirum proinde, ſi in reliquis naturæ phænomenis pariter hallucinatus fuerit. Expoſitis jam motuum Legibus, ad Propoſitiones eſt deveniendum.

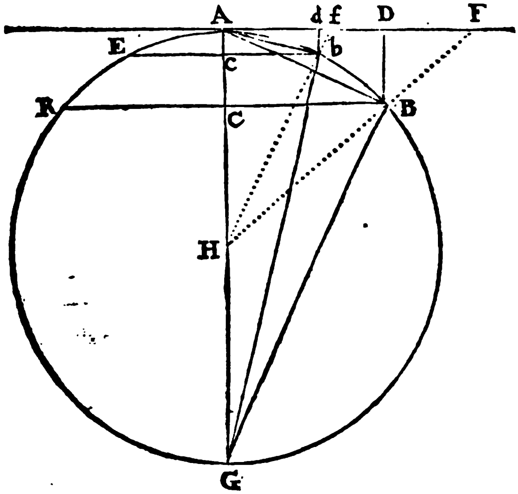
Novemb. 6. 1704.

IX.

PROPOSITIONES.

I. RATIO ultima tangentis & ſubtenſæ ſeu chordæ ad arcum curvilineum eiſdem competentem, ubi arcus quam minimus vel evaneſcens accipitur, eſt in ratione æqualitatis; hoc eſt tangens, arcus, & chorda in unam & eandem lineam deſinunt ſive coaleſcunt. Et idem de ſinu eſt intelligendum. In figura præſente ſit *Ab* arcus circuli vel alterius curvæ quam minimus; ſit *Af* tangens ejus, & *Ab* ſubtenſa; ſcire itaque velim, quænam ſit harum linearum ad invicem ratio, ſi ad punctum *A* quam proxime ſumantur, ſive ubi punctum *b* cum puncto *A* quaſi coaleſcit: & dico, quod arcus

ratio ſive ad tangentem ſupra, ſive ad ſubtenſam infra ſit ratio æqualitatis. Etenim ex natura curvarum liquet omnem inter tangentem & ſubtenſam arcus cujuſvis differentiam a longitudine arcus intermedii oriri, & eo ſemper majorem eſſe differentiam, quo arcus major accipitur, eo minorem quo arcus minor accipitur; unde ſequitur quod in arcu quam minimo erit quam minima differentia, & in arcu infinite parvo, qualem nunc volumus, erit differentia infinite parva, ſive nulla. Et ſi differentia inter tangentem & ſubtenſam ſit nulla, multo magis nulla erit inter tangentem & arcum inter-



medium, ſive inter ſubtenſam & arcum intermedium differentia, cum arcus iſte ſit longitudinis inter tangentem & ſubtenſam ubique intermediæ. Et hanc ſubtenſarum, arcuum, & tangentium, quin & ſinuum minimorum æqualitatem omnis Geometrarum ætas ſuppoſuit & agnovit, dum curvarum figurarum perimetros tanquam polygonorum latera innumera, ubi inſcriptæ & circumſcriptæ figuræ, evaneſcente differentia, coaleſcerent, conſiderarunt.

Corol-

Corollarium. Si itaque demonſtratum fuerit angulorum contactus ſubtenſas *db DB* eſſe inter ſe ſemper in ratione ſubtenſarum *Ab AB* duplicata, uti ſtatim demonſtrabitur, exinde quoque ſequetur eaſdem ſubtenſas evaneſcentes eſſe etiam in ipſorum arcuum conterminorum *Ab AB* vel ſinuum *cb CB* ratione duplicata, quoniam ſubtenſa *Ab* cum arcu *Ab* vel ejuſdem ſinu *cb*, & ſubtenſa *AB* cum arcu *AB* vel ejuſdem ſimul *CB* eo in caſu omnino coincidit & coaleſcit; uti jamjam oſtendimus.

II. Angulorum contactus in circulis Subtenſæ ſunt ſemper in duplicata ratione ſubtenſarum arcuum conterminorum.

Sint apud figuram eandem arcus duo quilibet *AB* & *Ab*; ſubtenſæ anguli contactus, tangenti perpendiculares, *DB* & *db* (æquales nempe ſinubus verſis eorundem arcuum *AC* & *Ac*;) ſubtenſæ ſive chordæ arcuum etiam *AB* & *Ab*: His arcuum ſubtenſis lineæ a puncto *G* ductæ *GB* & * III. 31. *Elem.*
Gb erunt * perpendiculares, complectantur rectangula *ADBC* & *Adbc*. Eſt autem *AB* quadratum † æquale rectangulo *AG* in *AC* vel *DB*; & pariter eſt *Ab* † VI. 8. *Elem. cum* VI. 17. *Elem.*
quadratum æquale rectangulo *AG* in *Ac* vel *db*. Atque adeo eſt ratio *AB* quadrati, ad *Ab* quadratum, eadem quæ rectanguli *AG* in *DB*, ad rectangulum *AG* in *db*, hoc eſt * eadem quæ lineæ *DB*, ad lineam * VI. 1. *Elem.*
db. *Q.E.D.*

Corollarium. Eſt itaque ſubtenſa anguli contactus quævis *DB* vel *db* æqualis chordæ quadrato, ad circuli diametrum applicato. Eſt enim ut *AG* ad *AB*, ita *AB* ad *AC* vel *DB*; unde per auream regulam $BD = \frac{AB \times AB}{AG}$, ſive $= \frac{ABq}{AG}$. Et pariter *AG* ad *Ab*, ut *Ab* ad *Ac* vel *db*; unde $db = \frac{Abq}{AG}$. *Q.E.D.*

Coroll. (2.) In minimis lentium ſegmentis altitudines ſeu axes ſegmentorum *AC* & *Ac* eandem inter ſe rationem habere cenſendæ ſunt quam baſium ſive aperturarum *Eb* & *RB*, &c. quadrata. Eandem enim rationem habere *AC* & *Ac* oſtendimus quam habent ſubtenſarum quadrata; & cum in arcubus perexiguis ſubtenſæ vel ſinus eorumve dupla *RB* & *Eb* ſint fere inter ſe in eadem ratione, ſequitur & altitudines *AC* & *Ac* eandem fere rationem habere quam habent ſinuum duplorum *RB* & *Eb*, hoc eſt, aperturarum quadrata. *Q.E.D.*

Vid. Fig. p. 84.

Coroll. (3.) In angulis perexiguis exceſſus ſecantium ſupra radium ſunt etiam ut ſubtenſarum vel ſinuum, vel tangentium, vel etiam arcuum quadrata quam proxime. Exceſſus enim iſti *bf* & *BF* in iſto caſu cum ſubtenſis anguli contactus *bd* & *BD* quaſi coincidunt; atque adeo eandem fere cum iis rationem obtinent inter ſe. Sic ſane apud ſecantium tabulas videre eſt quod poſito radio circuli partium æqualium 10.000.000 exceſſus ſecantis minutorum duorum primorum eſt partium duarum, & exceſſus ſecantis minutorum quatuor primorum eſt partium octo: unde ſecantis prioris & radii differentia, eſt differentiæ ſecantis poſterioris arcus dupli & radii quadrupla; hoc eſt differentiæ iſtæ ſunt inter ſe ut arcuum quadrata, & ſic fere in reliquis.

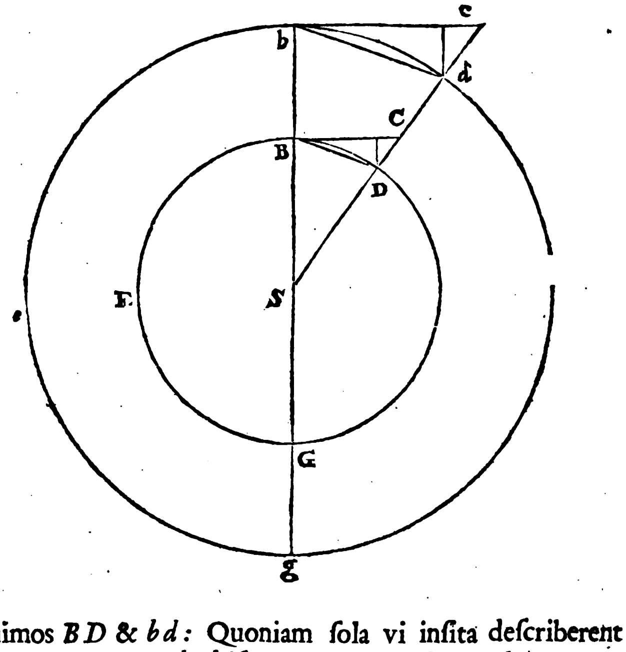
Vid. Fig. p. 84.

Coroll. (4.) Subtenſæ evaneſcentes anguli contactus ſunt ultimo in ratione duplicata arcuum conterminorum: Sunt enim ex prius demonſtratis ubique in ratione chordarum duplicata: Sed cum chordæ in arcus ultimo deſinant, hoc eſt, in diſtantiis infinite parvis cum iiſdem coincidant, & iiſdem æquentur, ut ſupra demonſtravimus, ſubtenſæ illæ erunt pari ratione hoc in caſu in ratione ipſorum arcuum duplicata.

Coroll. (5.) Unde quoque in eodem caſu ex corollario hujus propoſitionis primo erit ſubtenſa evaneſcens anguli contactus æqualis arcus ipſius quadrato, ad circuli diametrum applicato.

Coroll.

Coroll. (6.) Hinc colligitur nobile illud & fundamentale Newtoni, quin & Hugenii Theorema; Quod ſcilicet in circulari corporis motu vires centripetæ, ſive gravitates in centrum ſunt ubique ut arcuum ſimul deſcriptorum, vel velocitatum quadrata, applicata ad circulorum diametros vel radios. Deſcribant nempe corpora *B* & *b* in circumferentiis circulorum *BD* ad *bd* gyrantia ſimul, & eodem dato tempore, arcus quam mi-



nimos *BD* & *bd*: Quoniam ſola vi inſita deſcriberent tangentes *BC* & *bc* hiſce arcubus æquales, per legem motus primam, manifeſtum eſt, quod vires centripetæ ſunt quæ perpetuo retrahunt corpora de tangentibus ad circumferentias circulorum, atque adeo hæ ſunt ad invicem in ratione prima linearum naſcentium *CD* & *cd*; hoc eſt, ut $\frac{BDq}{BG}$ ad $\frac{bdq}{bg}$; vel ſumptis diviſorum di-

midiis, ut $\frac{BDq}{BS}$ ad $\frac{bdq}{bS}$. & ob tempora periodica in arcuum ſimul deſcriptorum ratione reciproca, erunt vires illæ ut temporum periodicorum quadrata ducta in circulorum radios. Sin circuli ſint inter ſe æquales, ob datas diametros, vires iſtæ erunt inter ſe ut ipſa arcuum ſimul deſcriptorum vel velocitatum quadrata, uti olim plenius oſtendemus.

Prop. 10. *infra.*

Coroll. (7.) Præcedentis corollarii beneficio colligitur proportio vis centripetæ ad vim quamlibet notam, qualis eſt ea gravitatis. Nam cum vis illa quo tempore corpus percurrit lineam *B C*, ſive arcum eidem æqualem, impellat ipſum per lineam *CD*; quod ipſo motus initio æquale eſt quadrato arcus iſtius *BD* ad circuli diametrum applicato; & cum corpus omne vi eadem in eandem ſemper plagam continuata deſcribat ſpatia in duplicata ratione temporum, uti illico demonſtrabitur, vis illa quo tempore corpus revolvens arcum quemvis datum deſcribit efficiet ut corpus idem recta progrediens deſcribat ſpatium quadrato arcus illius ad circuli diametrum applicato æquale: adeoque eſt ad vim gravitatis ut ſpatium illud ad ſpatium quod grave cadendo eodem tempore deſcribit. Exempli gratia ex pendulorum experimentis, & aliis etiam modis conſtat corpora quæcunque in loco vacuo pedes Anglicos 16, 14. ſcrupulo ſecundo ex vi gravitatis cadendo deſcribere; ſcire velim quam rationem vires centripetæ, quibus Luna in orbita ſua retinetur, habeant ad vim noſtram gravitatis: quam ut obtinere queam arcus orbitæ Lunaris ſcrupulo ſecundo deſcripti quadratum per ejuſdem orbitæ diametrum eſt dividendum, ut lineam quam Luna, ſi motu circulari abrupto tanquam grave deſcenderet, interea deſcriberet, inveſtigemus. Diſtantia Lunæ mediocris à centro Telluris eſt circiter ſemidiametri terreſtris ſexagecupla, ſive pedum Anglicorũ 1257.696.000.

Prop. (4.) *infra.*

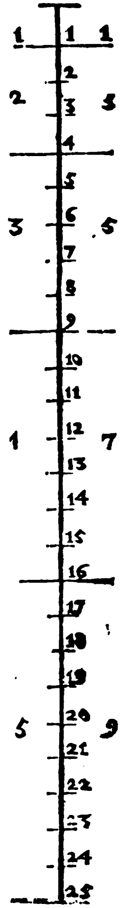
Ejus

Ejus proinde orbitæ circumferentia, ſi ad circularem reducamus, erit circiter pedum 7.897.834.380: quam peripheriam cum Luna ſpatio menſis periodici, ſive ſpatio 27 dierum 7 horarum & 43 ſcrupulorum primorum, hoc eſt, ſecundis ſcrupulis 2.360.580 conficiat, dividatur circumferentia 7.897.834.380 per ſcrupula ſecunda eidem competentia 2.360.580, & Quotus 3.346 dabit longitudinem arcus à Luna ſcrupulo ſecundo deſcripti, pedibus nempe Anglicis exhibitam; cujus quadratum 11.128.976 per diametrum 2.515.392.000 diviſum exhibebit ⌊00.443 partes pedis Anglici Centimilleſimas, ſcrupulo ſecundo a Luna cadente deſcribendas, & ſcrupulo primo 16⌊1 pedes circiter; eſt ergo vis centripeta ſive gravitas Lunæ ad vim centripetam corporum apud nos in ſuperficie telluris ut ⌊00.443, partes Centimilleſimæ unius pedis ad 16⌊1 pedes, hoc eſt, fere ut 1 ad 3.600. Atque adeo vis gravitatis verſus terram ad Lunæ diſtantiam eſt pars tantum termilleſima ſexcenteſima vis gravitatis apud nos.

III. Corporis, urgente quacunque vi uniformi accelerati, velocitates ſunt inter ſe ut tempora quibus vis illa uniformis imprimitur; hoc eſt, duplo tempore dupla velocitas, triplo tempore tripla velocitas, quadruplo quadrupla obtinebitur. Si enim vis accelerans ſit æquabilis & uniformis, ut hic ſupponitur, corpuſque adeo ſive prius quieſcat, ſive celeritate quacunque moveatur, & æquales perinde velocitatis gradus & augmentum æquale æquali tempore accipiat, manifeſtum eſt velocitatem corporis tempori eſſe ad amuſſim ubique proportionalem: ſi enim prima quavis temporis particula data certam quamvis velocitatem vis illa generare potuerit, conſimilem certe & æqualem velocitatem ſecunda æquali temporis particula generare poterit; conſimilem etiam & æqualem tertia æquali temporis particula generabit; atq; ita quarta, quinta, *&c.* temporis particula in infinitum. Unde in-

integra velocitas erit ubique ut temporis ſpatium quo vis illa generans corpori imprimitur. *Q. E. D.*

Corollarium. Cum itaque per experimenta conſtet, corpora quævis vi gravitatis accelerata velocitatis incrementa tempori proportionalia ubique ſumere, liquet vim gravitatis uniformiter agere, atque corpora celerrime deſcendentia æque afficere atque quieſcentia: Unde corporum gravitas nulli aeris preſſioni, vel ætheris impulſui, vel materiæ cujuſvis ad motum conatui mechanico aſcribi debet. Omnes enim hujuſmodi impulſus vel conatus corpus quieſcens maxime urgerent, & quo celerius moveretur corpus, eo minus uſque & uſque urgere poterant, donec tandem celeritate genita impulſui generanti æquali facta, ceſſaret omnis impulſus, nec ulla motus acceleratio deinde ſequeretur.



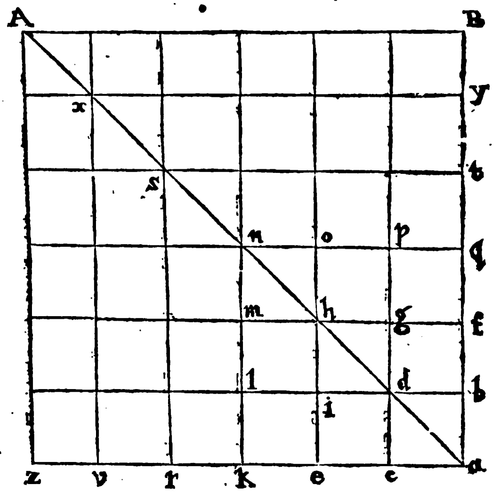
Lemmata ad Propoſitionem (4.)

(1.) NUmeri impares ſibi continuo additi numeros omnes quadratos conficiunt. Sic unitas eſt imparium numerorum primus, & etiam quadratorum numerorum primus: Si autem numerus ternarius qui eſt imparium ſecundus unitati addatur, conficietur quaternarius, quadratorum ſecundus; ſi porro numerus quinarius imparium tertius quaternario hactenus acquiſito addatur, conficietur novenarius, quadratorum tertius, & ita in infinitum. Hujus Lemmatis haud ignobilis demonſtrationem duplicem afferemus, alteram è Taquetio, è penu proprio alteram. Tacquetius itaque ſic

rem

rem conficit, eſt, inquit, in progreſſione naturali imparium numerorum 1, 3, 5, 7, *&c.* ſumma tota æqualis quadrato numeri terminorum. Nam ex natura progreſſionis Arithmeticæ ſumma omnium terminorum æqualis eſt producto ex dimidio ſummæ extremorum in numerum terminorum ducto; atqui dimidia ſumma extremorum progreſſionis Arithmeticæ numerorum imparium ab unitate incipientium eſt par numero terminorum, (pergit enim ab unitate per binos, ubi terminorum numerus per ſingulos pergit) adeoque productum illud eſt quadratum numeri terminorum. Ergo eſt ſumma tota numerorum imparium ab unitate incipientium æqualis quadrato numeri terminorum. *Q.E.D.* Nos ſic demonſtramus. Sit *ac* vel *ab* unitas & *ad* uni-

Arith. Pract. l. 5. C. 1. Theor. 7.



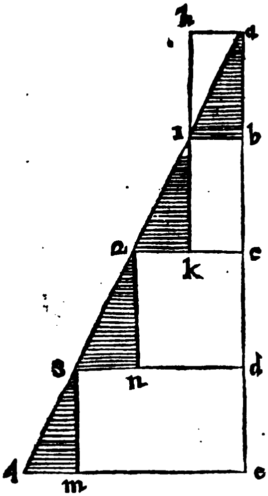
tatis quadratum; dico quod additio numerorum imparium 3, 5, 7, *&c.* neceſſaria eſt ad conficienda quadrata. *ah an as ax aA* numerorum omnium ab unitate procedentium, quadrato enim *ad* ſunt utrinque à binis lateribus addenda quadrata, nempe

cd

ed & *df* & per diagonalem ad verticem alterum quadratum *ig* eſt addendum, unde ad conficiendum quadratum *ſecundum* ſive binarii numeri, addenda ſunt quadrata tria, ſive numerum imparem ſecundum. Deinde per omnes reliquos terminos augendi ſunt numeri quadratorum addititiorum binario, ſi quadrata reliqua ſunt conficienda; tria nempe quadrata tribus prius additis correſpondentia *ki* & *lh* & *gq*, ſunt primo addenda, dein aliud quadratum *hp*, eo quod quadratum juxta diagonalem additum bina quadrata correſpondentia ſuperaddi ſemper requirit, cui ultimo eſt addendum alterum diagonale quadratum *mo*. Et ita ubique: Numero addendorum ſemper ſe invicem binario ſuperante, quo quadrata *ad ah an as*, &c. omnia ab unitate cœpta perficiantur. Unde facile ſequitur continuam numerorum imparium additionem omnes numeros quadratos generare. *Q.E.D.* Qui vero inductione quantum libet continuata contentus abibit, hoſce demonſtrandi modos ſatis tuto omittere poterit; quanquam faciliores ſunt quam ut hic loci eoſdem judicarem prætermittendos.

Lemma Secundum. Si corpus dato tempore à quiete gradatim & uniformiter diſcedat, atque eo pacto certam lineam deſcribat, Idem corpus eodem dato tempore à celeritate ultimo acquiſita uniformiter continuata lineam prioris duplam deſcribet. Cum enim corpus à quiete diſcedendo certum velocitatis gradum augmentis æqualibus acquiſiverit, linea ab eodem deſcripta erit in innumeras lineas gradatim à quiete majores diſpeſcenda & ſi iſtæ lineolæ gradatim creſcentes non in longum ſed ad latera ordine diſponerentur, triangulum quoddam *ab* 1 componerent, aut ſaltem juxta indiviſibilium methodum Cavallerianam componere cenſendæ ſunt: Ubi punctum verticale trianguli *a*, punctum quietis, & baſis 1 *b* motus lineam ultimam deſignat, reliquæque lineolæ parallelæ diverſæ velocitatis lineas quas corpus pertranſierat. Jam ſi lineam maximam

1 *b*



1 *b* deſignatam eodem tempore plenario adhibitam fuiſſe poſueramus, ſive à puncto *a* ad baſim 1 *b* à latere diſpoſitam tot lineas maximæ æquales, quot prius gradatim majores diſpoſueramus, compoſuiſſemus parallelogrammum, prioris nempe trianguli * duplum: Atque adeo motus uniformis quam à quiete gradatim acquiſitus dato tempore eſt duplo major. *Q. E. D.*

* I. 41. *Elem.*

IV. Lineæ quas corpora urgente vi quacunque uniformi deſcribunt ſunt in ratione temporum duplicata; hoc eſt, ſi tempora ſint minuta ſecunda unum, duo, tria, quatuor, quinque, *&c.* & ita ubique; erunt lineæ totæ deſcriptæ inter ſe ut unum, quatuor, novem, ſedecim, viginti quinque, *&c.* qui numeri ſunt priorum quadrati.

Nam ſi corpus quodcunque urgente vi quacunque uniformi minima aliqua temporis particula, puta minuto uno ſecundo, lineam aliquam cadendo deſcribat, ſecunda æquali temporis particula, ob vim priori æqualem etiamnum continuatam, lineam alteram priori æqualem deſcribet; & ob motum prius gradatim acquiſitum in integrum jam per æquale tempus continuatum lineam etiam prioris † duplam deſcribet; ex cauſis itaque utriſque inter ſe conjunctis lineam prioris triplam deſcribet. Tertia vero temporis particula ob vim gravitatis etiamnum urgentem linea primæ æqualis deſcribetur; & ob velocitatem prioris ad *b* duplam per tempus æquale continuatam deſcribetur linea, prioris ab eadem cauſa profectæ

† *Per Lem.* 2.

ſectæ, dupla, hoc eſt, primæ quadrupla; & ita ex viribus conjunctis linea jam deſcripta erit primæ quintupla; atque ita porro linea à continua gravitatis impreſſione primæ ſemper æqualis erit addenda, & altera linea primæ æqualis ob velocitatem una parte continuo auctam, atque adeo duæ partes ſive lineæ, primæ æquales, qualibet vice erunt addendæ; atque adeo lineæ integræ quavis ſucceſſiva temporis particula deſcriptæ erunt numeris imparibus in perpetuum deſignandæ. Cum itaque * numeri impares ſibi additi quadratos omnes ordine conficiant, horum momentorum lineæ deſcriptæ ſimul additæ lineas integras momentorum, ſive temporis particulas ſimul additas in ratione duplicata, ſive in ratione quadrati numeri ad quadratum numerum neceſſario exuperantes conficient. Sic ſi minuto ſecundo corpora ex vi gravitatis ferantur deorſum per ſedecim circiter pedes Anglicanos, uti experientia conſtat; duobus ſecundis per ſexaginta quatuor pedes, & tribus per pedes centum quadraginta quatuor circiter deorſum ferentur.

* *Per Lem.* 1.

Vel ſic, ex mente Galilæi, in *Syſtemate ſuo Coſmico* propoſitio demonſtrabitur. Æqualia tempora per lineas æquales *ab bc cd de*, & velocitas in fine primi temporis per lineam *b* 1 exponatur: Cum vero velocitas iſta quam eo loci habet corpus cadens non ſimul & ſemel ſed certo temporis ſpatio per lineam integram *ab* expoſito, ex continua & uniformi vi accelerante gradatim acquiſita fuerit, uti jam diximus, itaque neceſſe eſt, ut reliquos omnes minores velocitatis gradus attigerit prius quam velocitatem *b* 1 acquireret; unde priores iſtæ velocitatis gradus per lineas minores à partibus temporis *ab* lineæque 1 *b* parallelas ductas exponentur; & cum † velocitas cum tempore uniformiter creſcat, lineæ iſtæ juxta indiviſibilium methodum triangu-

Vid. Fig. p. 93.

† *Prop.* 3. *ſupra.*

lum *ab* 1 conſtituent & component. Tota itaque linea quæ ab omnibus iſtis velocitatibus ſimul junctis deſcribetur, erit aggregato omnium iſtarum linearum, hoc eſt, ipſi triangulo *ab* 1 proportionalis; & per idem triangulum recte exponetur. Secundo vero tempore cum corpus jam acquiſierit velocitatem lineæ *b* 1 proportionalem, & per eandem expoſitam, ea ſola velocitate continuata deſcribet lineam lineæ prioris duplam, & per parallelogrammum proinde *ab* 1 *b* vel *b* 1 *kc* trianguli *ab* 1 duplum exponendam; & inſuper velocitate nova, ut prius, à vi perpetuo & uniformiter urgente orta deſcribetur linea lineæ primæ æqualis; & proinde per æquale triangulum 1 *k* 2 exponenda; ergo ſi vim utramque ſimul addas tempore ſecundo, linea deſcripta erit prioris tripla; & per trapezium *b* 1 2 *c* exponenda; & ſumma linearum primo & ſecundo tempore deſcriptarum, erit ad lineam primo tempore ſolo deſcriptam, ut triangulum *ac* 2 ad triangulum *ab* 1; hoc eſt, in duplicata ratione laterum homologorum *ac* & *ab* tempora exponentium, ſive ut temporum ipſorum quadrata. Pariter tertio tempore corpus celeritate hactenus acquiſita, ſive motus jam acquiſiti mera permanentia, lineam per parallelogrammum *c* 2 *nd* exponendam deſcribet; & vi additia nova ex gravitate etiamnum uniformiter urgente orta lineam per triangulum 2 *n* 3 exponendam deſcribet. Unde linea tertio tempore deſcripta erit primæ quintupla, & per trapezium 2 *cd* 3 exponenda; & ſumma linearum primo, ſecundo, & tertio tempore deſcriptarum, erit ad lineam primo tempore ſolo deſcriptam, ut triangulum *ad* 3 ad triangulum *ab* 1, ſive ut temporum *ad* & *ab* quadrata, & ita porro in infinitum. *Q. E. D.*

Corollarium. Cum ex prius demonſtratis celeritas ſit ubique tempori proportionalis, & cum lineæ à corporibus decidentibus deſcriptæ ſint in temporum ratione duplicata, ſive ut quadrata temporum, erunt etiam eædem lineæ in celeritatum ratione duplicata, ſive ut quadrata velocitatum: Sic, exempli gratia, ſi duorum

cor-

corporum cadentium in terram velocitates ultimo acquiſitæ ſint inter ſe ut numerus binarius eſt ad unitatem, erunt caſus altitudines inter ſe ut numerus quaternarius ad unitatem. Si unius velocitas ſit alterius velocitatis tripla, erit ejuſdem deſcenſus altitudo, alterius altitudinis noncupla, & ita porro in infinitum.

Novemb. 13. 1704.

X.

V. SI corpus celeritate ea quam in fine deſcenſus acquiſivit ſurſum tendere cœperit, ad eandem altitudinem eodem tempore aſcendet unde prius deſcenderat; & velocitatem ſuam æqualibus temporibus æqualiter amittet.

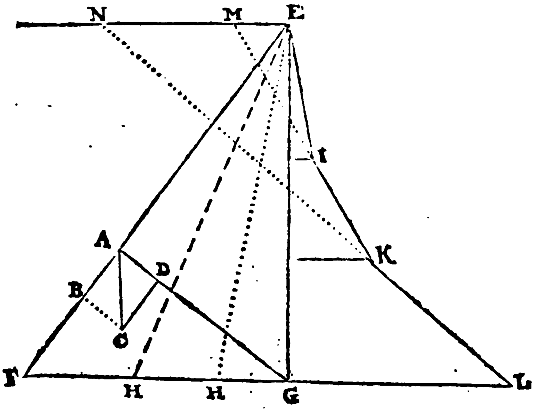
Nempe ex vi demonſtratorum in propoſitione poſtrema velocitas ſemel acquiſita ut 3 *d* parallelogrammum, ſive deſcendendo ſive aſcendendo, æquale prorſus ſemper deſcribet; ſed cum nova vis gravitatis in deſcenſu adauget iſtud parallelogrammum triangulo 3 *m* 4 & idem in aſcenſu æquali triangulo diminuit, liquet trapezium jam aſcendendo deſcribendum idem fore cum parallelogrammo in deſcenſu prius deſcripto; 3 2 *c d*, atque ita porro: Unde lineæ deſcriptæ hiſce trapeziis proportionales, & velocitates iſtorum trapeziorum baſibus proportionales, erunt ubique datis temporibus eædem in aſcenſu quæ prius in deſcenſu fuerant; donec tandem corpus ad punctum *a* aſcenſus ultimum eodem tempore pertingat, quo ab eodem prius deſcenderat. *Q. E. D.*

VI. Celeritates gravium ſuper diverſis planorum inclinationibus deſcendendo acquiſitæ æquales ſunt, ſi planorum elevationes ſive altitudines perpendiculares fuerint æquales.

Sit *E G* linea horizonti perpendicularis, & *E F* linea

nea ad horizontem in angulo quocunque inclinata, & ſit *GA* ad *EF* perpendicularis; Dico quod corpus grave quodcunque eandem velocitatem acquiret per lineam inclinatam *EF* deſcendendo, quam caſu perpendiculari per lineam *EG* acquirere poſſet. Eſt enim ex prius demonſtratis vis gravitatis in plano obliquo *EF*, ad vim gravitatis in perpendiculari *EG*, ut *AB*, ad *AC*, ſive, ob ſimilia triangula *ACB EFG*, ut *EG* ad *EF*; ſive etiam ob ſimile hiſce triangu-

Coroll. 2. Met. Leg. 23.



lum *EGA*, ut *EA* ad *EG*. Unde ob vires diverſas erunt motus & velocitas corporis per *EA* in plano inclinato deſcendentis, ad motum & velocitatem corporis per *EG* deſcendentis, dato illo deſcenſus perpendicularis tempore, ut *EA* ad *EG*, ſive ut *EG* ad *EF*; & velocitas deſcendentis per *EA*, ad velocitatem deſcendentis per *EF*, in ſubduplicata ratione *EA* ad *EF*, hoc eſt, in ratione *EA* ad *EG*. Eſt ergo velocitas corporis in puncto *A* ad velocitatem in puncto *F*, & ad velocitatem deſcendentis perpendiculariter in puncto *G*, in eadem ratione, nempe lineæ *EA* ad lineam *EG*, vel

† VI. 8. Elem.

H lineæ

lineæ *EG* ad lineam *EF*: Unde æquantur illæ velocitates ſibi invicem. *Q. E. D.*

Corollarium (1.) Dum corpus perpendiculariter cadens deſcribit lineam *EG*, corpus oblique cadens deſcribit lineam *EA*, per perpendicularem *GA* determinatam.

Corollarium (2.) Tempus caſus perpendicularis, ad tempus deſcenſus obliqui, eſt in ſubduplicata ratione lineæ *EA* ad lineam *EF*; ſive ut linea *EA* ad lineam *EG*, hoc eſt, in ratione altitudinis perpendicularis *EG* ad lineam obliquam *EF*. Unde quanto minuitur velocitas, ob vim diminutam, tanto augetur, ob tempus auctum; ita ut in eadem altitudine perpendiculari eadem uſque maneat velocitas, qualiſcunque ſit caſus inclinati ad horizontem obliquitas.

Coroll. (3.) Tempora deſcenſuum ſuper planis diverſimode ad horizontem inclinatis, ſed quorum eadem eſt elevatio, ſive altitudo perpendicularis, ſunt inter ſe ut planorum longitudines. Eſt enim Tempus deſcenſus per *EF*, ad tempus deſcenſus per *EG*, ex jam demonſtratis, ut *EF* ad *EG*, & tempus deſcenſus per *EG*, ad tempus deſcenſus per *EH*, ut *EG* ad *EH*; unde ex æquo erit tempus deſcenſus per *EF*, ad tempus deſcenſus per *EH*, ut *EF* ad *EH*. *Q. E. D.*

Vid. Fig. p. 97.

Coroll. (4.) Si ex altitudine eadem perpendiculari deſcendat mobile continuato motu per quotlibet, & quælibet plana contigua, puta *EI IK KL* utcunque inclinata, ſemper eandem in fine velocitatem acquiret: quæ nimirum æqualis erit ei quam acquireret cadendo perpendiculariter ex pari altitudine. Nempe ex Hugenii mente eadem erit cadentis velocitas juxta jam demonſtrata ad punctum *I*, ſive per *EI*, ſive per *MI*; unde eadem etiam velocitas erit quoque pergendo per *IK* eadem nimirum quæ per *NK*, unde quoque eadem velocitas erit ad punctum *K* ſive per *EI* & *IK* ſive per *MK*, vel etiam per *NK*; unde ſequetur eadem veloci-

Vid. Fig. p. 97.

tas pergendo per *KL*, & ad punctum *L*, quæ eſſet ſi deſcenſus eſſet per planum unicum *NL*, vel per duo *MK* & *KL*, vel etiam per tria *EI IK KL*; eadem nempe ex jam demonſtratis quam mobile cadens perpendiculariter ad punctum *G* acquirere potuit. *Q. E. D.*

Coroll. (5.) Hinc liquet etiam, ex ejuſdem Hugenii mente quod, per circuli circumferentiam, vel cycloidem, vel curvam quamlibet lineam deſcendente mobili, eadem ſemper acquiretur velocitas, ſi ab æquali altitudine deſcenderet: & quod iſta velocitas tanta erit quantam corpus caſu perpendiculari ex eadem altitudine acquirere debuit. Sunt enim curvæ lineæ quaſi ex innumeris rectis compoſitæ; & cum vera ſit propoſitio in perimetris rectilinealibus quotcunque, vera etiam erit ubi numera ſunt infinitæ, hoc eſt, ubi in lineas curvas deſinunt. *Q. E. D.*

Coroll. (6.) Hinc etiam liquet quod ſi grave à deſcenſu ſurſum convertat motum ſuum, aſcendet ad eandem unde venit altitudinem per quaſcunque planas ſuperficies contiguas & quomodocunque inclinatas inceſſerit. Nempe ut * prius, eadem erit velocitas in puncto quovis *K* & *I*, ſive grave deſcendat, ſive aſcendat; unde certe & idem erit velocitatis aſcendentis vel deſcendentis Limes ſive terminus ad punctum *E*. Unde etiam ſi infinita fuerit planorum multitudo, hoc eſt, ſi ſuperficies ſit curva, mobile per hanc curvam quoque ad eam ex qua venit altitudinem nec ultra, aſſurget.

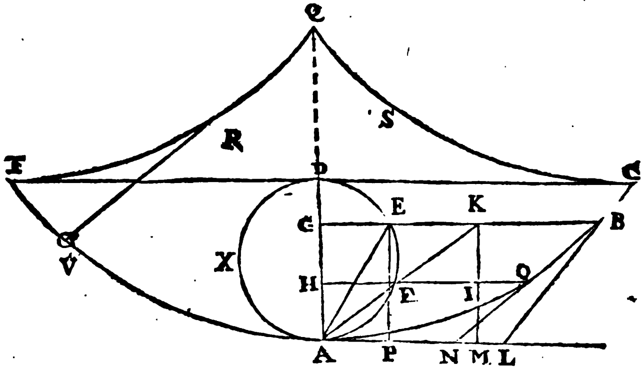
* *Prop.* 5. *Vid. Fig. p.* 97.

Coroll. (7.) Si mobile cadat perpendiculariter, vel per quamlibet ſuperficiem deſcendat, ac rurſus impetu ex deſcenſu concepto per quamlibet aliam feratur ſurſum, habebit aſcendendo ac deſcendendo in punctis æque altis eandem ſemper velocitatem: & ſi ſuperficies aſcenſus ſit ſuperficei deſcenſus ſimilis & æqualis; æquali tempore aſcendet quo prius deſcenderat. Hæc nempe adeo liquido ex jam demonſtratis ſequuntur, ut pluribus non ſit opus.

Lemmata ad Propoſitionem ſeptimam.

Lem. (1.) SI qua curva linea eo modo ſit comparata, ut vim gravitatis pro longitudinis ſuæ ratione ubique ſuſtineat; ita ut quo lineæ pars deſcribenda ſit major, eo & vires acceleratrices ſint etiam in eadem omnino ratione majores; atque ut quo lineæ pars deſcribenda ſit minor, eo & vires acceleratrices ſint in eadem pariter ratione minores, tempora deſcenſus per iſtiuſmodi curvam, ſive arcus deſcripti ſint majores ſive minores, erunt ſibi invicem ſemper æqualia. Velocitas enim dato tempore eſt ut vis motrix; ſi itaque linea deſcribenda ſit etiam ut eadem vis motrix, neceſſe eſt ut ſit pariter ut velocitas; ſi autem motus velocitas ſit ubique ut linea deſcribenda, palam eſt lineam quamcunque ſive parvam ſive magnam eodem tempore deſcribi debere. Quod autem Cycloïs hujuſmodi ſit linea curva in ſequentibus patebit. Eſto itaque.

Lemma (2.) Sit *DAC* ſemicyclois, *DFA* ſemicir-



culus genitor, & à puncto quovis *B* in cycloide ducatur linea *BE* baſi *DC* parallela, occurrens ſemicirculo genitori in *E*; ducatur chorda *AE*, & à puncto *B* in cycloide

cycloide linea *BL* chordæ *AE* parallela: Erit Linea *BL* cycloidis Tangens in puncto *B*.

Lemma (3.) Et *AB* arcus cycloidis erit æqualis duplæ chordæ *AE*. Hæc duo poſtrema Lemmata uti prius obſervatum ex Elementis Cycloidis conſtant: & à Cl. Wrennio noſtro aliiſque demonſtrata extant.

Vid. Wallis. Op. Vol. 1. *p.* 533. *&c.*

VII. In Cycloide, cujus axis ad perpendiculum erectus eſt, vertice deorſum ſpectante, tempora deſcenſus quibus mobile à quocunque in ea puncto dimiſſum ad punctum imum verticis pervenit ſunt inter ſe ſemper æqualia.

Sint arcus in Cycloide quicunque *BA* & *OA*, *BL* & *ON* tangentes in punctis *B* & *O*, iiſque, per Lemma Secundum, reſpective parallelæ ſemicirculi genitoris chordæ *EA* & *FA*; producatur *AF* ad punctum *K*: Sunt itaque, per Lemma Tertium, lineæ deſcribendæ à mobili nunc ad *B*, nunc ad *O* poſito, ut chorda *EA* ad chordam *FA*: Eſt vero in eadem ratione vis ſecundum tangentem *BL*, eive parallelam *EA*, ad vim ſecundum tangentem *ON*, eive parallelam *AF*. Nam * ut quadratum *EA*, ad quadratum *FA*, ita ſinus verſus *EP*, ad ſinum verſum *FP*; vel ita *KM* ad *FP*; vel ita *KA* ad *FA*. Eſt ergo Chorda *AE* inter Chordam *AF* & lineam *AK* media Geometrice proportionalis; atque adeo *AF AE AK* ∻. Sed ex prius demonſtratis eſt vis gravitatis in plano *AE*, ad vim gravitatis in plano *AF*, ut *AK* ad *AE*; hoc eſt, ut *AE*, chorda, ad *AF* chordam; atque ita ubique. Erat autem linea deſcribenda modo ut eadem *AE* ad eandem *AF*; atque proinde vis acceleratrix eſt ubique in eadem ratione atque linea deſcribenda, & tempora deſcenſus ex conſequenti ſunt ubique æqualia. *Q.E.D.*

* *Prop.* 2. *ſupra.*

Coroll. 2. *Poſt Leg. Mot.* 23. *prius.*

Coroll. (1.) Si itaque integras alias ſemicycloides *QRT QSC*, prioribus *AT* & *AC* ſimiles & æqua-

les, quarum vertices baſin alterius ad puncta *T* & *C* contingunt efformemus, & corpus grave *V* filo *QRV* ipſi *QDA* ſive duplæ *DA* æquali à centro *Q* pendeat; & inter iſtas ſemicycloides *QRT* *QSC* agitetur, grave pendulum ex fili *QRV* evolutione cycloidem integram primariam deſcribet, uti ex Cycloidis affectionibus conſtat; & cujuſcunque amplitudinis oſcillationes uſque ad omnium maximam per arcum *TAC* iiſdem ad amuſſim temporibus conficiet; atque ita ut appenſi corporis centrum oſcillationis in ipſa curva *TAC* ſemper verſetur.

Coroll. (2.) Cum oſcillationes quævis in cycloide ſint ſemper iſochronæ, & cum oſcillationes minimæ in arcu minimo circuli, cujus radius eſt *QA*, & in arcu minimo Cycloidis *TAC*, ob arcus circuli & Cycloidis in puncto imo, hoc in caſu plane coincidentes, ſint eædem; liquet tempus oſcillationis cujuſque in Cycloide æquale eſſe tempori oſcillationis minimæ in circulo, cujus radius eſt diametri circuli genitoris duplus.

Coroll. (3.) Ob eandem etiam in puncto imo arcuum minimorum circuli & Cycloidis coincidentiam, erunt & oſcillationes in circulo eo magis iſochronæ quo arcus deſcripti ſunt minores; ita ut in arcubus perexiguis pro iſochronis haud immerito haberi poſſint.

Coroll. (4.) In horologiis itaque oſcillatoriis, quæ longioribus utuntur pendulorum corporum filis vel retinaculis quibuſcunque, tempora oſcillationum ob arcus minores deſcriptos magis ad æqualitatem vergunt quam in iis quæ brevioribus filis utuntur; atque adeo horologia priora poſterioribus ſunt longe anteferenda.

Coroll. (5.) Tempora oſcillationum per diverſas Cycloides ſunt in ratione ſubduplicata Cycloidum vel radiorum *QA*: ſive longitudines pendulorum ſunt in ratione temporum duplicata: hoc ex prius demonſtratis huic caſui applicandis facile conſtare poterit. Sed notandum, idem etiam eſſe de temporibus oſcillationum in circulis æque ac in Cycloidibus intelligendum: Sic ſane

Prop. 4. prius.

quia

quia pendulum 39L25 digitorum oſcillationes quaſvis in Cycloide, & minimas etiam in circulo tempore minuti unius ſecundi conficit, pendulum 157 digitorum oſcillationes conſimiles tempore minutorum duorum ſecundorum, & pendulum 353L25 digitorum oſcillationes conſimiles tempore minutorum ſecundorum trium eſt confecturum.

Coroll. (6.) Cum tempora oſcillationum quarumvis ſint in ſola Cycloide æqualia; & eo tantum nomine in arcubus minimis circularibus pro æqualibus habendæ quod circa punctum imum nec alibi arcus iſti circulares cum Cycloidis arcubus fere coincidant, dum alias arcus circulares majores ab arcubus majoribus Cycloidis ſatis longe diſcrepent & diſcedant, manifeſtum eſt pendula in diverſis circuli arcubus majoribus oſcillantia oſcillationes minime iſochronas obtinere, & eo minus iſochronas qua major eſt arcuum deſcriptorum differentia. Sic ſane, ex Hugenii calculo, eſt tempus deſcenſus per totum circuli quadrantem, ad tempus per arcum minimum, fere ut 34 ad 29, nimirum ſi oſcillationes in vacuo peractas ſine ulla aeris reſiſtentia ſupponamus. Unde ſane ſequitur differentiam remporum in hoc caſu ultra ſeptimam temporis totius etiam majoris partem aſſurgere, & proinde eſſe experimentis quibuſvis ſatis ſenſibilem; ſi nempe temporis ſpatium 10 & 20, pluriumve oſcillationum maximarum cum totidem minimarum temporis ſpatio conferamus.

Horolog. Oſcill. pag. 9.

Coroll. (7.) Quoniam conſtat per experimenta pendulorum & calculum inde initum quod oſcillationes ſingulæ ex deſcenſu & aſcenſu compoſitæ, ubi penduli longitudo eſt 96L85 digitorum, quælibet nempe in cycloide & minimæ in circulo; ſpatio minutorum tertiorum 94L25, ſive ſecundi unius & tertiorum 34L25 peragantur; & quoniam ex Hugenii demonſtratis Tempus hujuſce oſcillationis eſt ad tempus caſus perpendicularis per diametrum circuli genitoris qua-

Horolog. Oſcill. pag. 57, 58. Et De vi Centrifuga Prop. 12.

druplicatam, ſive per longitudinem penduli duplicatam digitorum 193⌞76, hoc eſt, pedum Anglicorum 16⌞1, ut eſt circuli circumferentia ad diametrum duplicatam, ſive ut 94⌞25 minuta tertia ad 60 ejuſdem generis minuta; ſive ad minutum ſecundum unicum. [Eſt eſt enim ut 355 : ad 226 :: ita : 94″⌞25 : ad 60″ = 1′.] Inde ſequitur, quod unius ſecundi ſpatio corpus grave per 16⌞1 pedes Anglicos ſive $15\frac{1}{12}$ Pariſienſes vi gravitatis ſuæ deſcendet. Quæ ſane deſcenſus velocitas, ex pendulorum experimentis deducta, cum cadentium corporum experimentis à Cl. Hugenio captis apprime convenit; atque adeo pro velocitate deſcendentium corporum vera eſt indubie habenda.

Horolog. Oſcill. p. 155, 156.

Coroll. (8.) Data ergo corporis cadentis ſpatio unius ſecundi linea perpendiculari, datur una & linea, ſeu perpendicularis ſeu obliqua temporis ſpatio quocunque ſive majori ſive minori ex eadem gravitatis vi deſcribenda: quippe quæ ſit ubique in ratione temporis duplicata. Sic in directe cadentibus, ut temporis cujuſvis, puta minutorum ſecundorum decem, quadratum = 100 ad unius minuti ſecundi quadratum = 1. Ita erunt 1610 pedes Anglici minutis illis decem deſcripti, ad 16⌞1 pedes Anglicos unico minuto, uti jam vidimus, deſcriptos, atque ita ubique. Neque multo aliter in obliquis res ſe habet. Lineæ enim deſcenſus in plano quolibet obliquo ſunt etiam pari ac priores jure inter ſe ut quadrata temporum; id tantum intereſt, quod vis gravitatis continuo agens minuenda eſt hoc in caſu in ratione lineæ perpendicularis ad obliquam; nempe *EG* ad *EF*, vel *EA* ad *EG*. Cum enim, uti antea oſtendimus, corpus grave obliquum per lineam *EA* eodem tempore deſcendit quo perpendicu-

Prop. 4. prius.

Vid. Fig. p. 97. Coroll. (1.) Prop. 6. prius.

lare

lare per lineam *EG*. Liquet vires motrices eſſe ubique in eadem ratione. Ponamus itaque corpus grave per planum adeo obliquum deſcendere, ut *EG* ſit tertia tantum pars ipſius *EF*, vel, quod perinde eſt, ut *EA* ſit tertia tantum pars ipſius *EG*; Oportebit tantum gravitatis vim in eadem ratione diminuere, ita ut ſpatio minuti unius ſecundi corpus per lineam ſolum pedum 5L37 deſcendere ſupponatur, & calculus ut prius in directe cadentibus adminiſtrabitur.

Novemb. 27. 1704.

XI.

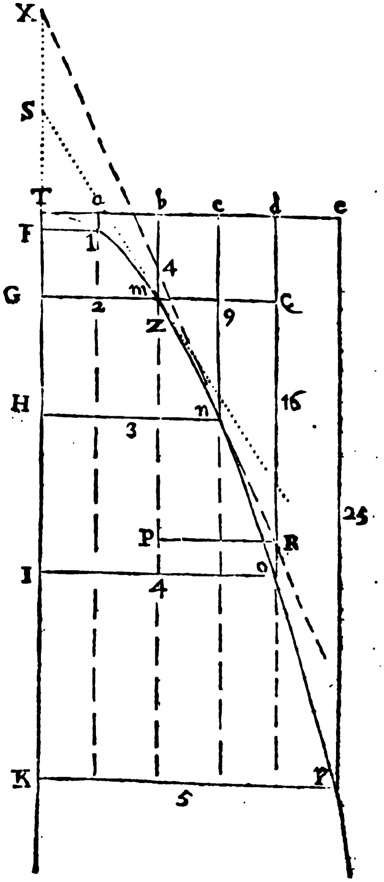
VIII. PROJECTILIA omnia quæ non ſunt horizonti perpendicularia Parabolas deſcribunt, niſi quatenus per aeris reſiſtentiam aliquantulum retardantur.

Sit enim corpus quodvis ad *T* poſitum, & tempore quovis dato vi projectionis horizontalis ſecundum tangentem *Te* tendat; ea nempe velocitate qua lineam horizontalem *Ta* dato illo tempore deſcriberet, ſi modo nulla alia vi impelleretur: Accedat jam vis gravitatis & agat ſecundum lineam *TK* horizonti perpendicularem, aut ſecundum *al bm cn do ep* ipſi *TK* parallelas; (Ob ingentem enim centri telluris, quo tendit vis gravitatis, diſtantiam, lineæ ad illud ductæ pro parallelis haberi debent) cum itaque vis projectionis motum ſecundum directionem ſuam *Te* vel ſecundum *FI Gm Hn Io Kp* ipſi *Te* parallelas motum æquabilem & uniformem pariat; neque velocitas hujus motus ſecundum directionem primariam quicquam patitur ex vi gravitatis acceſſoria, uti olim oſtendimus, Corpus in fine primi temporis reperietur alicubi in linea *al*, in fine ſecundi temporis alicubi in linea *bm*, in fine tertii in *cn*, quarti in *do*,

Coroll. 1. *Poſt Leg. Mot.* 22.

do, quinti in *ep* lineis nempe iſtis æquali ubique intervallo inter ſe diſtantibus. Accedat jam vis gravitatis, & dum corpus vi ſola projectili lineam *Ta* deſcriberet, vi ſola gravitatis per lineolam quamvis *TF* vel *al* acceleretur, quoniam itaque ex hac vi gravitatis, ſi ea ſola agitaretur, corpus in fine primi temporis ad lineam *Fl*, accederet; & cum velocitas hujus motus deorſum pari ac prioris ratione nihil patiatur ex vi projectionis acceſſoria, repetietur etiamnum alicubi in linea *Fl*: Sit itaque *al* partis unius, *bm* partium 4, *cn* partium 9, *do* partium 16, *ep* partium 25, & ita porro in infinitum; nempe ut temporum ſive diſtantiarum *Ta Tb Tc Td Te* quadrata: Liquet igitur ex prius demonſtratis corpus in fine temporis ſecundi repertum iri alicubi in linea *Gm*, in fine tertii temporis in linea *Hn*, quarti in *Io*, quinti in *Kp*, & ita porro in infinitum.

Prop. 4. Prius.



Neceſſe

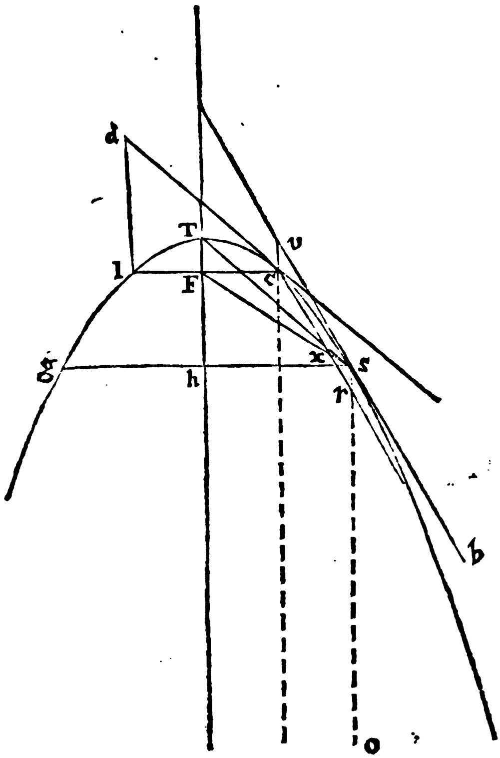
Neceſſe eſt ergo ut projectile quovis tempore exeunte ex conjunctis viribus in linearum iſtarum interſectionibus reperiatur, nempe in fine primi temporis corpus in puncto *l* reperietur, in fine ſecundi in puncto *m*, in fine tertii in *n*, quarti in *o*, quinti in *p*, & ita ubique. Quare cum ex natura hujuſmodi motus compoſiti *TF*, ſit ad *TG*, ut *Fl* quadratum, ad *Gm* quadratum, & ita in reliquis; & cum ex primaria Parabolæ proprietate abſciſſæ cujuſvis diametri *TF* & *TG* ſint etiam inter ſe ut quadrata ſemiordinatarum *Fl* & *Gm*, liquet puncta quævis *l m n o p* eſſe ad parabolam, cujus *TK* eſt Diameter principalis, & *TF TG TH TI TK* ſunt abſciſſæ, & *Fl Gm Hn Io Kp* ſunt ſemiordinatæ. Cum autem omnia hic demonſtrata ad quamvis diametrum, ubi tangens eſt ad eandem utcunque obliqua, æque pertineat ac ad ipſum axem, ubi eſt ad eundem perpendicularis, liquet univerſaliter omnes omnium projectilium trajectorias eſſe vere Parabolicas; niſi quatenus per aeris reſiſtentiam aliquantulum retardantur. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Hinc artis Baliſticæ fundamenta diſcere licebit: cum enim omnia projectilia ſecundum inclinationem qualemcunque emiſſa Parabolas aut majores, aut minores, aut ſaltem ejuſdem parabolæ partem majorem aut minorem ſint deſcriptura, niſi quatenus ab aeris reſiſtentia retardentur; & cum aeris retardatio in arte baliſtica ob motus velocitatem & projectorum ſoliditatem ſit nullius pene momenti; Palam eſt ex natura & proprietatibus Parabolarum artis hujus principia eſſe petenda. Uſus hujus Corollarii latiſſime patet, & pluribus exemplis ex arte baliſtica deſumptis in ſequentibus illuſtrabitur. Eſto itaque

Coroll. (2.) Data projectionis velocitate, quicunque ſit elevationis angulus, dabitur una Diſtantia foci Parabolæ quam projectile deſcribit à projectionis incipientis puncto. Sit *s* punctum projectionis, ubi projectile per tangentem *sv* vibratum in curva parabolica incipit incedere, & ſit *sv* linea quovis dato tempore à vi pro-

ejectili

jectili ſola deſcribenda; ſit etiam *v c* vel *s r* lineola eodem dato tempore, vi gravitatis ſola, deſcribenda: In fine itaque iſtius temporis projectile reperietur in Parabolæ puncto *c*, & ob datam gravitatis, æque ac projectionis vim, dabuntur etiam, qualiſcunque ſit tangentis ad horizontem inclinatio, lineæ *v c* ſive *s r* &



s v ſive *c r*, hoc eſt, diametri *s o* abſciſſa & ejuſdem ſemiordinata; quarum duarum tertia proportionalis eſt Latus rectum ad verticem *s* pertinens; quod itaque ex datis prioribus neceſſario dabitur. Unde & iſtius lateris recti pars quarta, quæ ipſa eſt verticis *s* à parabolæ foco diſtantia una dabitur. Qamquam itaque ex eadem pro-

projectionis velocitate diverſæ Parabolæ, in diverſis elevationibus deſcribantur, erunt tamen earum omnium foci à vertice ſive puncto motus incipientis æqualibus intervallis diſtantes, & proinde in circuli cujus centrum eſt in iſto puncto, circumferentia poſiti. *Q, E. D.*

Coroll. (3.) Jactus itaque horizontalis longiſſimus is eſt qui ſecundum lineam inter horizontalem & perpendicularem mediam, ſive in angulo 45 graduum ſupra horizontem dirigitur. Nempe cum vertex principalis Parabolæ cujuſvis à projectilibus deſcriptæ ſit in ſumma projectilis altitudine, ſub quo in ipſo axe, focus figuræ *F* collocatur; cum ejuſdem foci à vertice *s* diſtantia ex corollario poſtremo detur; cum etiam jactus horizontalis longiſſimus per ordinatam ad axem per verticem *s* tranſeuntem *eg* omnino menſuretur; tum certe jactus horizontalis erit longiſſimus ubi verticis *s* à foco diſtantia *sF* cum ordinata ad axem *sg* coincidit: Alias enim ob datam foci diſtantiam *sF sg* erit minor quam *sF* duplicata: Sed ubi coincidit *sF* cum *sg* erit *sg* ipſius *sF* dupla, atque adeo jactus horizontalis *sg* erit eo loci omnium longiſſimus, ubi *sF* diſtantia foci à vertice *s* cum *sg* coincidit; hoc eſt, ubi angulus *vsh* eſt ſemirectus: Angulus enim *vsF* à tangente *vs* & verticis *s* à foco diſtantia *sF* comprehenſus æqualis ſemper eſt angulo *bso*, ab eadem tangente *bs*, & Parabolæ diametro *so* comprehenſus. Si itaque angulus *bso* ſit ſemirectus, erit etiam & *vsF* ſemirectus, atque proinde angulus *osF* erit rectus, & linea *sF* evadet *sh*, & cum ordinata *sg* coincidet, fietque ordinata *sg* jactus omnium longiſſimus.

Coroll. (4.) Cum itaque Parabolæ tangens eo ſolo in caſu cum diametro angulum ſemirectum comprehendat, ubi eandem ad lateris recti principalis per focum tranſeuntis terminum contingit, patet jactum horizontalem longiſſimum quemvis intra curvæ parabolicæ partem ſupra latus rectum poſitam, exiſtente foco in ipſa linea horizontali, eſſe comprehenſum; & altitudinem ſum-

ſmam

mam in hoc caſu ab horizonte eſſe *TF* lateris recti principalis quadrantem.

Coroll. (5.) Si angulus elevationis à ſemirecto æqualiter deficiat, ſive elevatio ſit major ſive minor, jactus longiſſimus horizontalis æqualiter minuetur. Nimirum ob angulum rectum *hso*, & angulos *vsF osb* ſemper ſibi invicem æquales, eorum ſive exceſſus ſupra rectum, ſive defectus, à recto æquales æquabuntur angulo *Fsh*, ſive focus *F* ſit ſupra lineam horizontalem *sg*, ut in elevatione majore, ſive ſit infra eandem, ut in minore. Datis autem angulo *Fsh* acuto, & recto *Fhs*, & latere *Fs*, datur unà latus *sh* axis ſemiordinata, & *sg* ordinata jactum horizontalem determinans. Sic ſane in projectionibus æque velocibus ubi anguli elevationis ſunt graduum 40 & graduum 50 jactus horizontalis erit utrinque æqualis, & perinde in gradibus 30 & 60, in gradibus 20 & 70, & ita ubique, uti in arte baliſtica eſt notiſſimum.

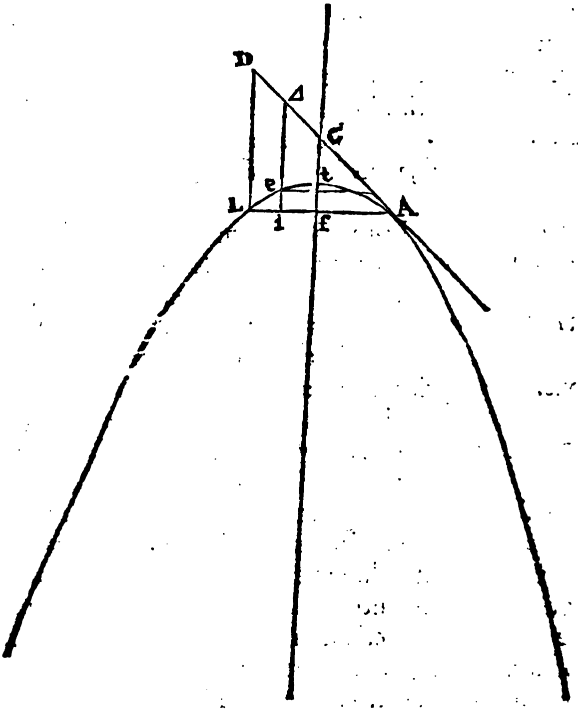
Coroll. (6.) Diſtantiæ horizontales ex data velocitate genitæ in diverſis elevationis angulis ſunt ut angulorum tangentis & perpendicularis duplicatorum ſinus recti. Nempe ut *gs* ubique ita eſt ejuſdem dimidium *hs*: In triangulo autem rectangulo *Fhs* ob datum radium *Fs*, & angulum *hFs*, anguli tangentis & perpendicularis *bso* duplum, erit *sh* ubique iſtius anguli ſinus rectus, adeoque erunt ſemper diſtantiæ horizontales inter ſe ut ſinus iſti.

Coroll. (7.) Tempora jactus cujuſque horizontalis ex data velocitate in diverſis elevationis angulis ſunt inter ſe ut angulorum elevationis ſinus recti. Projiciatur corpus unum ſecundum angulum elevationis *lcd*, & alterum ſecundum angulum *LAD*; dico quod tempus quo corpus prius per arcum parabolicum *cTl* pertingit ad punctum *l*, in eodem cum puncto à plano horizontali ſitum, erit ad tempus quo corpus poſterius per arcum *AtL* pertingit ad punctum *L* in eodem cum puncto

Vid. Fig. p. 108, & 111.

punctο

puncto *A* plano horizontali ſitum, ut ſinus anguli *dcl* ad ſinum anguli *DAL*. Sit apud figuras haſce Δ*A* æqualis ipſi *dc*: Erit etiam Δ*e* (ob temporis æqualitatem, quo corpora ſimul lineas æquales *dc* & Δ*A* vel ſola projectili deſcriberent) ipſi *dl* æqualis. Eſt autem ex natura Parabolæ prius expoſita, *DL* ad Δ*e* ut *DA* quadratum, ad Δ*A* quadratum; ſive ut *DL* quadratum, ad



Di quadratum. Ergo *DL* Δ*i* Δ*e* ſunt tres lineæ continue proportionales: Et cum lineæ *DL* Δ*e* ſint in duplicata ratione temporum, erunt Δ*i* & Δ*e* in ipſa ratione temporum: Eſt ergo Tempus prius, ad tempus poſterius ut Δ*e* ſive *dl*, ad Δ*i*; hoc eſt, ut ſinus angulorum elevationis *dcl* & *DAL*. *Q.E.D.*

Prop. 4. prius.

Coroll.

Coroll. (8.) Altitudines maximæ corporum data velocitate projectorum in diverſis elevationis angulis ſunt inter ſe ut quadrata ſinuum rectorum angulorum elevationis. Nempe ut *dl* vel Δe quadratum ad Δi quadratum, ita altitudines maximæ *dl* vel Δe, ad *DL*. *Q.E.D.*

Coroll. (9.) Altitudo omnium maxima corporum velocitate data projectorum, ubi nempe projectio eſt horizonti perpendicularis, eſt lateris recti in data velocitate ſemper dati pars quarta; nempe in hoc caſu, parabola in rectam deſinente, Vertex Parabolæ *T* cum foco *F* coincidit, & altitudo ſumma fit ipſi *Fs* lateris recti dati quadranti æqualis: atque adeo, quod obiter eſt notandum, longiſſimi jactus horizontalis ſemiſſis: uti ſtatim demonſtrabitur.

Coroll. (10.) Dato projectionis angulo, ſed mutata projectilis velocitate; & altitudo ſumma, hoc eſt, Parabolæ vertex principalis, & jactus longiſſimus horizontalis, ſive ordinata *sg*, mutabuntur in duplicata velocitatis ratione. Pars prior ex prius demonſtratis patet; cum altitudines linearum ſive aſcenſus ſive deſcenſus, ſint ſemper in duplicata ratione velocitatum. Et ex hac parte propoſitionis ſequitur etiam & altera; ob ſimilitudinem enim omnium parabolarum, ſi altitudo *Th* mutetur in ratione velocitatis duplicata, etiam ob ſimiles ſimilium Figurarum partes utrobique deſcriptas, & reliquæ lineæ ut *sh* vel *sg* etiam in eadem ratione duplicata mutabuntur. Verum & Poſterior corollarii pars ex natura Parabolæ etiam aliter facile deduci poteſt. Ponamus enim velocitatem eſſe duplo quam prius majorem, ergo quo tempore projectile prius lineam *sv* deſcriberet, poſterius lineam ipſius *sv* duplam deſcribet; ſed ob uniformitatem vis gravitatis linea *vc* ſive *sr* non mutabitur: Eſt ergo ut *vc* ſive *sv* data, ad lineam ipſius *sv* duplam, ita iſta linea dupla ad lineam alteram, verticis *s* latus

Vid. Fig. p. 108.

Prop. 4. *prius.*

latus rectum; nempe lateris recti ad verticem iſtum prius pertinentis quadruplum: Unde quarta hujus lateris recti pars, ſive *sF* erit quartæ prioris lateris recti partis *sF* etiam quadrupla; & ob triangula in utroque caſu ſimilia *sFh sFh* lineæ *sh* & *sg* ipſarum *sh* & *sg* erunt etiam quadruplæ; & ita in reliquis. Eſt ergo in velocitate duplo majore jactus horizontalis longiſſimus quadruplo major, in tripla velocitate noncuplus, & ita porro in infinitum. Imo vero generaliter eſt affirmandum, omnes Parabolæ lineas ſimiles ſimiliterque poſitas augeri ſemper & minui in duplicata velocitatis auctæ vel diminutæ ratione; ut ex hactenus dictis ſatis conſtare poteſt.

Coroll. (11.) Longiſſimus jactus horizontalis cujuſque Parabolæ eſt æqualis dimidio lateri recto ad verticem, latus rectum principale terminantem, pertinenti. Eſt enim in eo caſu *Fs* æqualis *sh*; ſed *Fs* eſt lateris recti ad verticem dictum pertinentis pars quarta; & *sg* ipſius *sh* dupla, unde *sg* horizontalis jactus longiſſimus erit lateris iſtius recti dimidium.

Coroll. (12.) Hinc determinare licet jactum horizontalem longiſſimum cuicunque velocitatis gradui congruentem. Fiat nempe ut linea *sr* unico minuto ſecundo vi gravitatis deſcripta 16⌊1 pedum Anglicorum, ad velocitatem projectilis *sv* vel *rc* pari tempore computandam, ita iſta velocitas, ad numerum quartum, latus rectum verticis *s* in iiſdem pedibus exhibiturum: Hujus numeri ſemiſſis longiſſimum jactum horizontalem dabit, uti ex ſuperioribus eſt abunde manifeſtum. Sic ſi projectilis velocitas tanta ſit ut minuto unico ſecundo pedes Anglicos mille peragrare poſſit, fiat ut 16⌊1: ad 1000 :: ita 1000 ad numerum quartum = 62.112, latus rectum verticis *s* in pedibus Anglicis deſignantem. Eſt itaque longiſſimus jactus horizontalis pedum Anglicorum 31.056; ultra quem terminum nihil attingi poteſt, ſed intra quem locum quemvis aſſignatum attingere ſequenti corollario docebimus.

Coroll. (13.) Problema (1.) Locum quemvis in plano horizontali aſſignatum, ultra dimidium lateris recti verticis *s* non diſtantem, ex data velocitate motu projectili attingere. Sit locus ille ad pedum Anglicorum 20.000 diſtantiam, & ſit corporis projecti velocitas ea quam in poſtremo corollario poſuimus: Ob datam itaque velocitatem, datur latus rectum verticis ubi projectile motum ſuum per curvam incipiet, ejuſque proinde pars quarta, ſive linea *sF*, pedum nempe 15.528: Eſt autem ex prius dictis *sh* pedum 10.000; ex hiſce inveniatur angulus *hsF* per hanc analogiam ut *sh*, ad *sF*, ſive ut 10.000 ad 15.528, ita erit radius ad ſecantem anguli *Fsh*, per ſecantium tabulam inveniendi, graduum nempe 49°. 47′; quo angulo ex recto ablato, aut ad rectum ſuperaddito, dabitur angulorum æqualium *vsF* & *osb* ſumma; cujus dimidium *Fsv* vel *osb* angulum quem tangens *vb* cum perpendiculari *so* comprehendere debet determinabit; nempe 90° — 49°. 47′ = 40°. 13′ vel 90° + 49°. 47′ = 139° 47′; cujus angulus dimidius eſt vel 20° 6′ 30″ vel 69°. 53′. 30″; Prout nempe elevationem mediocri aut majorem aut minorem adhibendam volumus; ſi itaque globulus plumbeus velocitate aſſignata in angulis aſſignatis projiciatur, parabolam requiſitam eſt deſcripturus, & proinde locum aſſignatum petiturus, ſine ulla alia à ſcopo aberratione quam quæ ab aeris reſiſtentia perexigua ſit oritura; quæque ob parvitatem fere contemni poteſt. Problema ergo ſolutum dedimus, & data velocitate ſcopum quemvis in plano horizontali non nimium diſtantem attingere docuimus.

Coroll. (14.) Problema (2.) Locum quemvis in plano horizontali aſſignatum ex data elevatione motu projectili attingere; ſcilicet ex data loci diſtantia *sg* & dato angulo *hsv* velocitatem *sv* determinare. Nempe *sF* quadruplicata dabit latus rectum ad verticem *s* pertinens: Ut ergo inveniatur *sv* ducenda eſt *vc* vel *sr* in *sf* quadruplicatam, & inde orietur rectangulum qua-

drato

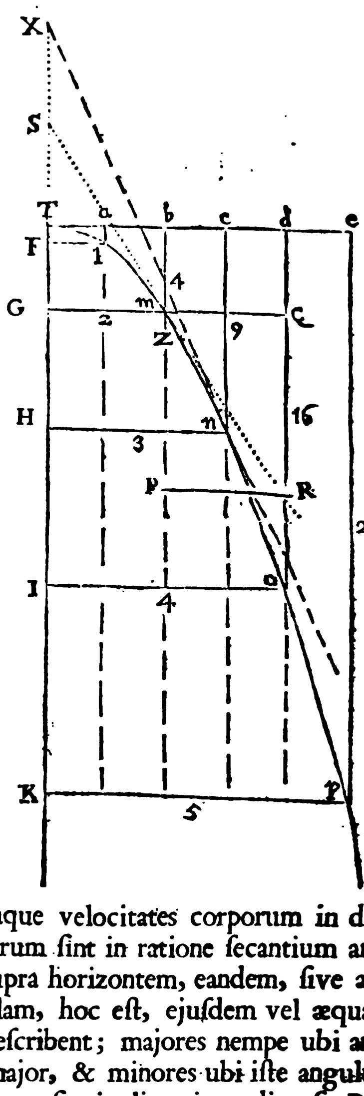
drato *vs* vel *cr* æquale; extracta itaque ex iſto rectangulo radice quadratica, invenietur *vs* vel *cr*, ſemiordinata illa quam projectile minuto unico ſecundo eſt deſcripturum. Exempli gratia: Eſto objecti diſtantia *sg* pedum Anglicorum, ut prius, 20,000; & angulus datus *hsv* 69°. 53′. 30″. Erit angulus *Fsv* vel *osb* graduum 20°. 6′. 30″. & angulus *Fsh* graduum 49°. 47′. Unde è tabulis ſinuum ratio lineæ *sh* ad *Fs* habebitur 10.000 ad 15.528: Unde dabitur *Fs*, & latus rectum verticis *s* pedum 62.112; quo numero in *vo* vel *sr* pedum 16.1 ducto, orietur numerus rectangulus 1,000,000, cujus radix quadratica eſt 1000, numerum pedum lineæ *sv* exhibitura. Si itaque in angulo dato ea ſit primaria projectilis velocitas, ut pedes mille ſpatio unius minuti ſecundi conficere poſſit, ſcopum *g* in curva parabolica *sTg* poſitum attinget, niſi quatenus aeris reſiſtentia perexigua motum projectilis aliquantulum retardare potuerit. Et eadem omnino eſſet computatio, ſi angulus *Fsv* vel *osb* graduum 69°. 53′. 30″. poſitus eſſet, uti ex ante dictis in corollario poſtremo facile conſtare poteſt.

Coroll. (15.) Hinc etiam ex data elevatione, aut ex data velocitate etiam locum quemvis ut *l* extra planum horizontale poſitum projectili attingere poſſumus: Si nimirum in eadem Parabola, ſi opus eſt, producta, aliud punctum ut *g* in plano horizontali poſitum notemus; idem enim jactus qui ad locum *g*, etiam & ad locum quemvis alium in eadem Parabola ſitum ut *l* omnino pertinget.

Coroll. (16.) Velocitas corporis Parabolam deſcribentis eſt ubique ut recta linea à Parabolæ vertice *T* ad ſemiordinatæ medium ducta, ſive ut Tangentis pars inter punctum contactus *m* & axem ducta, hoc eſt, ut ſecans anguli elevationis ſupra horizontem. Linea enim dato tempore deſcribenda, eſt ut diagonalis parallelogrammi *mQRP*, cujus latus *mQ* ſemper datur, & *mP*

Vid. Fig. pag. prox.

m P eſt ipſi *bm* duplicatæ, ſive ipſi *SG* æqualis: Eſt igitur velocitas in puncto *m*, ad velocitatem projectilem originariam in puncto *T*, ut *m R* ad *P R*, ſive ut *S m* ad *G m*: Et ita ubique. Eſt itaque velocitas in puncto quovis Parabolæ *m*, ad velocitatem in puncto quovis alio *n*, ut Tangentis pars *S m*, ad Tangentis partē *X*4; utraque nempe inter æquidiſtantes diametros *b m* & *T G* ſumpta; hoc eſt, ut angulorum elevationis ſecantes. *Q. E. D.*



Coroll. (17.) Eſt itaque minima omnium velocitas in Parabolæ vertice *T*; & eo ſemper major velocitas quo diſtantia eſt ab eodem vertice major.

Coroll. (18.) Si itaque velocitates corporum in diverſis angulis projectorum ſint in ratione ſecantium angulorum elevationis ſupra horizontem, eandem, ſive æqualem omnia Parabolam, hoc eſt, ejuſdem vel æqualis Parabolæ partes deſcribent; majores nempe ubi angulus elevationis eſt major, & minores ubi iſte angulus eſt minor. Sin velocitates ſint in alia ratione, diverſas Parabolas, ſive diverſarum partes, ut deſcribant, eſt neceſſe.

Decemb. 4. 1704. XII.

XII.

Lemma ad Propoſitionem (9^m) *& ſequentes.*

Corporum in circulis gyrantium vires centripetæ cauſæ duplici ſunt acceptæ referendæ, nimirum arcuum ſimul deſcriptorum curvaturæ, & motuum per eandem curvaturam velocitati. Nimirum cum omnis motus ſit per ſe rectilinearis, & corpora per ſolam vim extraneam centripetam ſecundum arcus curvos circulares cieri poſſint, æquum eſt ut data velocitate curvaturam à vi ſola centripeta genitam eidem vi centripetæ proportionalem ſtatuamus. Proinde cum eo majores vires centripetæ ad eandem curvaturam generandam requirantur, quo velocitas projectionis ſive motus æquabilis originarii eſt major, eo minores quò minor, æquum eſt etiam ut data curvatura vim centripetam, eidem velocitati proportionalem ſtatuamus. Prout itaque fit in rectangulorum comparatione ut nimirum ex longitudinum & latitudinum rationibus conjunctis eorundem rationes veras determinemus, ita & in virium Centripetarum comparatione erit omnino faciendum, ut nempe ex curvaturarum & velocitatum rationibus inter ſe conjunctis earundem veras rationes dato quovis tempore definiamus. Eſto itaque ratum, Quòd virium centripetarum rationes ex curvaturarum & velocitatum rationibus conjunctis ſunt ubique æſtimandæ.

Scholium. Ut curvaturæ & velocitatis veras rationes rectè intelligamus, Obſervandum eſt in angulis æqualibus minimis curvaturam eſſe ubique æqualem, ſi angulorum contactus ſubtenſæ ſint inter ſe ut radii vel diſtantiæ à centro; prout figurarum ſimilium ratio omnino poſtulat: & ſi curvatura ab ea diſtantiarum ratione recedat, exceſſus aut defectus rationes pro veris curvaturæ excedentis vel deficientis rationibus in poſterum computandis ſunt habendæ. Velocitas autem ubique ſpectanda eſt quantum ad verum motum angularem pro-

promovendum confert, atque adeo in linea radio ubique perpendiculari; ſive, quod eodem recidit, in arcu circulari minimo eſt æſtimanda. Ubicunque enim directio motus eſt aut ſurſum aut deorſum, quanto velocitas augetur, tanto ſemper curvatura minuitur, & è contra; quantitate quæ ex earundem conjunctis viribus oritur etiamnum minime mutata: quod probe eſt ubique obſervandum.

IX. Si mobilia duo æqualibus temporibus circumferentias integras inæquales *bdge BDGE* motu æquabili percurrant, erit vis centripeta in majori circumferentia ad eam quæ in minori, ſicut ipſæ inter ſe circumferentiæ, vel earum diametri, vel etiam radii directe. *Vid. Fig. p.* 87.

Ob datam enim utrinque curvaturam, integri nimirum circuli, erit vis centripeta in majori circumferentia ad eam quæ in minori ut mobilium velocitates, hoc eſt, ut Circulorum circumferentiæ, vel, quod eodem redit, ut eorundem diametri vel radii directe. *Q. E. D.*

Corollarium. Si tempora periodica Corporum in circulis gyrantium æquentur, erunt tum velocitates, tum iiſdem proportionales vires centripetæ inter ſe ut circulorum circumferentiæ, diametri, vel radii directe, & vice verſa, ſi vires centripetæ corporum in circulis gyrantium ſint inter ſe ut circumferentiæ, diametri, vel radii directe, erunt velocitates etiam in eadem ratione, & tempora periodica erunt ubique æqualia.

Coroll. (2.) Si corporis cujuſvis centralis attractivi vires ſint directe ut diſtantiæ ab eodem centro; corporum omnium circa illud corpus centrale in circulis gyrantium, tempora periodica erunt æqualia. Et pariter de Ellipſibus erit ſentiendum, cum earum curvaturæ integræ ſint circuli cujuſvis curvaturæ integræ æqualis, & circumferentia inter circulorum hinc inde aſſumptorum circumferentias quaſi intermedia. Unde ex æqualitate temporum periodicorum in circulis Ellipſibus ſive majoribus ſive minoribus, haud difficile erit eandem temporum periodicorum æqualitatem etiam & ellipſibus

in-

intermediis circa earum centra aſcribendam intelligere.

X. Si mobilia duo in iiſdem ſive æqualibus circulis gyrentur celeritatibus inæqualibus, verum utraque motu æquabili, erit vis centripeta celerioris ad vim centripetam, tardioris in duplicata ratione celeritatum, ſive ut arcuum ſimul deſcriptorum quadrata. Ob datam enim circulorum æqualium in arcubus æqualibus curvaturam, ſimul cum velocitate creſcente creſcet etiam & curvatura in eadem ratione, & ſimul cum velocitate decreſcente decreſcet etiam & curvatura in eadem ratione: ergo vis centripeta ex curvatura & velocitate conjunctis æſtimanda erit dato tempore in ratione arcus ad arcum ſimul deſcriptum, propter velocitatis rationem, & in eadem ratione ejuſdem arcus ad eundem arcum ſimul deſcriptum, propter curvaturæ rationem: unde ex utriſque rationibus conjunctis erit, rectangulo ad quadratũ reducto, vis centripeta in duplicata arcuum ſimul deſcriptorum ratione, ſive ut arcuum ſimul deſcriptorum quadrata. *Q.E.D.*

Corollarium. Cum tempora Periodica in æqualibus circulis ſint velocitatibus reciproce proportionalia, erunt vires centripetæ in duplicata temporum periodicorum ratione reciproce, ſive ut temporum periodicorum quadrata reciproce, ita ut quo majus ſit temporis periodici quadratum, eo minor ſit vis centripeta; quo minus ſit quadratum illud, eo major ſit vis centripeta, atque ea in eadem ratione.

Coroll. (2.) Si mobilia plura circa plura corpora centralia attractiva ad eaſdem omnia diſtantias in circulis gyrentur, vires corporum centralium facile innoteſcent, cum ſint inter ſe ut temporum periodicorum quadrata reciproce: & velocitates etiam facile innoteſcent, cum ſint in ipſa temporum periodicorum ratione reciproca.

XI. Si mobilia duo in circulis inæqualibus æquali velocitate ferantur, erunt eorum vires centripetæ in ratione contraria circumferentiarum, diametrorum, vel radiorum, ita ut in minori circumferentia vis centripeta major exiſtat, & in majore minor.

Ob datam enim velocitatem vires centripetæ dato tempore erunt ut curvatura arcuum æqualium, hoc eſt, ut circumferentiæ, diametri, vel radii circulorum reciproce. *Q. E. D.*

Coroll. (1.) Cum tempora Periodica in æquivelocibus ſint inter ſe in eadem ratione ac ſunt circumferentiæ deſcribendæ, ſi tempora Periodica mobilium diverſos circulos percurrentium ſint directe ut circulorum circumferentiæ, diametri, vel radii, vires centripetæ erunt ut iſtæ circulorum circumferentiæ, diametri, vel radii reciproce: & vice verſa, ſi vires centripetæ ſint ut radii vel diſtantiæ reciproce, erunt Tempora periodica ut radii directe.

Coroll. (2.) Si corporis cujuſvis centralis attractivi vires ſint reciproce ut corporum diſtantiæ à centro ſuo, ita ut quo magis appropinquant corpora, eo vis centripeta ſit major, & quo magis elongantur, vis illa ſit minor, idque in eadem ubique ratione, erunt tempora periodica corporum ad diverſas diſtantias poſitorum ut diſtantiæ illæ directe, & eorundem velocitates æquales.

XII. Si duo mobilia in circulis inæqualibus velocitate inæquali quæ ſit in ſubduplicata ratione circumferentiarum, diametrorum, vel radiorum ferantur, erunt vires centripetæ ubique æquales, nec in acceſſu vel receſſu ullatenus aut auctæ aut diminutæ.

Ob majorem enim velocitatem in majori circulo eamque in ſubduplicata ratione circumferentiarum augendæ ſunt in majori circulo vires centripetæ in eadem ratione. Et ob majorem curvaturam in minori circulo eamque etiam in ſubduplicata ratione circumferentiarum reciproce augendæ ſunt in minori circulo vires centripetæ in eadem ratione. Liquet igitur vires centripetas æquali ratione utrinque eſſe augendas atque adeo eſſe etiamnum utrinque æquales. *Q. E. D.*

Sit enim exempli gratia radius circuli majoris radii circuli minoris quadruplus; ſive ut 4 ad 1, & ſit velocitas in majore ad velocitatem in minore in ſubduplicata

ra-

radiorum ratione, ſive ut 2 ad 1. Cum curvatura majoris ſit ad curvaturam minoris in arcubus ſimilibus æqualis, & in æqualibus reciproce ut radii, neceſſe eſt ut in arcu duplo, quem dato tempore velocitas dupla in majore deſcribet, curvatura ſit alterius dimidia: eſt ergo velocitas prioris mobilis ad velocitatem poſterioris ut 2 ad 1, & curvatura poſterioris ad curvaturam prioris ut 2 ad 1. Unde vis centripetæ quantitas in priore erit ad vis centripetæ quantitatem in poſteriore ut rectangulum ex velocitate prioris & prioris curvatura conjunctim, ſive 2×1. ad rectangulum ex velocitate poſterioris, & poſterioris curvatura conjunctim, ſive 1×2. hoc eſt in ratione æqualitatis; & ſic ubique.

Coroll. (1.) Cum tempora Periodica in hoc caſu ſint inter ſe in ſubduplicata ratione circumferentiarum, diametrorum, vel radiorum, erunt temporum Periodicorum quadrata inter ſe ut circumferentiæ, diametri, vel radii. Si itaque temporum periodicorum quadrata ſint inter ſe ut circumferentiæ, diametri, vel radii circulorum, erunt vires centripetæ in diſtantiis omnibus æquales, & celeritates in ratione earundem circumferentiarum, diametrorum, vel radiorum ſubduplicata. Et vice verſa, ſi vires centripetæ ſint in diſtantiis omnibus æquales, erunt temporum periodicorum quadrata ut diſtantiæ vel radii; & velocitates etiamnum in earundem ratione ſubduplicata.

Coroll. (2.) Si Corporis cujuſvis centralis attractivi vires centripetæ ſint in omnibus diſtantiis plane eædem, erunt velocitates in ſubduplicata ratione diſtantiarum; & temporum periodicorum quadrata inter ſe ut diſtantiæ illæ, vel diametri, vel circumferentiæ.

XIII. Si duo mobilia in circulis inæqualibus velocitate inæquali quæ ſit in ſubduplicata circumferentiarum, diametrorum, vel radiorum ratione reciproce, ita ut in majori circulo velocitas ſit minor, & in minori ſit major, idque in ſubduplicata eorundem radiorum ratione reciproce, erunt vires centripetæ reciproce ut radiorum, vel diſtantiarum quadrata.

Ob

Ob minorem enim in majori circulo curvaturam eamque in ſeſquiplicata ratione radiorum reciproca; & ob minorem etiam celeritatem in majori circulo, eamque in ſubduplicata ratione radiorum etiam reciproca, erunt vires centripetæ ex rationibus hiſce conjunctis derivandæ in ratione radiorum reciproca duplicata, ſive reciproce, ut quadrata radiorum. *Q. E. D.*

Sit enim exempli gratia radius circuli majoris radii circuli minoris noncuplus, ſive ut 9 ad 1. & ſit velocitas in majore ad velocitatem in minore in ſubduplicata ratione radiorum reciproce, ſive ut 1 ad 3. Cum curvatura majoris ſit ad curvaturam minoris, ut prius, in arcubus ſimilibus æqualis, & in æqualibus reciproce ut radii, neceſſe eſt ut in arcu alterius partem ſolum tertiam adæquante, quem dato tempore velocitatis alterius triens ſolum deſcribet, in majore ſit alterius pars tantum vigeſima ſeptima ſive ut 1 ad 27. Eſt ergo velocitas in circulo majore ad velocitatem in minore ut 1 ad 3, & curvatura in majore ad curvaturam in minore ut 1 ad 27. Unde vis centripetæ quantitas in majore erit ad ejuſdem quantitatem in minore ut rectangulum ex velocitate & curvatura in majore conjunctim, ſive $1 \times 1 = 1$. ad rectangulum ex velocitate & curvatura in minore conjunctim, ſive $3 \times 27. = 81$. hoc eſt, ut radii minoris quadratum $= 1$. ad majoris quadratum $= 81$. Et ſic ubique. Erunt etiam tempora periodica inter ſe ut 27, ad 1, hoc eſt, in radiorum 9 ad 1 ratione ſeſquialtera; eſt enim 27, inter 9 & 81, media geometrice proportionalis; atque adeo ratio 27 ad 1 continet rationem 9 ad 1 & ejuſdem 81 ad 9 rationem dimidiatam, ſive ſubduplicatam 81 ad 27. [1 : 3 : 9 : 27 : 81 : ∻] & ſic etiam ubique.

Coroll. (1.) Cum tempora periodica in hoc caſu ſint inter ſe in ſeſquiplicata ratione radiorum, erunt temporum periodicorum quadrata inter ſe ut cubi radiorum. Si itaque temporum periodicorum quadrata ſint inter ſe ut cubi radiorum, erunt vires centripetæ inter ſe

ut

ut radiorum quadrata reciproce, & velocitates in ſubduplicata ratione radiorum reciproca. Et vice verſa, ſi vires centripetæ ſint inverſe ut radiorum vel diſtantiarum quadrata, erunt temporum periodicorum quadrata inter ſe ut ſunt cubi radiorum; & velocitates etiamnum in radiorum ratione ſubduplicata reciproce.

Coroll. (2.) Si corporis cujuſvis centralis attractivi vires centripetæ ſint in diverſis diſtantiis à centro ſuo ut diſtantiarum iſtarum quadrata reciproce, erunt corporum in diverſis diſtantiis gyrantium velocitates in ſubduplicata diſtantiarum ratione reciproce; & temporum periodicorum ratio duplicata erit rationi diſtantiarum triplicatæ æqualis, ſive erunt temporum periodicorum quadrata inter ſe ut ſunt cubi radiorum.

Coroll. (3.) Si motus ſit in Ellipſi diſtantia inter maximam & minimam intermedia ſumatur; & tum etiam in Ellipſibus erunt temporum periodicorum quadrata ut radiorum Cubi inter ſe æque ac in Circulis.

XIV. Si duo mobilia in circulis inæqualibus inæquali celeritate, eaque in radiorum ratione reciproca ferantur, ita ut quo major eſt radius, diameter, aut circumferentia, eo minor ſit velocitas; & quo minor, eo major ſit velocitas, eaque in reciproca radiorum ratione, erunt vires centripetæ ut cubi radiorum reciproce.

Ob minorem enim in circulo majori celeritatem, eamque in ipſa ratione radiorum reciproca; & ob minorem etiam in circulo curvaturam, eamque in duplicata ratioone radiorum reciproca, erunt vires centripetæ ex conjunctis iſtis rationibus derivandæ in ratione Radiorum reciproca triplicata, ſive ut cubi radiorum.

Sit enim exempli gratia radius circuli majoris radii circuli minoris duplus, ſive ut 2 ad 1. Et ſit velocitas in majore ad velocitatem in minore reciproce ut radii, ſive ut 1 ad 2. Erit dato tempore curvatura majoris ad curvaturam minoris ut 1 ad 4. Eſt ergo velocitas in minore circulo ad velocitatem in majore ut 2 ad 1, & curvatura in minore ad curvaturam in majore

ut

ut 4 ad 1. Unde vis centripetæ quantitas in minore erit ad vis centripetæ quantitatem in majore ut rectangulum 2 × 4 = 8, ad rectangulum 1 × 1 = 1, ſive ut radiorum Cubi reciproce. Et ſic ubique.

Coroll. (1.) Cum tempora periodica ſint in hoc caſu in duplicata ratione radiorum, ſi temporum periodicorum quadrata ſint inter ſe ut quadrato quadrata radiorum, ſive, quod perinde eſt, ſi ipſa tempora periodica ſint inter ſe ut radiorum quadrata, erunt vires centripetæ inter ſe ut radiorum vel diſtantiarum Cubi inverſe, & velocitates inverſe ut radii. Et vice verſa, ſi vires centripetæ ſint inverſe ut diſtantiarum Cubi, erunt tempora periodica inter ſe ut radiorum quadrata, & velocitates etiamnum ut ipſi radii inverſe.

Coroll. (2.) Si corporis cujuſvis centralis attractivi vires centripetæ ſint in diverſis diſtantiis à centro ſuo ut diſtantiarum iſtarum Cubi reciproce, erunt corporum in diverſis diſtantiis gyrantium velocitates in ipſa diſtantiarum ratione reciproca; & tempora periodica in duplicata iſtarum diſtantiarum ratione.

Coroll. (3.) Eadem omnia de temporibus velocitatibus & viribus centripetis quibus corpora ſimiles curvarum quarumcunque ſimilium, centraque ſimiliter poſita habentium partes deſcribunt, conſequuntur ex præcedentium ad circulos ſpeciatim applicatorum demonſtrationibus ad caſus hoſce applicandis.

Scholium. Cum Propoſitionis 13. caſus in corporibus cœleſtibus obtineat, nempe quod temporum periodicorum quadrata ſunt inter ſe ubique ut diſtantiarum Cubi, & quod proinde vires centripetæ ſunt ut diſtantiarum quadrata reciproce, & velocitates in diſtantiarum iſtarum ratione ſubduplicata reciproce; cum inquam hic caſus in Syſtemate mundano iſque ſolus ubique obtineat, uti ſeorſim colligerunt etiam noſtrates Wrennus, Hookius & Halleius, & jam eſt apud Aſtronomos receptiſſimum, idem caſus longe nobiliſſimus in ſequentibus erit fuſius & diligentius exponendus, dum reliquorum conſequentiæ

levi

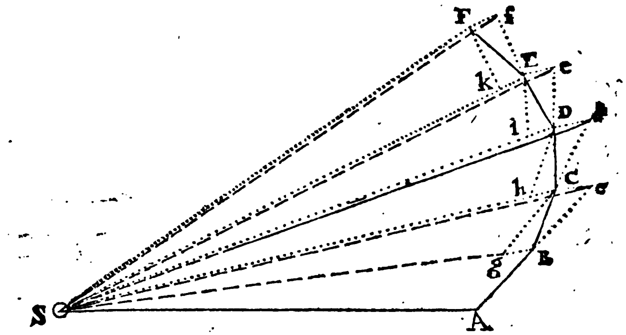
levi dumtaxat opera in tranſcurſu attinguntur. Atque hæc impræſentiarum hactenus. Reliqua in Terminum proxime futurum reſervabimus.

Decemb. 11. 1704.

XIII.

XV. AREÆ quas Corpora in gyros acta radiis ad immobile centrum virium ductis deſcribunt, & in planis immobilibus conſiſtunt, & ſunt temporibus proportionales, & dato tempore ubique æquales: motus nempe velocitate in diſtantia minore, & tarditate in diſtantia majore arearum deſcriptionem ita moderante, ut ex variis iſtis diſtantiis dato tempore nulla ſpatiorum percurſorum differentia unquam oriatur.

Dividatur enim tempus in partes æquales, & prima temporis parte deſcribat corpus vi inſita, ſive motu projectili rectam lineam quamvis *AB*. Idem corpus ſecunda æquali temporis parte, ſi nihil impediret, & nulla alia vis



urgeret recta ad *c* pergeret, deſcribens lineam *Bc* ipſi *AB* æqualem, adeo ut radiis ad centrum *S* ductis confectæ forent æquales areæ *ASB*. *BSc*. Verum ubi corpus ad punctum *B* venit agat vis centripeta, ſive attractio ſit ſive preſſio qualiſcunque ad centrum *S* tendens, impulſu unico, qui ſit ad motum projectilem ut linea quæ-

quævis *Bg* ad lineam *Bc*, impulſus hic novus efficiet ut corpus à recta *Bc* deflectat & in linea alia pergat, * parallelogrammi nempe *BgCc* diagonali *BC*, ita ut completa ſecunda temporis parte æquali corpus ad punctum *C* ſit inveniendum, in eodem plano cum triangulo *ASB*. junge *SC*. & area radio à corpore ad centrum ducto deſcripta, hoc eſt, triangulum *SBC* æquabitur æreæ prioris, hoc eſt, † triangulo *SBc*, atque adeo triangulo primo *SAB* cui nempe ex prius dictis æquale erat triangulum *SBc*. Simili argumento tertia æquali temporis parte corpus a *C* ad *d* vi projectili (quæ ſemel parta uſque perſeverat) pertingeret, ita ut linea *Cd* deſcribenda lineæ *CB* nuperrime deſcriptæ foret æqualis. Sed ſi vis centripeta quæcunque priore aut minor aut major iterum agat ad punctum *C*, Corpus in fine tertii temporis reperietur alicubi in linea *Dd* ipſi *SC* parallela, & per parallelogrammi cujuſdam *hDdC* diagonalem *CD* ad punctum quoddam *D* pertinget, adeo ut triangulum *SDC* triangulo *SdC*, atque adeo reliquis triangulis *SCB SBA* inter ſe æqualibus ſit æquale; pari jure, ſi vis centripeta ſucceſſive agat in. *D.E.F.* faciens ut corpus ſingulis temporis particulis æqualibus ſingulas rectas diagonales deſcribat, jacebunt omnes hæ rectæ lineæ in eodem plano, & triangula *SED SFE* prioribus æqualia deſcribentur. Æqualibus igitur temporibus æquales areæ in plano immoto deſcribuntur: & arearum ſummæ quævis *SADS SAFS* ſunt inter ſe ut deſcriptionum tempora. Augeatur jam numerus & minuatur latitudo triangulorum in infinitum, & eorum ultima perimeter, polygoni lateribus in curvam deſinentibus, *ADF* erit linea curva, & ob vim centripetam jam continuam & indeſinenter agentem, corpus perpetuo retrahetur à curvæ tangentibus, & areæ pari ac prius jure etiamnum in plano immobili deſcriptæ erunt ſemper temporibus proportionales. *Q.E.D.*

* *Per Leg. Mot.* 2. *prius.*

† I. 37. *Elem.*

Corell.

Coroll. (1.) Erit itaque velocitas corporis circa gyrationis centrum, ſecundum lineam radio perpendicularem æſtimata, in ratione diſtantiarum reciproca; alias enim arearum æqualitas nullo modo obſervari poteſt.

Coroll. (2.) Erit quoque velocitas corporis angularis circa virium centrum in duplicata diſtantiarum ratione reciproca. Nam cum vera velocitas ſit in ſimplici diſtantiarum ratione reciproca, ut jam vidimus, & centri diſtantia eo major quo motus eſt tardior, & in eadem quoque ratione, liquet velocitatem angularem quoad virium centrum eſſe in duplicata diſtantiæ ratione reciproca.

Coroll. (3.) Ubi poſitio tangentis eſt ad centri diſtantiam ſive radium perpendicularis, & motus projectilis velocitas vim centrifugam corporis centralis vi centripetæ exacte proportionalem vel correſpondentem efficit, corpus neque ad centrum appropinquabit, neque ab eodem recedet, ſed motu circulari circa centrum illud perpetuo feretur.

Coroll. (4.) Ubi autem poſitio tangentis eſt ad radium obliqua, licet motus projectilis velocitas ſit vi centripetæ proportionata & correſpondens, vis illa centripeta motum vel minimum deſcendentem aliquantulum conſpirando adaugebit; & vel minimum aſcendentem aliquantulum ſeſe opponendo diminuet, donec motus adauctus vim centripetam tandem exuperet, & corpus prius deſcendens aſcendat iterum; vel donec motus diminutus vi centripetæ tandem cedat, & corpus prius aſcendens deſcendat iterum.

Coroll. (5.) Ex hujuſmodi circumſtantiis motus corporum circa centrum quodvis in Ellipſibus gyrantium oriri debent. Nam etſi ad axem minorem Ellipſeos, corpore centrali focum occupante; aut ad diametrum mediocrem eodem centrum occupante Corpus inter revolvendum ſupponatur ſitum, & velocitas motus projectilis vi centripetæ ad amuſſim eo loci correſpondere etiam ſupponatur, tamen ob tangentium in iiſdem locis poſitionem obliquam motus non circularis ſed ellipticus

orietur.

orietur. Corpore nempe inter deſcendendum vires qui-bus poſtea aſcendat paulatim acquirente; & inter aſcendendum vires quibus prius aſcenderat paulatim amittente, donec ſuperante vi centripeta ad deſcendendum tandem cogatur. Atque ita perpetuo. Unde patet quo pacto ex eodem motu per obliquam lineam impreſſo oriatur motus ellipticus; dum idem motus per lineam perpendicularem impreſſus circuitum omnino circularem genuiſſet.

Coroll. (6.) In mediis non reſiſtentibus & in loco vacuo ſi areæ deſcriptæ non ſint deſcribendi temporibus proportionales vires non tendunt ad concurſum radiorum. Nam ſi eo tenderent areæ iſtæ neceſſario eſſent temporibus proportionales, contra hypotheſin.

Coroll. (7.) In mediis omnibus ſi arearum deſcriptio acceleretur, vires non tendunt ad concurſum radiorum, ſed cum motu projectili conſpirant magis: ſi arearum deſcriptio retardetur, plus nimirum quam ex medii reſiſtentia, vires non tendunt ad concurſum radiorum, ſed motui projectili opponuntur magis.

XVI. Corpus omne quod movetur in linea curva, & radio ad punctum vel immobile, vel motu rectilineo uniformiter progrediens, ducto deſcribit areas circa punctum illud temporibus proportionales, urgetur à vi centripeta tendente ad idem punctum.

Vid. Fig. p. 125.
* I. 39. *Elem.*

Cas. (1.) Ob æqualitatem enim triangulorum *ScB* *SCB* eadem baſi *SB* deſcriptorum puncta *C* & *c* erunt * in linea *Cc* baſi parallela; atque adeo figura *BcCg* erit parallelogrammum, cujus *Bc* & *Bg* ſunt latera vires exponentia, & *BC* diagonalis; urgetur itaque Corpus ad *B* poſitum vi *Bg* tendente ad *S* centrum virium; atque ita pariter in punctis omnibus *C. D. E. F.* Q. E. D.

Cas. (2.) Et perinde eſt ſive quieſcat ſuperficies in qua corpus deſcribit figuram curvilineam; ſive moveatur eadem una cum corpore, figura deſcripta, & puncto ſuo centrali *S* uniformiter in directum. Unde prioris caſus demonſtratio in hoc etiam valebit. *Scho-*

Scholium. Corpus urgeri poteſt à vi centripeta ex viribus pluribus compoſita, (uti exempli gratia vis gravium in terræ centrum ex viribus in omnes terræ particulas tendentibus compoſita eſt, ut poſtea conſtabit;) in hoc caſu ſenſus propoſitionis eſt, quod vis illa quæ ex omnibus eſt compoſita, cum ad unam eſt reducta, tendit ad centrum virium.

Coroll. (1.) Cum itaque in planetarum primariorum Syſtemate Areæ radiis ad Solis centrum ductis ſint ſemper temporibus proportionales, uti Aſtronomis eſt notiſſimum, urgentur Planetæ vi perpetua ad Solis centrum tendente: neque aliter de ſecundariis circa primarios ſuos, Saturnum nempe, Jovem, & Terram eſt ratiocinandum.

Coroll. (2.) Sicut velocitas diverſorum corporum circa centrum virium, ubi vires illæ ſunt ut quadrata diſtantiarum inverſe, eſt in diverſis circulis in ſubduplicata ratione diſtantiarum inverſa, uti olim demonſtravimus; ita ex hac & præcedenti propoſitione ſequitur, quod velocitas ejuſdem corporis orbitam quamvis eccentricam deſcribentis, in diverſis ſuis à centro diſtantiis poſiti, qualicunque virium centripetarum lege, eſt ut ipſa diſtantia inverſe, ſi nempe velocitas iſta in arcu circulari aut in linea radio perpendiculari, ut prius æſtimetur: cujus diverſæ velocitatis rationis cauſa eſt quod in diverſis circulis areæ in iſto caſu non ſint utrinque æquales, ſed pro magnitudine diſtantiæ majores & in eadem magnitudinis ratione etiam majores; cum tamen in ejuſdem corporis revolutione æqualitas arearum velocitatem diſtantiæ reciproce proportionalem omnino exigat. Sic ſane ſi Planetæ duo in diverſis circulis circa Solem revolverent, quorum circulorum Radii ratione quadrupla alter alterum excederet, Planeta remotior velocitate alterius tantum dupla ferretur: ſin idem Planeta per Ellipſin valde excentricam curſus ſuos peragens nunc ad diſtantiam majorem nunc minorem, eamque, ut prius, in ratione quadrupla excedentem & deficientem

K

entem alterius vicibus collocetur, erit velocitas in ipſa diſtantiarum ratione reciproca, & in diſtantia minore alterius ad amuſſim quadrupla: & ita in diſtantiis quibuſcunque. Quod in Syſtemate quovis Planetario probe meminiſſe oportebit.

XVII. Corpus omne quod, radio ad centrum corporis alterius utcunque moti ducto, deſcribit areas circa centrum illud temporibus proportionales, urgetur à vi compoſita ex vi centripeta tendente ad corpus alterum, & ex vi omni acceleratrice qua corpus alterum urgetur. Si enim primo quieſcant planum & centrum virium in iſto plano, erunt areæ temporibus proportionales; & ſi eadem celeritate corpora utraque per lineas parallelas accelerentur manebunt areæ temporibus etiamnum proportionales. Unde cum ex hypotheſi maneant areæ temporibus proportionales, manebit & vis centripeta earum cauſa, & vis acceleratrix ubique eadem communis celeritatis cauſa manebit.

Coroll. (1.) Si corpus quodvis radio ad alterum ducto deſcribat areas temporibus proportionales, atque de vi tota, ſive ſimplici, ſive ex pluribus viribus compoſita, qua corpus prius urgetur ſubducatur vis tota acceleratrix qua corpus alterum urgetur, vis omnis reliqua qua corpus prius urgetur tendet ad corpus alterum tanquam ad centrum.

Coroll. (2.) Et ſi areæ illæ ſint temporibus quam proxime proportionales, vis reliqua tendet ad corpus alterum quam proxime.

Coroll. (3.) Et vice verſa, ſi vis reliqua tendat quam proxime ad corpus alterum, erunt areæ illæ temporibus quam proxime proportionales.

Coroll. (4.) Si corpus, radio ad alterum corpus ducto, deſcribat areas quæ cum temporibus collatæ ſunt valde inæquales, & corpus illud alterum vel quieſcat vel moveatur uniformiter in directum, actio vis centripetæ ad corpus illud alterum tendentis vel nulla eſt, vel miſcetur & perturbatur ab aliis viribus. Et vis tota

tota ex omnibus, ſi plures ſint, compoſita ad aliud ſive immobile ſive mobile centrum dirigetur, circum quod æquabilis erit arearum deſcriptio. Idem obtinet ubi corpus alterum motu quocunque movetur, ſi modo vis centripeta ſumatur ea quæ reſtat poſt ſubductionem vis totius agentis in corpus illud alterum.

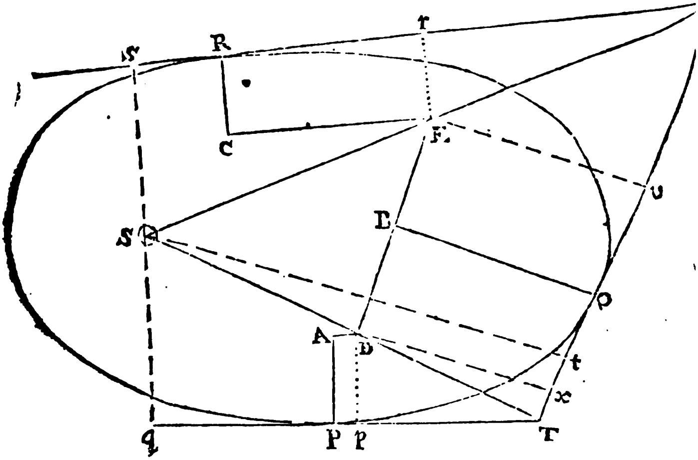
Scholium (1.) Quoniam æquabilis arearum deſcriptio Index eſt Centri quod vis illa reſpicit qua corpus afficitur, corpus autem a vi ad hoc centrum tendente retinetur in curvilinea ſua orbita: Et quoniam motus omnis circularis ſeu in orbem rediens recte dicitur circa centrum illud fieri cujus vi corpus de motu rectilineo retrahitur, & in orbita ſua perpetuo retinetur: In ſequentibus uſurpabimus æquabilem illam arearum deſcriptionem, ut indicem Centri, circum quod motus omnis circularis, ſeu in orbem rediens in ſpatiis liberis peragitur.

Scholium (2.) Spectat propoſitio hæc 17ª & ejuſdem corollaria ad verum mundi ſyſtema intelligendum. Quamquam enim motus omnes planetarii ex motu per tangentes projectili ſemel impreſſo, & vi centripeta perpetuo urgente ſint derivandi, attamen centra illa ad quæ vires centripetæ tendunt & ipſa moventur una cum corporibus circumvolventibus. Sic ſane circulationes Circumſaturniorum, Circumjovialium, & Lunæ ex motu projectili ſingulis ſemel impreſſo, & ex vi centripeta in Saturni, Jovis & Telluris centra reſpective tendente oriuntur; licet ipſa interea centralia illa corpora cum ſatellitio ſuo univerſo moveantur una circa Solem, commune omnium planetarum primariorum centrum.

XVIII. *Problema.* Data tribus quibuſcunque in locis velocitate qua corpus figuram datam, viribus ad commune aliquod punctum ceu centrum tendentibus, deſcribit centrum illud invenire.

Figuram deſcriptam tangant tres rectæ *PT*, *TQV*, *VR* in punctis totidem *P*. *Q*. *R*. concurrentes in *T*, & *V*.

Ad tangentes in punctis contractuum erigantur perpendicula *PA. QB. RC.* velocitatibus corporis in punctis illis *P. Q. R.* a quibus eriguntur reciproce proportionalia. Id eſt, ita ut ſit *PA*, ad *QB*, ut velocitas in *Q*, ad velocitatem in *P*. & *QB*, ad *RC*, ut velocitas in *R*, ad velocitatem in *Q*. Ad perpendiculorum terminos *A. B. C.* ad angulos rectos ſeu tangentibus parallelæ ducantur *AD. DBE. EC.* concurrentes in *D* & *E*.



Ducantur *TD* & *VE* in puncto *S* ſe interſecantes. *A* puncto *E* ſint *Er* & *Ev* perpendiculis *CR* & *BQ* reſpective parallelæ. Et pariter a puncto *D* ſint *Dp* & *Dx* perpendiculis *AP* & *BQ* reſpective parallelæ. Denique a puncto *S* ſint *Ss. St. Sq.* iiſdem perpendiculis reſpective parallelæ ſeu tangentibus perpendiculares. punctum *S* erit centrum quæſitum.

Cum enim corpus revolvens, & in punctis *P* & *Q* ſucceſſive, poſitum radiis ad centrum virium ductis æquali tempore æquales areas, ſeu triangula minima æqualia ſemper deſcribat; cum etiam triangula illa ſimul deſcripta ſint ut velocitates

Per Prop. 15. prius.
Scholl. poſt I, 41. Elem.

tes

tes ſive lineæ ſimul deſcriptæ in *P* & *Q* ductæ reſpective in perpendicula à centro in tangentes *PT QT* dimiſſa. Erunt itaque perpendicula illa ut velocitates reciproce, adeoque ut perpendicula *Dp* & *Dx* directe. Sed propter triangula ſimilia *TDx TSt* & *TDp TSq*. Ut eſt *Dp* ad *Dx*, ita eſt perpendiculum *Sq* ad perpendiculum *St*. Et pari cum proribus jure erit ut *Ev* ad *Er*, ita perpendiculum *St* ad perpendiculum *Ss*. Et cum hoc in ſolo linearum *TD* & *VE* concurſu *S* utrinque poteſt eſſe verum, quod neceſſarium eſt in hoc caſu, liquet punctum *S* eſſe virium centripetarum centrum. *Q. E. D.*

Jan. 29°. 170$\frac{4}{5}$.

XIV.

XIX. SI Corpus moveatur in Ellipſi circa ejuſdem centrum, erit vis centripeta directe ut diſtantia corporis ab eodem centro. Eſt enim curvatura ubique in arcubus ſimilibus in quadruplicata ratione diſtantiæ: velocitas autem in ejuſdem diſtantiæ ratione ſimplici inverſe. Unde curvatura dato tempore deſcripta erit in duplicata ratione diſtantiæ, & velocitas in ratione ſimplici diſtantiæ inverſe, & vis centripeta, exceſſu rationis curvaturæ ſupra velocitatis rationem in hoc caſu æſtimanda, erit directe ut diſtantia. *Q. E. D.*

Corollarium. Si Ellipſis centro in infinitum abeunte vertatur in Parabolam, corpus movebitur in hac parabola, & vis ad centrum infinite diſtans jam tendens evadet æquabilis. Hoc eſt Theorema Galilæi, à nobis alia methodo demonſtratum ſupra. Et ſi coni ſectio Parabolica, inclinatione plani ad conum ſectum *Prop.* 8. mutata vertatur in Hyperbolam, movebitur corpus circa Centrum in hujus perimetro, vi centripeta in cen-

trifugam verſa, & vi illa centrifuga majori exiſtente in minori diſtantia, minori vero in majori diſtantia; uti virium adeo contrariarum ratio omnino exigit.

Coroll. (2.) Si vis centripeta corporis cujuſvis attractivi ſit directe ut diſtantia, ita ut in majori diſtantia attractio ſit in eadem ratione etiam major, & in minori minor, Corpus movebitur in Ellipſi circa corpus centrale in ipſo ellipſecos centro poſitum, aut forte in circulo in quem ellipſis migrare poteſt: ſcilicet pro tangentium ſitu, de quo prius, corpus aut in circulo aut in ellipſi movebitur.

Coroll. 3, 4 & 5. poſt Prop. 15.

Coroll. (3.) Et æqualia erunt revolutionum in figuris univerſis circa centrum idem factarum periodica tempora; uti olim quoque oſtendimus.

Coroll. 2. Prop. 9.

XX. Si corpus moveatur in ſpirali, ſecante radios omnes in eodem angulo, vis centripeta erit reciproce ut cubus diſtantiæ a ſpiralis centro. Eſt enim inharum ſpiralium diverſis partibus curvatura arcuum ſimilium æqualis, æqualium vero reciproce ut diſtantia. Sed dum corpora in ſpiralibus revolvunt erit ubique celeritas reciproce ut diſtantia, & inde etiam curvatura, dato tempore, reciproce in duplicata diſtantiæ ratione. Ergo vis centripeta ex curvaturæ & celeritatis rationibus conjunctis oriunda erit in triplicata diſtantiæ ratione reciproce, ſive reciprocè ut cubus diſtantiæ.

Corollarium. Si corporis cujuſvis attractivi vires ſint in triplicata diſtantiarum à centro ſuo ratione reciproce, corpora omnia quorum motuum projectilium directiones non ſunt ad radios perpendiculares cum velocitate quacunque exeuntia movebuntur in ſpirali, ſecante radios omnes in angulo dato: & ſi corpus primum aſcendat, aſcendet in infinitum; ſi deſcendat deſcendet ad centrum, temporis ſpatio ex areæ ſpiralis quantitate facile inveniendo.

Scholium. Si qua eſſet curva regularis cujus curvatura à quovis puncto centrali eſſet in duplicata diſtantiæ

ſtantiæ ratione directe, corpus quodvis in ea revolveret, ſi modo vires centripetæ ad punctum centrale eſſent inter ſe in ipſa diſtantiarum ratione reciproca. Nam ſi curvatura in æqualibus angulis ſit ex hypotheſi in duplicata diſtantiæ ratione directe, erit curvatura dato tempore ſemper ſibi æqualis in diſtantiis omnibus; & cum velocitas ſit ſemper ut diſtantia reciproce, erunt vires centripetæ, ex curvatura & velocitate conjunctis æſtimandæ, ut diſtantia reciproce, & corpus in iſta curva movebitur. *Q. E. D.*

Sic etiam, ſi qua eſſet curva regularis cujus curvatura à quovis puncto centrali eſſet in triplicata diſtantiæ ratione directe, quodvis corpus in ea revolveret, ſi modo vires centripetæ ad punctum centrale eſſent in omnibus diſtantiis æquales. Nam ſi curvatura in æqualibus angulis ſit ex hypotheſi in triplicata ratione diſtantiæ directe, erit curvatura dato tempore ſemper ut diſtantia directe: & cum velocitas ſit ſemper ut diſtantia reciproce, vires centripetæ ob æqualitatem rationum directæ & reciprocæ erunt ubique æquales, & corpus in iſta curva movebitur.

XXI. Si corpus moveatur in Ellipſi circa ejuſdem focum, vis centripeta erit ubique in duplicata ratione diſtantiæ ab eodem foco reciproce.

Eſt enim uti olim notavimus in ellipſium & parabolarum & hyperbolarum partibus diverſis quoad focum curvatura ubique in arcubus ſimilibus directe ut diſtantia, & in partibus æqualibus ſemper æqualis. Eſt autem velocitas ubique in diſtantiæ ratione reciproca. ergo in arcubus ſimul deſcriptis curvatura eſt reciproce ut diſtantia à foco, atque in eadem ratione reciproca eſt etiam celeritas: unde vis centripeta ex curvaturæ & celeritatis rationibus conjunctis æſtimanda erit in duplicata ratione diſtantiæ à foco reciproce. *Q. E. D.*

Coroll. (1.) Si corporis cujuſvis attractivi vires ſint in duplicata ratione diſtantiarum à centro ſuo reciproce, corpora omnia, ſaltem quorum motuum projectilium directio-

nes non ſunt ad radios perpendiculares, cum quacunque etiam motus velocitate, movebuntur in Ellipſibus, quarum focos, hoc eſt, focorum alterum corpus centrale occupabit, niſi motuum projectilium tanta ſit velocitas ut Ellipſes in Parabolas aut etiam hyperbolas convertere poſſit.

Coroll. (2.) Si corpus ex lege vis centripetæ hic aſſignata in Ellipſi circa focorum alterum gyretur, erit tempus periodicum corporis in Ellipſi moventis, ad tempus periodicum corporis in circulo, cujus radius eſt inter diſtantiam maximam & minimam intermedius, ſive ſemiaxi majori æqualis in ratione æqualitatis. Cum enim curvatura abſoluta Ellipſeωs integra ſit circuli curvaturæ æqualis, & ſumma velocitatum abſolutarum in paribus arcubus ſupra & infra mediocrem diſtantiam ſit ſemper ob motum in æquali arcu æqualiter mutatum velocitati in circulo mediocri æqualis, liquet vim centripetam eſſe æqualem, & proinde tempora periodica quoque eſſe inter ſe æqualia. Vel ſic potius demonſtrabimus. Ponatur eadem in mediocri diſtantia velocitas abſoluta, quæ eſt in circulo eadem ſemidiametro deſcripto, erit tum ex Conicis angulus ſive area deſcripta in circulo, ad angulum ſive aream in Ellipſi ſimul deſcriptam, ut ſemiaxis major, ad minorem: & in eadem quoque ratione, ex Conicis, eſt area integra circuli ad aream integram Ellipſeωs. Unde propter æquabilem arearum deſcriptionem utrinque, erunt & utrinque tempora periodica inter ſe æqualia.

Coroll. (3.) Sunt ergo tempora periodica in Ellipſibus inter ſe in ratione axium majorum ſequialtera, æque ac in circulis.

Coroll. (4.) Proinde dato axe majore, datur una tempus periodicum.

Coroll. (5.) Cum eadem ſit curvaturæ & celeritatis ratio in Parabola atque Hyperbola reſpectu focorum quam modo in Ellipſi obſervavimus, corpus pari ac prius jure ex viribus in ratione diſtantiæ duplicata reciproce

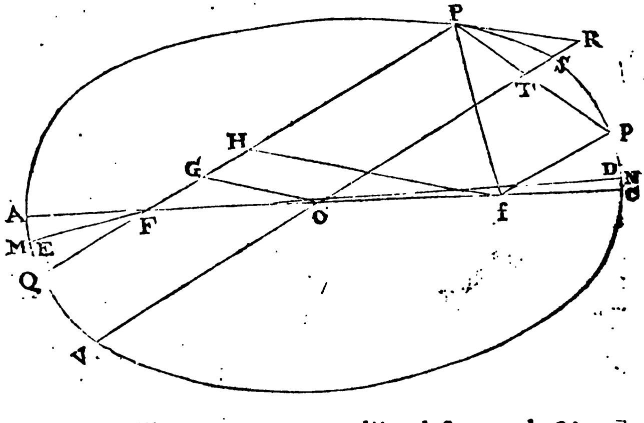
mutatis

mutatis movebitur in Parabola aut Hyperbola circa focum.

Scholium. Peractis jam faciliori methodo fundamentalium Newtoni Propoſitionum demonſtrationibus; liceat mihi, coronidis loco, aliam Propoſitionis poſtremæ omnium longe nobiliſſimæ, & ad Syſtema mundanum maxime accommodatæ demonſtrationem, ad rigorem geometricum magis compoſitam, qualem nempe eam è charta MS Ipſius Newtoni olim acceperam, hic loci attexere.

Propoſitio. Si corpus quodvis verſus Ellipſeωs focum attrahatur, & ſi attractionis quantitas & ratio ſit hujuſmodi ut corpus in perimetro elliptica revolvere efficiant, erit attractio in diſtantia minima, ad attractionem in diſtantia maxima, ad majorem nempe axem utraque, ut quadrata diſtantiarum corporis in iſtis punctis ab Ellipſeωs foco reciproce.

Sit *AECD* Ellipſis: *A* & *C* axis majoris extremitates: *F* focus iſte quo tendit vis centripeta: & *AFE*



CFD areæ illæ quas corpus radiis ad focum ductis æquali temporis ſpatio deſcribit. Sunt autem areæ illæ inter ſe æquales, utpote temporibus æqualibus proportionales. *Prop. 15. prius.*

Hoc

Hoc eſt, rectangula $\frac{1}{2}$ *AF* × *AE* & $\frac{1}{2}$ *FC* × *DC*, ſunt inter ſe æqualia; ex hypotheſi nimirum quod arcus *AE* & *CD* adeo exigui ſumuntur ut pro lineis rectis tuto haberi poſſint. Ergo *AE* eſt ad *CD* ut *FC* ad *FA*.

Schol. poſt. I. 41. Elem.

VI. 14. Elem.

Supponamus jam lineas rectas *AM* & *CN* ellipſin in punctis *A* & *C* tangere, & lineolas *EM* & *DN* [in figura ſupplendas] eſſe à punctis *E* & *D* in tangentes illas perpendiculares. Quoniam curvatura Ellipſium (ſi nempe eandem in genere ſpectemus, & in arcubus æqualibus quoad ejuſdem centrum) ſit ad utramque extremitatem æqualis, Perpendicula illa *EM* & *DN* erunt inter ſe ut arcuum *AE* & *CD* quadrata. Eſt ergo *EM* ad *DN* ut *FC* quadratum, ad *FA* quadratum.

Coroll. 4. Prop. 2. ſupra.

Eodem autem tempore quo corpus ex attractionis vi deſcribet arcus ellipticos *AE* & *CD*, ab *A* ad *E*, & à *C* ad *D*; idem abſque illa attractione tangentes *AM* & *CN* arcubus æquales deſcripſiſſet. Sunt ergo attractionum vires quæ corpus è tangentibus ad curvam, nempe ab *M* ad *E*, & ab *N* ad *D* trahunt, & inter ſe ut lineolæ illæ, angulorum contactus ſubtendentes, eodem tempore genitæ *ME* & *ND*. Eſt ergo Attractio in puncto *A*, ad attractionem in puncto *C*, ut lineola *ME*, ad lineolam *ND*. Hoc eſt, ex jam demonſtratis, ut *FC* quadratum ad *FA* quadratum. Sive ut diſtantiarum quadrata reciproce. *Q.E.D.*

Hæc demonſtratio ſolas reſpicit ellipſium extremitates; quæ ſequuntur eandem propoſitionem quibuſcunque ellipſium partibus applicabunt.

Lemma. Si linea recta in puncto quocunque ellipſin tangat, & ſi linea tangenti iſti parallela ducatur per Ellipſeωs centrum, quæ lineam tertiam per contactus punctum & focorum alterutrum ductam interſecet, pars lineæ iſtius tertiæ inter contactum & interſectionem poſita erit axis majoris ſemiſſi æqualis.

Sit *APCQ* Ellipſis: *AC* axis major: *O* centrum:

Ff

Ff foci: *P* contactus punctum: *OG* linea tangenti parallela: & *PG* lineæ *FP* pars inter contactum & tangenti parallelam. Dico quod *PG* eſt ipſi *CO*, ſive axis majoris ſemiſſi æqualis. Vid. Fig. p. 137.

Junge enim puncta *Pf*: & duc lineam *fH* ipſi *OG* parallelam. Et quoniam lineæ *Ff* & *FH* biſectæ ſunt in punctis *O* & *G*, erit *AC* ſummæ linearum *PF* & *Pf*, hoc eſt, ſummæ linearum *PF* & ex Conicis *PH*, ſive duplæ lineæ *PG* æqualis. Eſt ergo ſemiſſis *AC*, hoc eſt *CO*, lineæ *PG* æqualis. *Q. E. D.*

Lemma Alterum. Linea recta quævis per Ellipſeos focum alterutrum ad peripheriam ducta; ſe habet ad Diametrum Ellipſeos lineæ eidem parallelam, ut eadem Diameter ſe habet ad majorem Ellipſeos axem.

Sit *APCQ* Ellipſis: *AC* axis major: *F. f.* foci: *O* centrum: *PQ* linea quævis per focum *F* ducta: *VOS* diameter Ellipſeos lineæ *PQ* parallela. Erunt *PQ. VS. AC* ∸∸. Vid. Fig. p. 237. Ducatur enim *fp* ipſi *QFP* parallela; quæ etiam Ellipſeos perimetrum ſecet in puncto *p*. puncta *P. p* junge linea *Pp*, lineam *VS* in puncto *T* ſecante. Duc lineam *PR*, quæ nempe Ellipſin in puncto *P* contingat, & diametrum *VS* productam in *R* ſecet. Erunt jam ex conicis *OT* : *OS* : *OR* ∸∸. Eſt autem *OT* ipſarum *FP* & *Fp*, ſive *FP* & *FQ* ſemiſumma: atque adeo *OT* duplicata ipſi *PQ* eſt æqualis. Eſt etiam *OS* duplicata ipſi *VS* æqualis. Et per Lemma jam demonſtratum *OR* ſive *PG* duplicata ipſi *AC* æqualis eſt. Quocirca *PQ. VS. AC.* ∸∸. *Q.E.D.*

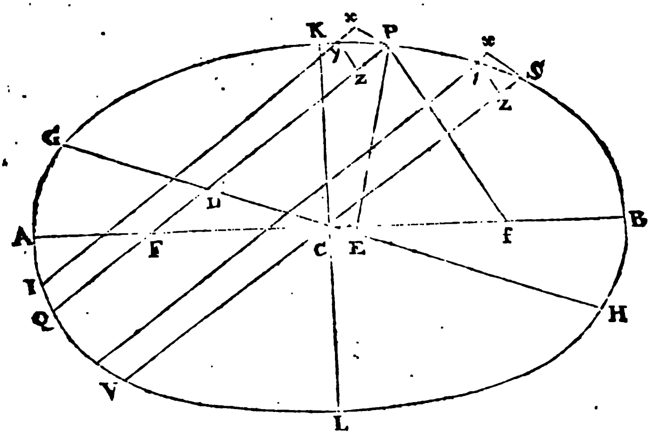
Corollarium. $AC \times PQ = VSq = 4OSq.$

Lemma Tertium. Si ab alterutro Ellipſeos foco ad quodvis in ejus perimetro punctum ducatur recta linea *FP*: & ad punctum *P* Ellipſeos tangens *Px*; Et ſi iſti contactus angulo ſubtendatur lineola *xy* lineæ *PQ* parallela; rectangulum ſubtenſæ lineolæ, & ejuſdem lineæ ad remotiorem perimetri partem productæ, eſt ad rectangulum majoris Ellipſeos axis, & primæ lineæ

ad

ad Ellipſeωs etiam perimetrum productæ, ut diſtantiæ perpendicularis inter ſubtenſam lineolam & lineam primam quadratum, ad axis Ellipſeωs minoris quadratum.

Eſto *AKBL* Ellipſis: *AB* axis major: *KL* axis minor: *C* centrum: *F. f* foci: *P* punctum quodvis in perimetro deſignatum: *FP* linea prima, per focum nempe *F* ad *P* ducta: *PQ* linea eadem ad Ellipſin producta: *Px* tangens: *xy* lineola angulo contactus ſubtenſa: *xI* eadem ſubtenſa ad remotiorem perimetri partem producta: *yz* diſtantia perpendicularis ſubtenſæ & lineæ primæ. Dico quod rectangulum *yxI*, eſt ad rectangulum *AB* × *PQ*, ut eſt *yz* quadratum,



ad *KL* quadratum. Eſto enim *VS* Ellipſeωs diameter lineæ primæ parallela, & *GH* diameter altera tangenti *Sx* parallela, ſive diameter diametro priori conjugata. Erit tum ex Conicis rectangulum *yxI*, ad *Px* quadratum, ſive tangentis quadratum, ut rectangulum *SCV*, ad rectangulum *GCH*: hoc eſt, ut *SV* quadratum, ad *GH* quadratum: Sunt quoque ex Conicis parallelogramma omnia circa diametros Ellipſeωs conjugatas deſcripta inter ſe æqualia. Unde rectangulum duplæ *PE* in *GH*, æquale erit rectangulo axium

axium *AB* in *KL*. Et per conſequens *GH*, eſt ad *KL*, ut *AB*, hoc eſt, per Lemma primum nuperrime demonſtratum, dupla *PD*, ad duplam *PE*: ſive, ob ſimilitudinem triangulorum *yzP* & *PED*, ubi nempe punctum *y* cum puncto *P* coaleſcit, ut *Px* ad *yz*. Eſt ergo *Px*, ad *GH*, ut *yz*, ad *KL*: atqve adeo *Px* quadratum, ad *GH* quadratum, ut *yz* quadratum, ad *KL* quadratum. Eſt autem ex jam aſſumptis *Px* quadratum, ad *GH* quadratum, ut rectangulum *yxI*, ad *SV* quadratum: & *SV* quadratum (per Lemmatis ſecundi corollarium) eſt æquale rectangulo *AC* in *PQ*. Eſt ergo rectangulum *yxI*, ad rectangulum *AC* in *PQ*, ut *yz* quadratum, ad *KL* quadratum. *Q.E.D.*

VI. 14. *Elem.*

VI. 22. *Elem.*

Coroll. (1.) Si detur *yz*, & per conſequens *yz* quadratum, dabitur etiam *yx* quadratum, & per conſequens *yx*. Hoc eſt, ſi diſtantia perpendicularis minima puncti in perimetro elliptica ſumpti à linea per focum detur, in diverſis quibuſcunque à foco iſto diſtantiis; dabitur lineola evaneſcens angulo contactus ibidem ſubtenſa. Nam ex modo demonſtratis, cum *yz* ex hypotheſi detur, & detur etiam *KL*; & cum ut rectangulum *yx* in *xI*, ad rectangulum *AC* in *PQ*, ita eſt *yz* quadratum, ad *KL* quadratum: Et, *xI* linea in lineam *QP* ultimo deſinente, erit ut $yx \times PQ$, ad $AC \times PQ$, ita *yz* quadratum, ad *KL* quadratum. Sed ut $yx \times PQ$, ad $AC \times PQ$, ita eſt *yx*, ad *AC*. Eſt ergo ut *yx*, ad *AC*, ita *yz* quadratum, ad *KL* quadratum: & invertendo, ut *KL* quadratum, ad *yz* quadratum, ita eſt *AC* ad *yx*; cum ergo reliqua dentur, dabitur & ſubtenſa *yx*. *Q.E.D.*

VI. 1. *Elem.*

Coroll. (2.) Liceat & mihi hic loci inferre quod curvatura Ellipſeωs quoad focum eſt ubique in ipſa diſtantia à foco ratione directe. Cum enim *yz* ſubtenſa evane-

vaneſcens anguli contactus in data diſtantia perpendiculari in omnibus à foco diſtantiis ſit eadem, erit yx in diſtantiis radio *FP* proportionalibus in angulis æqualibus, in † duplicata radiorum ratione directe. A qua ratione duplicata dempta, ut oportet, radii ratione, relinquetur curvaturæ ratio in diverſis diſtantiis; eadem nempe cum directa radiorum ratione. Quanquam itaque diverſorum circulorum in angulis iiſdem curvatura circa centrum ſit ubique æqualis; in Ellipſibus tamen è contra in diverſis à foco diſtantiis continuo mutatur, & in majori diſtantia evadit major, in minori minor; atque id in ipſa diſtantiæ auctæ aut diminutæ ratione. Uti prius annotavimus.

† *Per Coroll.* 4. *Prop.* 2. *prius.*

Coroll. (3.) Liceat quoque & mihi utrumque corollarium ad Parabolam & Hyperbolam traducere. Quæ enim de Ellipſi ſemel demonſtantur, etiam & Parabolis congruunt; propter Ellipſium infinite oblongarum & Parabolarum coincidentiam. Ea etiam quæ Ellipſibus & Parabolis congruunt ſymptomata, ob mutuam omnium ſectionum conicarum congruentiam, mutatis rite mutandis ſunt Hyperbolæ applicanda. Quare aſſerere jam licet, & ſubtenſam angulo contactus evaneſcentem ad æquales à radio diſtantias perpendiculares, quoad omnes à foco diſtantias, in quavis ſectione Conica eſſe ſibi ſemper æqualem; & curvaturam proinde in angulis æqualibus eſſe in ratione diſtantiarum directa.

Febr. 5. 170$\frac{4}{5}$.

XV.

Scholium. SIMILI fere ratiocinio quo Newtonus ad ſubtenſarum evaneſcentium rationes quoad Ellipſeos focum inveſtigandas uſus eſt, etiam & mihi liceat uti ad rationes earundem ſubtenſarum in Ellipſibus

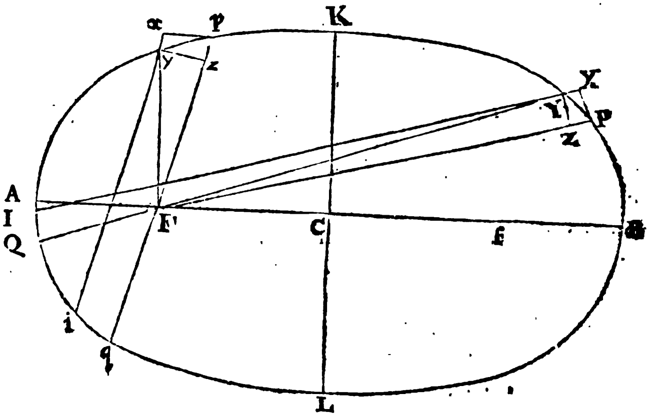
quoad

quoad centrum determinandas. Scilicet per ejuſdem Newtoni demonſtrata. Eſt yz quadratum, in SC quadratum, applicatum ad yx lineam; æquale duplo KC quadrato in CB quadratum ad SC lineam applicato; ſive $yzq \times SC$ cub. $= 2\,KCq \times CBq \times yx$. Si detur itaque zy, & per conſequens zy quadratum, ob datum etiam ſolidum $2\,KCq \times CBq$. Erit yx ubique ut SC cubus, ſive in triplicata diſtantiæ ratione directe. Si itaque, ut oportet, zy ſumatur ut diſtantia, ob ſubtenſam anguli contactus in ratione arcus duplicata, erit yx ſubtenſa in ratione diſtantiæ quintuplicata; ſive, dempta diſtantiæ ratione, erit ipſa curvatura etiamnum in ratione diſtantiæ quadruplicata directe; ſive ut quadrato-quadratum diſtantiæ directe.

Princip. Math. Lib. 1. *Prop.* 10.

Propoſitio altera. Si corpus ad Ellipſeωs focum alterum attrahatur, & ex attractione iſta in perimetro elliptica revolvat, attractionis vires erunt ubique ut diſtantiarum ab eodem foco quadrata reciproce.

Eſto P corporis in Ellipſi revolventis quovis temporis



momento locus, & PX Ellipſeωs in puncto iſto Tangens; per quam tangentem corpus uniformi motu pergeret, ſi

nulla

nulla attractione afficeretur: Sit punctum X locus quo corpus dato quovis temporis ſpatio quam minimo vi ſola projectili pertingeret: & ſit Y locus in perimetro Ellipſeωs quo ex viribus conjunctis eodem dato tempore revera pertingit. Dividatur tempus in partes æquales quam minimas, ut quaſi momenta phyſica haberi poſſint: Agat etiam attractio non perpetuo, ſed per intervalla, etiam quam minima; ſemel nimirum quovis momento phyſico ineunte; ita ut prima attractionis vis ad punctum P, ſecunda ad Y agat, & ita paribus ſemper intervallis in perpetuum: Ita ut corpus per chordam arcus PY, & deinde per chordam arcus ſequentis, & ita deinceps moveatur. Quoniam vero Attractio in puncto P verſus punctum F dirigitur, & corpus à tangente PX in chordam PY detrahit; lineola XY à vi attractionis in P genita erit vi iſti proportionalis, & ipſius directionis, hoc eſt, lineæ PF parallela. Produſc lineas XY & PF ad perimetrum ellipticam in I & Q: junge puncta F, Y: & ipſi FP demittatur perpendicularis YZ. Sit AB Ellipſeωs axis major, & KL axis minor. Et per Lemma tertium erit rectangulum YXI, ad rectangulum $AB \times PQ$, ut eſt YZ quadratum, ad KL quadratum. Et per conſequens YX linea æquabitur ſolido ex AB, in PQ, in YZ quadratum, ad ſolidum ex XI, in KL quadratum applicato. Eodem modo ſi py ſit chorda arcus alterius elliptici, quam corpus dato temporis momento phyſico priori æquali deſcribit; & px Ellipſeωs in puncto p tangens; & xy anguli contactus evaneſcentis ſubtenſa, ipſi pF parallela; & ſi pF & xy productæ Ellipſeωs perimetrum in q & i ſecent; & à puncto y in ipſam pF demittatur perpendicularis yz, ſubtenſa yx pari ac prius jure æquabitur ſolido ex AB, in pq, in yz quadratum, ad ſolidum ex xi in KL quadratum applicato: hoc eſt, ob immutabiles & datas

Vid. Fig. p. 143.

AB & *KL*, ut $\frac{PQ}{XI}YZ$ quadratum, ad $\frac{pq}{xi}yz$ quadratum. Sed quoniam lineæ *PY*, *py* à corpore revolvente æqualibus temporibus deſcribuntur, areæ deſcriptæ, ſive triangula *PYF pyF* ſunt æqualia: atque adeo rectangula eorum triangulorum dupla $PF \times YZ$, & $pF \times yz$ ſunt æqualia: & *YZ*, eſt ad *yz*, ut *pF*, ad *PF*: & per conſequens $\frac{PQ}{XI}YZ$ quadratum, eſt ad $\frac{pq}{xi}yz$ quadratum, ut eſt $\frac{PQ}{XI}pF$ quadratum, ad $\frac{pq}{xi}PF$ quadratum. Eſt ergo *YX*, ad *yx*, ut $\frac{PQ}{XI}pF$ quadratum, ad $\frac{pq}{xi}PF$ quadratum; hoc eſt, attractio in *P*, eſt ad attractionem in *p*, ut $\frac{PQ}{XI}pF$ quadratum, ad $\frac{pq}{xi}PF$ quadratum. Ponamus jam tempora æqualia, quibus corpus ſubtenſas *PY* & *py* deſcribit, eſſe infinite parva; ita ut attractio fiat continua; & corpus in ipſa Ellipſeos perimetro revolvat. Coaleſcent in hoc caſu lineæ *PQ* & *XI*, & illæ etiam *pq* & *xi*, æquales jam factæ; atque proinde quantitates $\frac{PQ}{XI}pF$ quadratum, & $\frac{pq}{xi}PF$ quadratum, evadent *pF* quadratum, & *PF* quadratum. Erit itaque attractio in *P*, ſive lineola *XY*, ad attractionem in *p*, ſive lineolam *xy*, ut eſt *pF* quadratum, ad *PF* quadratum; ſive ut diſtantiarum à foco quadrata reciproce. *Q.E.D.*

Et eadem propoſitio ad Parabolam, utpote Ellipſium extremam, pari jure eſt applicanda. Nec non ad Hyperbolam etiam extendi debet: ſed cum nulla corpora cœleſtia nobis cognita in Hyperbolis gyrentur, de peculiari demonſtratione eiſdem applicanda minus hoc in loco ſolliciti ſumus. Qui eam deſiderant apud Newtonum facile reperient. *Prop.* 12.

XXII. Corporis in linea Parabolica moventis circa corpus attractivum in foco poſitum, cujus vires ſunt in ratione duplicata diſtantiarum reciproca, velocitas eſt ubique, ad velocitatem corporis revolventis in circulo ad eandem diſtantiam, in ſubduplicata numeri binarii ad unitatem ratione; ſive ut Diameter quadrati ad latus, hoc eſt, in ratione 10 ad 7 fere.

Cum enim diſtantia corporis à centrali corpore ponatur utrinque eadem, erit vis attractionis ſive lineola angulo contactus utrinque ſubtenſa, dato quovis temporis ſpatiolo, utrinque æqualis. Et velocitas in Parabola, erit ad velocitatem in Circulo, ut Parabolæ tangens, ad Circuli tangentem; ubi nempe ſubtenſa eſt utrinque æqualis. Eſt vero tangens minima in Parabola ex conicis æqualis rectanguli ſubtenſæ in latus rectum verticis cujuſque ductæ radici quadraticæ. Et tangens minima in circulo æqualis rectanguli ſubtenſæ in circuli diametrum ductæ radici quadraticæ. Sed ob datam utrinque ſubtenſam, & verticis Parabolæ latus rectum ex conicis circuli diametri duplum; ſive ut 2 ad 1. erit rectangulum prius poſterioris etiam duplum, vel ut 2 ad 1. unde tangentes, ſive radices quadraticæ erunt inter ſe ut radix quadratica numeri binarii, ad unitatem; ſive ut diameter quadrati ad latus. Hoc eſt, fere ut 10 ad 7. *Q.E.D.*

III. 36. *Elem.*

Coroll. (1.) Cum itaque velocitas in Parabola, ſit ad velocitatem in circulo, ad eandem à foco diſtantiam, in ratione data; nimirum $\surd$. 2 ad 1. & cum velocitas in diverſis circulis ſit in ſubduplicata radiorū ratione reciproca, erit quoque velocitas corporis parabolam deſcribentis in diverſis à foco diſtantiis in ſubduplicata diſtantiarum ratione reciproca.

Coroll. (2.) Velocitas corporis in Ellipſi gyrantis eſt minor quam in Parabola ad eandem diſtantiam à foco; & velocitas corporis in Hyperbola gyrantis eſt major quam in Parabola ad eandem diſtantiam: Unde velocitas in Ellipſi, erit ad velocitatem in Circulo ad eandem diſtan-

Vid. pag. 23. *prius.*

ſtantiam, in minore ratione quam $\surd$. 2 ad 1. & in Hyperbola velocitas erit, ad velocitatem in circulo, ad eandem diſtantiam, in majore ratione quam $\surd$. 2 ad 1.

Coroll. (3.) Cognita itaque corporis ad diſtantiam quamvis à foco velocitate, cognoſcetur trajectoriæ figura; utrum illa nimirum ſit Circulus, Ellipſis, Parabola, vel Hyperbola. Et ex accuratiore calculo ſi ſit Ellipſis, vel Hyperbola, quænam ſit earum figurarum ſpecies quam corpus revolvens deſcribere debeat.

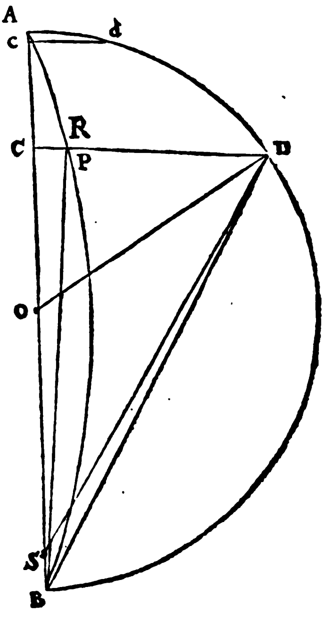
Coroll. (4.) Ex noviſſime demonſtratis conſequens eſt quod ſi corpus quodvis, ſecundum lineam quamvis rectam, (niſi ea ad ipſum focum directe tendat,) quacunque cum velocitate exeat, & vi centripeta quæ ſit reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ à centro ſimul agitetur, movebitur hoc corpus in aliqua ſectionum conicarum, umbilicum habente in centro virium. Nimirum, ſi linea ſecundum quam corporis motus projectilis tendit ſit radio perpendicularis, & velocitas ſit attractioni æquipollens; hoc eſt, ſi velocitas dato tempore quovis minimo ſit rectanguli ex ſubtenſa anguli contactus iſtius circuli, vel ſinu verſo, in ejuſdem circuli diametrum ducto radici quadraticæ æqualis; movebitur corpus in circulo. Si autem velocitas ſit attractioni æquipollens, & linea directionis ad radium obliqua, corpus movebitur in Ellipſi, cujus tempus periodicum erit tempori periodico circuli, in quem migrare potuit, æquale. Sin velocitas ſit velocitate prius aſſignata aut major aut minor, ita tamen ubi major eſt, ut ultra rationem radicis quadraticæ numeri binarii ad unitatem non augeatur, corpus movebitur in Ellipſi, circulo in priore caſu majore, in poſteriore minore. Quod ſi velocitas ſit, ad velocitatem in circulo, ut radix quadratica numeri binarii, ad unitatem, corpus movebitur in Parabola. Si denique velocitas ſit adhuc major, corpus in Hyperbola movebitur.

XXIII. *Probl.* Poſito quod vis centripeta ſit reciproce

proportionalis quadrato diſtantiæ locorum à centro, tempora definire quibus corpora rectà cadendo centrum attingent.

Eodem axe principali, ſive diametro tranſverſa, *AB*, deſcriptæ ponantur Ellipſium utrinque extremæ, circulus nimirum, *ADB*, & recta linea *AB*. Ex æqualitate harum diametrorum tranſverſarum erunt tempora periodica utrinque æqualia; & proinde ſemirevolutionum tempora erunt ſibi invicem æqualia. Hoc eſt tempus deſcenſus per diametrum, æquale tempori revolutionis per ſemicircumferentiam. Cum itaque ex prius demonſtratis facile ſit tempus iſtud ſemirevolutionis determinare, exinde quoque facile fuerit tempus deſcenſus directi definire. Exempli gratia. Tempus ſemiperiodi Lunaris continet minuta prima 19.671 L5. Ubi nempe ejus Orbitæ diameter eſt diſtantiæ ſuæ mediocris à terræ centro dupla. Et eſt tempus hoc, ad tempus ſemiperiodi ad diſtantiam dimidiam, quod nunc quærimus, in ſeſquialtera ratione diſtantiarum; hoc eſt, fere ut 2828 ad 1000. ſive ut 19.671 L5 ad 6.955 L5. Unde tempus ſemiperiodi in diſtantia prioris dimidia, (ubi nempe diſtantia integra Lunæ ſive orbitæ ſemidiameter circuli diameter evadit,) hoc eſt tempus corporis ad Lunæ diſtantiam poſiti, & directe cadentis in terræ

Coroll. 4. *poſt Prop.* 21. *prius.*



terræ centrum, erit minutorum primorum 6.955L5. ſive dierum 4. horarum 19. minutorum primorum 55. & ſecundorum 30. Et hoc temporis ſpatio ipſa Luna, ſi motus ejus ſiſteretur, & tellus maneret immobilis, ab orbita ſua ad telluris centrum caderet. Et ſimili ratiocinio tempus caſus cujuſvis Planetæ à motu ſuo ceſſantis, & deorſum in Centrum cadentis ſatis facile poterit determinari; uti in proximo Scholio fiet.

Scholium. Cum itaque tempus cujuſque Planetæ ſemiperiodi, diminutum in ratione 1000 ad 2828, ſit tempus caſus directi in centrum, ſequens tabella, eo fundamento innixa, planetarum omnium in centra ſua cadentium tempora exhibebit.

		dier.	hor.
Mercurius,	*in Solem caderet ſpatio*	15	13
Venus,		39	17
Terra,		64	14
Mars,		121	11
Jupiter,		767	3
Saturnus,		1900	4

Planetarum Circumjovialum

Intimus,	*in Jovem caderet ſpatio*	00	7
Secundus,		00	15
Tertius,		1	6
Quartus,		2	23

Planetarum Circumſaturniorum

Intimus,	*In Saturnum caderet ſpatio*	0	8
Secundus,		0	12
Tertius,		0	19
Quartus,		2	20
Quintus,		14	1
Luna in Terram caderet ſpatio		4	20

Febr. 19, 170$\frac{2}{3}$.

XVI.

XXIV. PRoblema. Poſito quod vis centripeta ſit reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ locorum à centro virium, tempora definire quibus corpora rectà deorſum cadendo ſpatia quævis data deſcribant.

Si corpus non cadat perpendiculariter, deſcribet id ſectionem aliquam conicam, cujus *umbilicus inferior* (propter motus projectilis deſcenſum hic ſuppoſitum) congruet cum centro virium, uti ex ante dictis conſtat. Sit ſectio illa conica Ellipſis $ARPB$. ubi nimirum projectionis velocitas, eſt ad velocitatem qua corpus in circulo ad eandem diſtantiam revolvere poſſet, in minore ratione quam eſt radix quadratica numeri binarii ad unitatem. Sit hujus Ellipſeωs umbilicus inferior S. & ſuper hujuſce Ellipſeωs axe majore AB deſcribatur ſemicirculus ADB. Et per corpus decidens tranſeat recta DPC perpendicularis ad axem, actiſque ad umbilicum DS & PS; erit area ASD, areæ ASP, atque adeo tempori proportionalis. Eſt enim ut CD, ad CP, ita area trianguli SCD, ad aream trianguli SCP. Eſt etiam ex Conicis ut eadem CD, ad eandem CP, ita area circularis CAD, ad aream Ellipticam CAP. Et proinde erit priorum arearum ſumma ASD ad ſummam poſteriorum ASP, ut CD, ad CP; ſive ut axis major Ellipſeωs, ad ejuſdem axem minorem: atque adeo in ratione data, tempori proportionali. Manente jam Ellipſeωs axe majore, ſive circuli diametro AB, minuatur perpetuo Ellipſeωs latitudo, ſive axis minor; & ſemper, ex vi jam demonſtratorum, manebit area ASD tempori proportionalis: minuatur latitudo illa in infinitum, & orbe APB elliptico jam coincidente cum axe AB: & umbi-

Prop. 21. prius. Vid. Fig. p. 148.

Coroll. 2. Prop. 22. prius.

VI. 1. *Elem.*

V. 12. *Elem.*

umbilico *S* cum axis termino *B*: deſcendet corpus in recta *AC*; & area *ABD* evadet hoc etiam in caſu tempori proportionalis. Unde ſi linea recta ut *CD* axi perpendicularis ita ſibi parallelos ſemper deorſum moveri ſupponatur, ut area *ABD* ſit ubique tempori proportionalis, punctum *C* locum determinabit, ad quem eodem tempore dato corpus deorſum in centrum cadens eſt perventurum.

Exempli gratia, Sit *AB* Lunæ à centro telluris diſtantia mediocris pedum, ut prius, circiter 1.257.696.000. Requiritur ut Lunæ rectà deſcendentis locum die caſus primo exeunte determinemus. Notum eſt ex olim demonſtratis quod ſi motus Lunæ ceſſaret, caderet illa ſpatio unius minuti primi pedes Anglicos 16L1 circiter. Unde erit area circularis *ABd* pedum quadratorum quaſi 89.483.812.704.000 [æqualis nimirum rectangulo *cd* in $\frac{1}{2}$ *AB* ducto.] Unde cum diei integro inſunt minuta prima 1440 erit area circularis *ABD* diei integro debita pedum quadratorum quaſi 128.856.690.293.760.000. Eſt vero tempus datum minuta prima 1440. Si itaque punctum *D* definire poſſimus, ita ut area *ABD* ſit pedum quadratorum 128.856.690.293.760.000 ſinus arcus *AD*, hoc eſt *DC*, lineam eo tempore deſcriptam *AC* determinabit, utpote ejuſdem arcus ſinum verſum. Area autem iſta æquatur rectangulis $\frac{1}{2}$ $CD \times OB$ & $\frac{1}{2}$ $AD \times OB$ ſive rectangulo $\frac{1}{2}$ $CD + \frac{1}{2}$ $AD \times OB$. Si itaque area data per ſemidiametrum *OB* dividatur, quotus exhibebit ipſarum *CD* & *AD* ſemiſſem. Ex ſinuum itaque tabula quærendus eſt arcus ille, cujus ſemiſſis ſemiſſi ſinus ſui ſuperadditus quotum iſtum eſt exhibiturus. Eſt vero ex calculo quotus iſte pedum 204.909.120, ſive ad circulum cujus radius eſt partium

Coroll. 7. poſt Prop. 2. prius.

Coroll. poſt Prop. 5. Selec. ex Archimed.

10.000.000. reducendo, eſt partium illarum 3.258.484. Et ſi apud ſinuum tabulas ſinum ad gradum undevigeſimum, & iſtius gradus ſcrupulum quinquageſimum exeuntem reſpiciamus, ſinus unius minuti primi per minuta 1130 multiplicatus 2909 × 1130, partes dabit 3.287.170, arcui nimirum *AD* graduum 18 & ſcrupulorum primorum 50 congruas; cujus arcus ſinus eſt partium 3.228.165, & utriuſque ſumma erit partium 6.515.335 cujus ſemiſſis 3.257.667. cum numero priore 3.258.484 ſatis accurate congruit. Eſt ergo linea *CD* ſinus graduum 18, & minutorum primorum 50, & linea eo temporis ſpatio deſcripta eſt iſtius arcus ſinus verſus longus nimirum partes 535.382, hoc eſt, reducendo ad ſemidiametrum orbitæ Lunaris, longus pedes 33.667.390, hoc eſt, milliaria Anglica 6.376 cum pedibus 2.110. Et eodem modo tempus definetur quo Luna ad ipſum telluris centrum eſſet deſcenſura. Sed quoniam illud ex alia computandi ratione eaque faciliori olim deduximus, calculo iſti impræſentiarum ſuperſedebimus.

Prop. 23. *prius.*

Corollarium. Si figura *RPB* non ſit Ellipſis, ſed Hyperbola, vel Parabola, res eodem modo per Hyperbolam rectangulam, vel parabolam quamvis conficietur; ſed ob praxin difficiliorem, & minus neceſſariam eandem mittemus.

Coroll. (2.) Tempora quibus corpora quævis in centrum ex diſtantiis diverſis caderent, ſunt inter ſe in ſeſquialtera diſtantiarum illarum ratione directe. Eſt enim lineola *Ac* dato tempore ad diſtantias diverſas genita in duplicata diſtantiæ ratione reciproce; unde erit *cd* ſinus quam minimus in ſubſeſquiplicata diſtantiæ ratione reciproce. & Area $\frac{1}{2}$ *cd* in *AB* ſimul deſcripta in ſubduplicata diſtantiæ ratione directe. Unde cum area integra ſemicircularis *ADB* ſit in duplicata ratione

one diſtantiæ directe, erit tempus eidem proportionale in ratione diſtantiæ ſeſquiplicata directe. *Q.E.D.*

Exempli gratia, Sit *AB* altera ipſius *AB* dupla; erit tum ſubtenſa evaneſcens anguli contactus, ſive lineola *Ac*, ipſius *Ac* pars tantum quarta. Et erit ſinus *cd*, ipſius *cd* ſubſeſquiplicata, ſive ut latus quadrati ad diametrum; hoc eſt, ut 7 ad 10 fere. Erit quoque area $\frac{1}{2}$ *cd* × *AB* ad $\frac{1}{2}$ *cd* × *AB*, fere ut 2 × 7 = 14 ad 1 × 10 = 10. Unde area in majori diſtantia deſcripta erit ad aream in minori, ſed eodem tempore deſcriptam fere, ut 14 ad 10; vel ut diameter in quadrato ad latus. At integra area à majori linea *BD* in deſcenſu deſcribenda, eſt ad aream à minori linea *BD* in deſcenſu deſcribendam, ut 4 ad 1; ſive ut 40 ad 10. Ergo erit tempus deſcenſus in majori diſtantia, ad tempus deſcenſus in minori, in ratione exceſſus rationis 40 ad 10 ſupra rationem 14 ad 10: Sed iſta exceſſus ratio eſt ut 40 ad 14, ſive ut diameter quadrati ad lateris quadruplum. Unde tempora ſunt inter ſe ut diameter quadrati ad lateris quadruplum, hoc eſt, in ſeſquialtera diſtantiarum ratione directe. *Q.E.D.*

Prop. 2. Coroll. 4. ſupra.

Coroll. (3.) Si itaque Planetarum primariorum, quin & Circumjovialium & Circumſaturniorum quemvis in centrum orbitæ cadentem ſupponamus, & horum tempora deſcenſus ſemel definita habeamus, facile fuerit ex notis reliquorum diſtantiis eorum etiam deſcenſus tempora definire; quod ex alio fundamento prius præſtitimus: Neque proinde actum jam hic loci agemus.

Coroll. (4.) Cum itaque velocitas in Ellipſi in mediocri ab umbilico diſtantia, hoc eſt, velocitas cadentis ad centrum *O* Ellipſeωs in rectam deſinentis, ſit æqualis velocitati æquabili corporis in circulo, cujus radius eſt *BO*, gyrantis, liquet velocitatem cadentis in ipſo ſpatii medio *O* eſſe æqualem velocitati gyrantis in circulo ad eandem diſtantiam. Unde quoque ſequitur velocitatem cadentis in diſtantia remotiori eſſe velocitate circulari

culari minorem, & in diſtantia propinquiori majorem.

XXV. *Problema.* Poſito quod vis centripeta ſit proportionalis altitudini, ſeu diſtantiæ locorum à centro directe, tempora definire quibus corpora rectà cadendo ſpatia quævis data deſcribant.

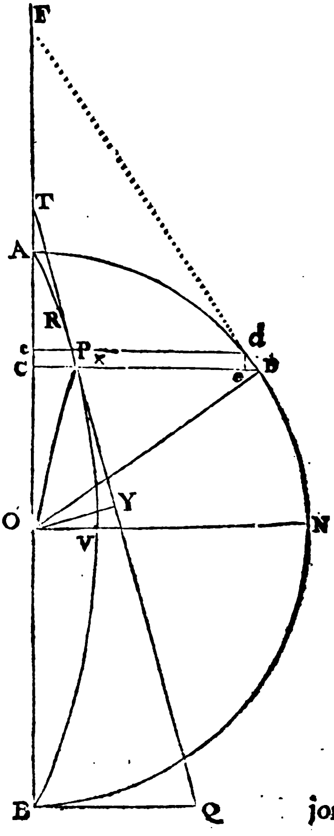
Si corpus non cadat perpendiculariter, deſcribet id ſectionem aliquam conicam, cujus *centrum* congruet cum virium centro; uti ex ante dictis conſtat. Sit ſectio illa conica Ellipſis *ARPB*. Ejus centrum *O*. & ſuper hujus Ellipſeos axe majore *AB* deſcribatur ſemicirculus *ABND*. & per corpus decidens tranſeat recta *DPC* perpendicularis ad axem: actiſque ad centrum *DO* & *PO*, erit ex Conicis Area *AOD* Areæ *AOP*, atque adeo tempori proportionalis. Eſt enĩ ut prius ut *CD*, ad *CP*, ita area trianguli *OCD*, ad aream trianguli *OCP*. Et etiam ex Conicis ut eadem *CD*, ad eandem *CP*, ita area circularis *CAD*, ad aream Ellipticam *CAP*. Et proinde, erit arearum priorum ſumma *AOD*, ad ſummam poſteriorũ *AOP*, ut *CD* ad *CP*: ſive ex Conicis ut axis ma-

Prop. 19. *prius.*

Prop. 15. *prius.*

VI. 1. *Elem.*

V. 12. *Elem.*



jor

jor Ellipſeωs ad ejuſdem axem minorem: atque adeo in ratione data, tempori proportionali. Manente jam Ellipſeωs axe majore, ſive circuli diametro *A B*, minuatur perpetuo Ellipſeωs latitudo, ſive axis minor. Et ex vi jam demonſtratorum manebit area *A O D* tempori proportionalis. Minuatur latitudo illa in infinitum; & Orbe *ARPB* elliptico jam coincidente cum axe *AB*, deſcendet corpus in recta *AC*. & area *AOD* evadet hoc etiam in caſu tempori proportionalis. Unde ſi linea recta ut *CD* axi perpendicularis ita ſibi parallelas ſemper deorſum moveri ſupponatur, ut *AOD* ſit ubique tempori proportionalis, punctum *C* locum determinabit ad quem eodem tempore dato corpus deorſum cadendo eſt perventurum.

Corollarium. Propter æqualitatem areæ circularis æquali tempore ubique deſcribendæ circa circuli centrum, erit motus puncti *D* ſemper æquabilis, & arcus æquales dato tempore deſcribet.

Coroll. (2.) Tempora itaque corporum cadentium, & ſpatia quæcunque deſcribentium, ut *A C*, ſunt inter ſe ut ipſi arcus *A D*. Et ſpatia deſcripta ut arcuum ſinus verſi, *A C*.

Coroll. (3.) Velocitates autem in locis quibuſvis ut *C*, genitæ, ſunt ut arcuum *AD* ſinus recti. Ducatur enim linea *c d* ipſi *C D* parallela, in diſtantia nempe infinite parva; & ducatur circuli tangens *dD*. Dum itaque punctum *D* deſcribit tangentem *dD*, corpus cadens deſcribit lineolam *c C* ipſi *de* æqualem; & ob datam puncti *D* velocitatem, dato tempore dabitur etiam *d D* longitudine. Erit ergo in triangulo *deD dD* radius circuli datus, & *de* anguli *d D e* ſinus rectus. Et propter ſimilitudinem triangulorum *deD COD*, erit eo loci radius *O D*, & ſinus rectus anguli *AOD* ipſa *CD*. Eſt ergo velocitas in punctis quibuſvis *C* ut arcus *AD* ſinus rectus. *Q.E.D.*

Coroll. (4.) Tempora omnia quibus corpora de locis quibuſvis ad uſque centrum cadunt ſunt ubique æqualia.

Cum

Cum enim ex Hypotheſi vis acceleratrix, atque adeo velocitas genita, ſit ut linea deſcribenda, palam eſt tempora deſcenſus eſſe ubique æqualia. *Q. E. D.*

Coroll. (5.) Cum ex olim demonſtratis corporum omnium circa Ellipſeon centrum gyrantium tempora periodica ſint æqualia, erunt & temporum periodicorum quadrantes per *ARPV* æquales. Et cum hoc in Ellipſibus quibuſcunque verum ſit, etiam & in Ellipſium hinc inde extremis, hoc eſt, in linea recta *AO* & arcu quadrantali *AN* verum erit. Hoc eſt, æqualia erunt tempora quibus corpus unum de loco quocunque *A* cadendo pervenit ad centrum *O*, & corpus aliud revolvendo deſcribit arcum quadrantalem. *Q. E. D.*

Coroll. 3. Prop. 19. ſupra.

Scholium (1.) Cum itaque tempus periodicum Lunæ circa terram, ſit ad tempus periodicum corporis cujuſvis circa centrum telluris revolvens ad ſemidiametri terreſtris diſtantiam, in ſeſquialtera diſtantiarum ratione; & cum intra ſuperficiem telluris vis centripeta ſit ubique in directa diſtantiæ ratione, uti olim demonſtrabitur; juvabit ſuperioris ratiocinii exemplum in medium proferre; & quo temporis ſpatio gravia, poſito ad centrum puteo vel foramine vacuo, illuc deſcenderent calculo oſtendere. Ut ergo temporis periodici in telluris ſuperficie quadrantem, quo nimirum corpora omnia ad centrum accederent, juxta jam demonſtrata inveſtigemus, fiat ut diſtantiæ Lunaris cubus, 60 × 60 × 60. = 216.000. ad ſemidiametri terreſtris cubum, 1 × 1 × 1. = 1. ita periodi Lunaris quadratum 39.343′. × 39.343′. = 1.547.871.649. ad periodi in ſuperficie terreſtri quadratum = 7.166⌊07. cujus radix quadratica 84⌊6 exhibebit ſcrupulos primos horarios quibus corpus vel Planeta ad ſemidiametri terreſtris diſtantiam à centro circa illud integram periodum abſolveret, Cujus numeri quadrans 21⌊15 exhibebit temporis ſpatium ſcru-

Schol. poſt Prop. 14. prius.

ſcrupulis itidem primis deſignatum, quo gravia quæcunque per ſemidiametrum terreſtrem ad ejuſdem centrum pervenirent. Et cum in diſtantiis quibuſcunque idem ſit caſûs tempus, uti jam oſtenſum, liquet corpora omnia ſcrupulis primis viginti & uno, cum partibus ſcrupuli centeſimis quindecim, ſive ſcrupulis ſecundis novem, à ſuperficie ad centrum eſſe deſcenſura. *Coroll.* 4. *prius.*

Schol. (2.) Sin tempus caſûs per ſpatium quodlibet datum abſque Algebræ uſu requiratur; ſcilicet per ſemidiametri terreſtris trientem; quære apud ſinuum Tabulas, ad quem angulum ſinus verſus eſt ſinus totius pars tertia; nimirum ad arcum *AD* graduum 41°. 25′. Unde tempus caſus per *AC*, ſemidiametri trientem, erit ad tempus caſus integri ad centrum, ut Arcus *AD*, ad arcum quadrantalem *AN*: ſive ut 41°. 25′. ad 90°. Et cum 90° : 41°. 25′. : : 21L15 ſcrupuli primi horarii: 9L97, ſive 9′ : 58″. liquet corpus quodvis per ſemidiametri terreſtris trientem ſcrupulis primis horariis novem, & ſecundis quinquaginta octo eſſe deſcenſurum. Et velocitatem in puncto *C*, eſſe ad velocitatem maximam, ubi ad ipſum centrum deſcenderet, in ratione ſinus Recti *CD*, ad ſinum totum *ON*: ſive ut 66.153 ad 100.000. uti ex nuperrime demonſtratis eſt apertiſſimum.

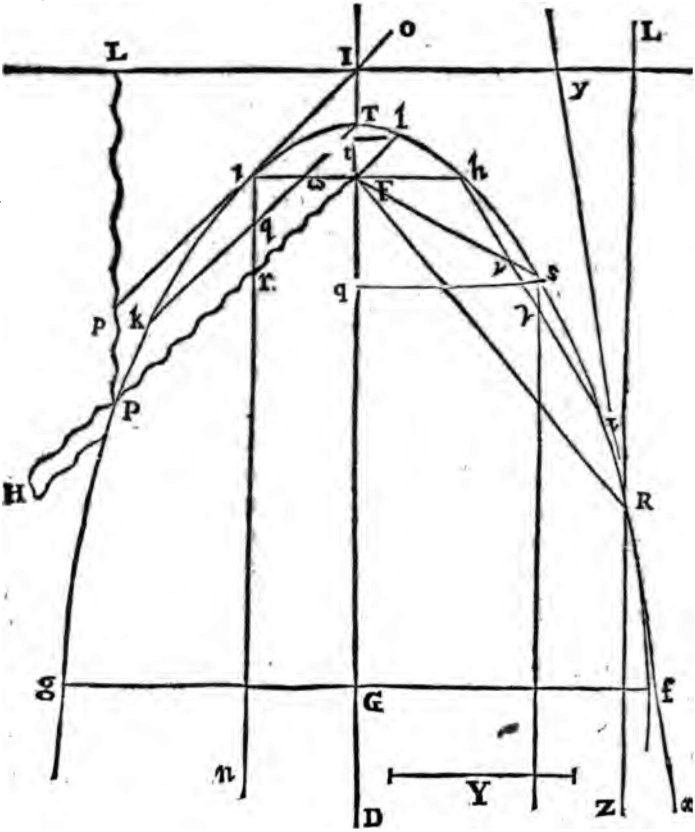
Vid. Fig. p. 154. *Coroll.* 2. *prius.* *Coroll.* 3. *prius.*

April 7. 1705.

XVII.

XVII.

XXVI. PRoblema. Corpore in data trajectoria parabolica circa focum delato, dati arcus deſcripti, aut deſcribendi, ſive in aſcenſu ſive in



deſcenſu, invenire tempus. Sit *F* exempli gratia Umbilicus figuræ. *T* vertex principalis. *Tl* vel *Ts* arcus datus deſcriptus, aut deſcribendus. *Tt* vel *Tq* ejuſdem arcus abſciſſa, ex dato arcu etiam data.

tl

tl vel *qs* ſemiordinata, ex arcu dato etiam data. Requiritur tempus arcus iſtius *Tl* vel *Ts* deſcripti, aut deſcribendi. Ex data Parabola datur ejuſdem Latus rectum, ejuſque proinde pars quarta *TF*. Ex data quoque corporis centralis vi centripeta, datur corporis in vertice principali velocitas; quæ nempe eſt ad velocitatem corporis circulum, cujus radius eſt *TF*, deſcribentis ut radix quadratica numeri binarii ad unitatem. Unde quoque dabitur & area minima à radio *TF* dato quovis tempore minimo deſcribenda. Eſt autem area *FTl* vel *FTs* æqualis duabus tertiis rectanguli $Tt \times tl$, vel $Tq \times qs$. Cui ſi *addatur* triangulum *Ftl* in priore caſu, & in poſteriore ab eodem *auferatur* triangulum *Fqs*, dabitur & area *Ftl* vel *Fts*: quæ per aream minimam dato quovis tempore minimo in vertice *T* deſcriptam diviſa, dabit tempus quæſitum. *Q. E. I.*

Prop. 22. prius.

Exempli gratia, ſit Parabola data illa quam Cometa exeunte Anno 1680. & ineunte 1681. per Europam viſus deſcripſit. Sit *Fq* orbis magni ſemidiametro æqualis, partium nempe æqualium 10.000, qualium partium ſit latus rectum 236⌊8. Et proinde *FT* partium 59⌊2, & integra abſciſſa *Tq* partium 10.059⌊2. Ponamus etiam Cometam fuiſſe in Parabolæ vertice, ſive perihelio ſuo *T* Decembris 8°, ſcrupulo quarto poſt, meridiem. Ad velocitatem Cometæ in vertice Parabolæ inveniendam, reperiatur primum Planetæ ad iſtam diſtantiam in circulo revolventis velocitas; nempe ex hac analogia: ut radix quadratica diſtantiæ *FT*, partium 59⌊2 = 7⌊7. ad radicem quadraticam diſtantiæ *Fq*. partium 10.000 = 100. ita velocitas Telluris annua, ad velocitatem Planetæ circulum cujus radius eſt *FT* deſcribentis. Deinde, ut radix quadratica numeri binarii = 1⌊414, ad unitatem, ita erit velocitas Cometæ in vertice parabolæ ſuæ, ad velocitatem Planetæ in circulo ad eandem diſtantiam.

Vid. Newt. p. 494 & 498.

Prop. 13. prius.

am. Eſt autem velocitas Telluris mediocris hujuſmodi quæ ſpatio minuti unius primi deſcribat partes ⌊1195. & 7⌊7 : 100 :: ⌊1195 : 1⌊552. Unde velocitas Cometæ in perihelio ſuo ea erit quæ ſpatio unius minuti primi deſcribat partes 1⌊414/1 1⌊552 = 2⌊19. qualium ſemidiameter orbis magni eſt 10.000, & qualium diſtantia Cometæ minima eſt 59⌊2. Area itaque dato illo tempore à Cometa radio ad centrum Solis ducto deſcripta æqualis eſt rectangulo ½ 59⌊2 × 2⌊19 = 64⌊824. partibus quadratis. Ut itaque jam tandem temporis ſpatium arcum parabolicum ut *Ts*, ubi *Fq* eſt magni orbis ſemidiametro æqualis deſcribendi inveſtigemus, aream *TsF* computabimus, & cum area priore unico minuto primo deſcripta conferemus. Itaque, ut *TF* partium 59⌊2, ad *Tq* partium 10.059⌊2. ita ſit quadratum *Fh* partium 118⌊4 = 14.018⌊56, ad partes quadratas 2.382.018⌊61. cujus numeri radix quadratica = 1.543⌊3. ex Conicis æqualis erit ſemiordinatæ *qs*: qua in dimidiam diſtantiam *Fq* ducta 1.543⌊3 × ½ 10.000 = 7.716.500 emerget trianguli addititii *Fqs* area. Eſt autem area parabolica integra *Tsq* æqualis duabus tertiis rectanguli *Tq* partium 10.059⌊2, in *sq* partium 1.543⌊3 ducti, ſive partibus quadratis ⅔ 15.524.363⌊36 = 10.349.575⌊57. E quo numero deducatur triangulum *Fsq*. 7.716.500 relinquetur area deſcripta partium quadratarum 2.633.075⌊57. quibus per partes areæ uni minuto primo debitas diviſis 2.633.075⌊57/64⌊824 prodit temporis ſpatium quæſitum: quo nempe Cometa arcum *Ts* deſcriberet = 4.061⌊9 = 28°. 4^h. 59′. Unde arcus *Ts* deſcribetur diebus viginti octo, & horis prope quinque. Et Cometa punctum *s*

occupa-

occupabat Januarii quinto, hora circiter poſt meridiem quarta. Quod etiam cum ſchemate Newtoniano ex obſervationibus deducto exacte congruit.

Si itaque ex hujuſmodi calculis cujuſvis Cometæ Parabolam, aut potius Ellipſin adeo eccentricam, ut pro Parabola tuto haberi poſſit, deſcribentis arcubus quibuſvis, ut *Ts*, tempora congrua ſemel determinata haberemus, ex inverſa methodo etiam temporibus quibuſvis arcus congruos ſatis accurate definire poſſemus: eadem nempe operandi ratione qua in Hypotheſi Kepleriana ejuſque tabulis ex data anomalia Planetarum media in Ellipſibus, eorundem coæquatam invenire ſolemus.

Coroll. (1.) Cum itaque evaneſcat triangulum ablatitium *Fsq* in puncto *h*, erit tum temporis area computanda æqualis duabus tertiis rectanguli *TF* in *Fh*; ſive $\frac{2}{3}$ 59⌊2 × 118⌊4 = 4.676⌊8. & proinde tempus huic areæ debitum æquale $\frac{4.676⌊8}{64⌊824} = 1^h.\ 12'.\ 9''.$ Unde arcus *Th* inter verticem principalem parabolæ, & axi ordinatam per focum deſcribebatur hora una, ſcrupulis primis duodecim, & ſecundis novem. Et Cometa punctum *s* occupabat Decembris octavo, ſcrupulo primo decimo ſeptimo poſt horam primam pomeridianam.

Coroll. (2.) Hinc etiam temporis ſpatium quo arcus quivis datus deſcribitur facile innoteſcit: computando nimirum tempus à perihelio ad locum utrumque, & tempus brevius à longiori auferendo. Eo enim pacto innoteſcet intervallum temporis arcui dato debitum. Sic ſane deducto tempore arcui *Th* congruo $= 1^h.\ 10'.\ 9''.$ ex tempore arcui *Ts* congruo $= 28^d.\ 4^h.\ 59'.$ reliquum eſt temporis intervallum arcui *hs* congruum $= 28^d.\ 3^h.\ 46'.\ 51''.$ Atque ita ubique.

Coroll. (3.) Hinc etiam methodus ex tempore dato arcum deſcriptum inveniendi peti poteſt. Cum enim ad punctum *h* evaneſcat ſemper triangulum ablatitium *Fqs*, aut addititium *Ftl*; & area proinde eo loci facillime computetur, partium nempe quadratarum in noſtro

exemplo 4.677⌊0.516. Cum etiam eo loci *TF* ſit ipſius *Fh* ſemiſſis; cum demum abſciſſa *TF* eadem ſemper ratione creſcat, quo creſcit ipſius ordinatæ *Fh* quadratum; dato quovis tempore, ſive area ipſi proportionali, dabitur arcus eidem congruus: ſi incrementorum vel decrementorum proportionalium ea quantitas ſumatur ut $\frac{1}{2}$ *qs* × *Fq*, ex $\frac{2}{3}$ *qs* × *Tq* ablata reliqua ſit quantitas areæ datæ. Sic ſane, Ut arcum $28^d. 14^h. 59'. = 40.619'.$ hoc eſt, areæ partium quadratarum 2.633.075⌊57 congruum inveniam, Quæro per tabulas quadratorum numerorum, ſi abſque Algebræ auxilio agendum, Ubi talis occurrit numerus ſumpta linea *TF* tanquam unitate: & Area *FTb* tanquam primaria, vel unitate quadrata: vel $\frac{2}{3}$ *TF* × *Fb* = 563. parte areæ totius: & *Fh* tanquam numero binario:) Ut numeris unitati addendis proportionalibus exiſtentibus, numerorum binario addendorum quadratis $\frac{1}{2}$ *qs* × *qF* de $\frac{2}{3}$ *qs* × *Tq* ablato, reliqua ſit area data = 563. Qui numerus alibi non occurret niſi eo loci ubi *Fq*, eſt ad *FT*, ut 10.000 ad 59⌊2. Sive ut 167 ad 1 fere. Unde liquet arcum quæſitum eum ipſum eſſe cujus *Tq* partium 10.059⌊2 eſt abſciſſa. Sed cum hæc methodus non niſi tentando fiat, directa non eſt. Satis tamen eſt quæ tabularum condendarum originem & methodum aliquatenus indicare poſſit.

Scholium. Notandum eſt, methodum Newtoni Geometricam ex dato tempore arcũ deſcriptum directe indicare. Si nimirum fiat ut tempus *ThF* tempus areæ congruum, ad tempus datum, ita *FT* ad *ty*: puncto *t* mediam lineam *TF* occupante, & *ty* ad *TF* perpendiculari ducta, Erit diſtantia à foco *yF* æqualis *ys*. Unde circulus iſto radio deſcriptus punctum deſignabit. Sed

Vid. Newt. cum calculo methodus iſta minus ſit idonea,
L. I. Prop. 30. eandem miſſam impræſentiarum faciemus.

Scholium. Hactenus expoſuimus præcipue motus corporum attractorum ad centrum immobile, quale tamen

men vix extat in rerum natura. Attractiones autem fieri ſolent ad corpora: & corporum trahentium & attractorum actiones ſemper mutuæ ſunt, & æquales, uti olim oſtendimus; adeo ut neque attrahens poſſit quieſcere, neque attractum, ſi duo ſint corpora; ſed ambo quaſi attractione mutua, ubi motus projectilis utriuſque more debito utrique ſemel eſt impreſſus, circum gravitatis centrum commune revolvantur. Et ſi plura ſint corpora, (quæ vel ab unico attrahantur, vel omnia ſe mutuo attrahant,) hæc ita inter ſe moveri debeant ut gravitatis centrum commune vel quieſcat, vel uniformiter moveatur in directum, ut olim quoque oſtendimus. Qua de cauſa jam pergimus motum exponere corporum ſe mutuo trahentium: conſiderando vires centripetas tanquam Attractiones, quamvis fortaſſe, ſi phyſice loquamur, verius dicantur Impulſus. In mathematicis enim jam verſamur; & propterea, miſſis diſputationibus phyſicis, familiari utimur ſermone, quo poſſimus à Matheſeos ſtudioſis facilius intelligi.

Lex Motus 5. prius.

Lex Motus 25. prius.

XXVII. Corpora duo ſe invicem trahentia deſcribunt & circum commune centrum gravitatis, & circum ſe mutuo figuras ſimiles: hoc eſt, deſcribendo revera figuras ſimiles circa commune gravitatis centrum; oculo in alterutro duorum poſito, & motum corporis ſui vel centri gravitatis non percipiente, figura iiſdem ſimilis deſcribi videbitur.

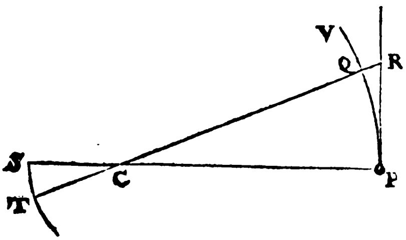
Sunt enim diſtantiæ à communi gravitatis centro corporibus reciproce proportionales, atque adeo in data ratione ad invicem: & componendo in data ratione ad diſtantiam totam inter corpora. Feruntur autem hæ diſtantiæ circum terminos ſuos communi motu angulari, propterea quod in directum ſemper jacentes non mutant inclinationem ad ſe mutuo. Lineæ autem rectæ quæ ſunt in data ratione ad invicem, & æquali motu angulari circum terminos ſuos feruntur, figuras circa eoſ-

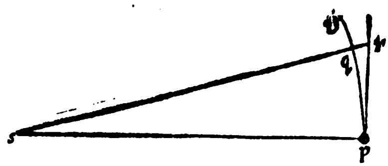
dem terminos (in planis quæ una cum his terminis vel quieſcunt, vel motu quovis non angulari moventur,) deſcribunt omnino ſimiles. Proinde ſimiles ſunt figuræ quæ his diſtantiis circumactis deſcribuntur. *Q. E. D.*

Scholium. Sic ſane & Tellus & Luna motu menſtruo circa commune utriuſque centrum gravitatis feruntur: nobis vero in tellure poſitis, quibus neque terræ, ſedis noſtræ, neque centri gravitatis, utpote puncti inviſibilis motus ſentiri poteſt, ſola Luna circumferri videtur: & ita in reliquis omnibus planetarum ſyſtematis accidat eſt neceſſe.

XXVIII. Si corpora duo viribus quibuſvis ſe mutuo trahant, & interea revolvantur circa gravitatis centrum commune, Figuris quas corpora ſic mota deſcribunt circum ſe mutuo, poteſt figura ſimilis & æqualis circum corpus alterutrum immotum viribus iiſdem deſcribi.

Revolvantur *S. P* circa commune gravitatis centrum *C*; pergendo de *S* ad *T.* deque *P* ad *Q.* *A* dato puncto *s* ipſis *SP. TQ* æquales & parallelæ ducantur ſemper *sp. sq.* & curva *pqv*, quam punctum *p* revolvendo circum punctum immotum *s* deſcribit, erit ſimilis & æqualis curvis quas corpora *S. P* deſcribunt circum ſe mutuo: proindeq; per Propoſitionem poſtremam ſimilis curvis *ST* & *PQV* quas eadem corpora deſcribunt circa commune gravitatis centrum *C.* id adeo quia proportiones linearum *SC. CP.* & *SP.* vel *sp* ad invicem ubique dantur.





Casus (1.) Commune illud gravitatis centrum *C*, per motus legem 25. vel quieſcit, vel movetur uniformiter in directum. Ponamus primo, quod id quieſcit: inque *s* & *p* locentur corpora duo: immobile in *s*; & mobile in *p*: corporibus *S* & *P* reſpective ſimilia & æqualia. Dein tangant rectæ *PR*. & *pr*. curvas *PQ*. & *pq*. in *P*. & *p*. & producantur *CQ*. & *sq*. ad *R*. & *r*. Et ob ſimilitudinem figurarum *CPRQ*. *sprq*. erit *RQ*, ad *rq*, ut *CP*, ad *sp*: adeoque in data ratione. Proinde, ſi vis, qua corpus *P* verſus corpus *S*, atque adeo verſus centrum intermedium *C*, attrahitur, eſſet ad vim qua corpus *p* verſus centrum *s* attrahitur in eadem illa ratione data, hæ vires æqualibus temporibus attraherent ſemper corpora de tangentibus *PR*. *pr*. ad arcus *PQ*. *pq*: per intervalla ipſis viribus proportionalia *RQ*. *rq*. adeoque vis poſterior efficeret ut corpus *p* gyraretur in curva *pqv*, quæ ſimilis eſſet curvæ *PQV*, in qua vis prior efficit ut corpus *P* gyretur: & revolutiones iiſdem temporibus complerentur. At quoniam vires illæ non ſunt ad invicem in ratione *CP* ad *sp*, ſed (ob ſimilitudinem & æqualitatem corporum *S* & *s*. *P* & *p*. & æqualitatem diſtantiarum *SP*. *sp*.) ſibi mutuo æquales, corpora æqualibus temporibus æqualiter trahentur de tangentibus; & propterea ut corpus poſterius *p* trahatur per intervallum majus *rq*. requiritur tempus majus, idque in ſubduplicata ratione intervallorum; propterea quod ſpatia ipſo motus initio deſcripta ſunt in duplicata ratione temporum. Ponatur igitur velocitas corporis *p*, eſſe ad velocitatem corporis *P*, in ſubduplicata ratione diſtantiæ *sp* ad diſtantiam *CP*. eo ut temporibus quæ ſint in eadem ſubduplicata ratione deſcribantur arcus *PQ*. *pq*. qui ſunt in ratione integra, ſive inter ſe ſimiles. Et corpora *P*. *p*. viribus æqualibus ſemper attracta deſcribent circum centra quieſcentia *C* & *s* figuras ſimiles *PQV*. *pqv*. quarum poſterior

Prop. 4. prius,

pqv ſimilis eſt & æqualis figuræ quam corpus *P* circum corpus mobile *S* deſcribit. *Q.E.D.*

CASUS (2.) Ponamus jam quod commune gravitatis centrum, una cum ſpatio relativo in quo corpora moventur inter ſe, progreditur uniformiter in directum: & per motus legem 26. omnes motus in hoc ſpatio peragentur ut prius: adeoque corpora deſcribent circum ſe mutuo figuras eaſdem ac prius: eaſque propterea ipſi figuræ *pqv* ſimiles & æquales. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Tempus periodicum circa corpus immobile *s*, erit tempore periodico circa mobile *S*, vel verius circa gravitatis centrum *C*, majus: idque in reciproca ratione angulorum ſimul deſcriptorum: hoc eſt, in ſubduplicata ratione radiorum *sp* & *CP*. hoc eſt, in ſubduplicata ratione ſummæ corporum *S* + *P* ad corpus *S*. Sic ſi Luna *p* circa Tellurem immobilem *s* revolveretur ad eandem diſtantiam; & ſi quantitas materiæ in Luna poneretur tantum pars vigeſima ſexta quantitatis materiæ in terra; Tempus periodicum Lunæ majus eſſet tempore ejuſdem periodico præſenti, in ratione numeri 27. ad numerum 26|495. Sunt enim 27 : 26|495 : 26 $\frac{\cdot\cdot}{\cdot\cdot}$. Unde cum Tempus periodicum Lunæ ſit jam $27^{d}.\ 7^{h}.\ 43'$. ſive 39.343'. Si circa Terram immobilem revolveret, Tempus periodicum eſſet 40.092'. ſive $27^{d}.\ 20^{h}.\ 12'$.

Coroll. (2.) Hinc corpora duo viribus diſtantiis ſuis directe proportionalibus ſe mutuo trahentia, deſcribunt & circum commune gravitatis centrum, & circum ſe mutuo Ellipſes concentricas, & centra in virium centris habentes. Et vice verſa; ſi tales figuræ circa Ellipſeωn centra deſcribantur, ſunt vires centripetæ diſtantiis à centro directe proportionales.

Vid. Prop. 19. prius.

Coroll. (3.) Corpora duo viribus quadrato diſtantiæ ſuæ reciproce proportionalibus deſcribunt, & circum commune gravitatis centrum, & circum ſe mutuo Sectiones Conicas, umbilicos

Vid. Prop. 21. prius.

eos habentes in centro circum quod figuræ deſcribuntur. Et vice verſa, ſi Tales figuræ circa Sectionum Conicarum focum deſcribantur, vires centripetæ ſunt diſtantiarum quadratis reciproce proportionales.

Coroll. (4.) Corpora duo quævis circum gravitatis centrum commune gyrantia radiis & ad centrum illud, & ad ſe mutuo ductis deſcribunt areas temporibus proportionales; nimirum propter radiorum vel virium centripetarum ad iſta centra perpetuam directionem. *Vid. Prop.* 15, *prius.*

Maij 14°. 1705.

XVIII.

XXIX. SI corpora duo *S* & *P* viribus quadrato diſtantiæ ſuæ reciproce proportionalibus ſe mutuo trahentia revolvantur circa gravitatis centrum commune; Ellipſeωs quam corpus alterutrum *P* hoc motu circa alterum *S* deſcribit Axis Tranſverſus, erit ad Axem tranſverſum Ellipſeωs quam corpus idem *P* circa alterum quieſcens eodem tempore periodico deſcribere poſſet, ut ſumma corporum duorum *S* + *P*, ad primam duarum mediè proportionalium inter hanc ſummam & corpus illud alterum *S*. Nam ſi deſcriptæ Ellipſes eſſent ſibi invicem æquales, tempora periodica per Propoſitionem poſtremam forent in ſubduplicata ratione corporis *S* ad ſummam Corporum *S* + *P*. Minuatur in hac ratione tempus periodicum in Ellipſi poſteriore, & tempora periodica evadent æqualia. Ellipſeωs autem axis tranſverſus † minuetur in ratione cujus hæc ſubduplicata eſt ſeſquiplicata; id eſt in ratione *Vid. Fig. p.* 164. † *Prop.* 13. *ſupra.*

one cujus ratio integra S ad $S + P$ eſt triplicata: adeoque ad axem tranſverſum Ellipſeωs alterius ut prima duarum medie proportionalium inter $S + P$, & S, ad $S + P$. Et inverſe Axis tranſverſus Ellipſeωs circa corpus mobile deſcriptæ, erit ad axem tranſverſum deſcriptæ circa immobile, ut $S + P$, ad primam duarum medie proportionalium inter $S + P$, & S. *Q.E.D.*

Sic ſi diſtantia Lunæ à Terra mediocris: hoc eſt, axis tranſverſi Ellipſeωs deſcriptæ ſemiſſis ex hypotheſi Terræ immobilis ſit 60. ſemidiametrorum terreſtrium, dato nempe tempore periodico; erit ex hypotheſi Terræ & Lunæ circum gravitatis centrum commune gyrantium diſtantia illa 60 ſemidiametris major, eaque in ratione ſummæ Terræ atque Lunæ, ad primam duarum medie proportionalium inter Terræ Lunæque ſummam & Terram. Sive ex Hypotheſi quod Luna ſit 26ª. pars terræ; ut 27. ad 26⌊665. Sunt enim 26 : 26⌊33 : 26⌊665 : 27 ÷. Unde cum diſtantia Lunæ in Hypotheſi terræ immobilis ponatur 60 ſemidiametrorum terreſtrium, erit revera ex ejuſdem motu $60\frac{1}{4}$ ſemidiam.

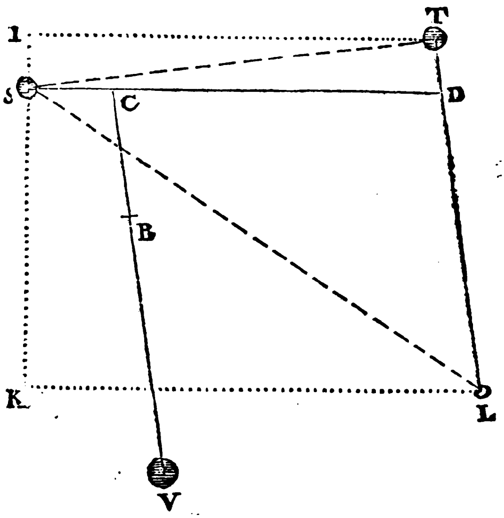
Corollarium. Ex nuperrime demonſtratis ſequitur, quod ſi Corpora duo viribus quibuſvis ſe mutuo trahentia, neque alias agitata vel impedita quomodocunque moveantur, Motus eorum perinde ſe habebunt, ac ſi non traherent ſe mutuo, ſed utrumque à corpore tertio in communi gravitatis centro conſtituto viribus iiſdem traherentur. Et virium attrahentium eadem erit Lex reſpectu diſtantiæ corporum à centro illo communi atque reſpectu diſtantiæ totius inter corpora. Vires enim illæ quibus corpora ſe mutuo trahunt, tendendo ad corpora, tendunt ad commune gravitatis centrum intermedium: & diſtantiæ à centro gravitatis ſunt diſtantiis corporum ubique proportionales: adeoque vires eædem ſunt & eadem ratione creſcunt vel decreſcunt, ac ſi à corpore intermedio in gravitatis centro manarent.

XXX. Corpora plura, quorum vires materiæ quantitati ſunt proportionales, & in directa diſtantiarum ratione,

tione, moveri poſſunt in variis Ellipſibus circa earum centra: ita ut motus ſine perturbatione perpetuo perſeverent, & ut commune omnium gravitatis centrum interea quieſcat.

Ponantur imprimis corpora duo *T* & *L* commune habentia gravitatis centrum *D*. Si motus projectilis debita proportione ſecundum lineas parallelas in eodem plano ſitas, ſed ſecundum directiones contrarias utrique ſemel imprimatur, deſcribent hæc Ellipſes ſimiles, centra habentes in *D* communi duorum gravitatis centro, ut olim expoſuimus. *Prop. 19. prius.*

Trahat jam corpus tertium *S* priora duo *T* & *L*,



viribus acceleratricibus *ST*, *SL*. & ab ipſis viciſſim trahatur. Vis *ST* per legem motus 22. reſolvi poteſt in vires *SD*, *DT*. & vis *SL* in vires *SD*, *DL*. Vires autem *DT*, *DL*, quæ ſunt ut ipſarum ſumma *TL*: [cum enim rationes ipſarum partium *TD* & *DL* eædem ſemper maneant, manebit & ratio totius

TL

TL in omnibus corporum *T* & *L* diſtantiis.] Et vires acceleratrices ipſorum corporum *T* & *L* ſunt ut diſtantiæ *TL*. & vires adjectitiæ à corpore *S* oriundæ, & ſecundum lineam *TL* tendentes ſunt, ſicut jam vidimus, ut eædem diſtantiæ *TL*. Ergo ſumma virium *TD* & *LD* centrum gravitatis reſpicientes ſunt ut diſtantiæ *DT* & *TL*. Sed viribus prioribus majores: adeoque efficient ut corpora illa deſcribant Ellipſes, aut prioribus ſimiles motu celeriore, ſi motus projectilis pro vis centripetæ adjectitiæ ratione acceleretur; aut alterius ſpeciei ſi motus iſte projectilis maneat datus. Vires reliquæ acceleratrices *SD* & *SD* trahendo illa corpora æqualiter & ſecundum lineas *TI*, *LK* ipſi *DS* parallelas nil mutant ſitus earum ad invicem, ſed faciunt ut ipſa æqualiter accedant ad lineam *IK*, ipſi *SD* perpendicularem. Impedietur autem iſte ad lineam *IK* acceſſus faciendo ut Syſtema corporum *T* & *L*; hoc eſt, centrum gravitatis duorum *D* ex una parte; & Corpus *S* ex altera juſtis cum velocitatibus in dato plano ſecundum lineas parallelas gyrentur circa commune gravitatis centrum trium *C*. Tali motu corpus *S* (eo quod ſummæ motuum utrinque diſtantiæ *SD*, & proinde ipſis *CD* & *CS* directe proportionales trahunt corpora verſus centrum *C*:) deſcribet Ellipſin circa idem *C*. & punctum *D* deſcribet Ellipſin conſimilem è regione; interea dum Corpora *T* & *L* pergant Ellipſes ſuas circa centrum mobile *D*, ut prius deſcribere.

Addatur jam corpus quartum *V*. & ſimili argumento concludetur, hoc & punctum *C* Ellipſes circa omnium commune centrum gravitatis *B* deſcribere poſſe; manentibus motibus priorum corporum *T*, *L*, & *S*, circa centra *D* & *C*, ſed aliquantum acceleratis. Et eadem erit plurium ratio.

Coroll. (1.) Caſus Syſtematis corporum circa alia corpora revolventium, ubi vires centripetæ ſunt directe ut diſtantiæ, Ellipſes exhibet nobis accuratas; nec ullo

modo

modo per plurium corporum additionem perturbatas. Quo autem magis recedit Lex virium centripetarum ab hac lege, neceſſe eſt, cæteris paribus, ut eo magis corpora motus mutuos perturbent.

Coroll. (2.) Sin vires centripetæ ſint reciproce ut diſtantiarum quadrata, & Syſtema corporum duorum pluriumve minorum circa commune gravitatis centrum in Ellipſeos umbilico poſitum revolventium ad latus urgeatur à Corpore longe maximo, & ſatis remoto; ita ut commune omnium gravitatis centrum à centro corporis maximi non longe abſit; commune Syſtematis corporum minorum gravitatis centrum Ellipſin circa corpus maximum, ſeu potius circa commune omnium gravitatis centrum deſcribet. In motibus autem corporum minorum Inæqualitates haud paucæ orientur; quas in ſequentibus explicabimus. Quales etiam in Luna noſtra Aſtronomi obſervatis indubiis monſtrarunt.

Coroll. (3.) Maxima autem omnium orietur in Syſtemate minore perturbatio, ſi corpus maximum omnes Syſtematis iſtius partes paribus diſtantiis inæqualiter attraheret: hoc eſt, ſi corporum variorum genera variis gradibus in Corpus maximum gravitarent; præſertim ſi proportionis hujus inæqualitas major eſſet quam inæqualitas proportionis diſtantiarum à corpore maximo. Nam ſi vis acceleratrix æqualiter & ſecundum lineas parallelas agendo nil perturbet motus corporum inter ſe, neceſſe eſt ut ex actionis inæqualitate perturbatio oriatur; majorque ſit vel minor pro majore vel minore inæqualitate. Exceſſus impulſuum majorum agendo in aliqua corpora, & non agendo in alia; aut ſaltem in alia agendo minus, neceſſario mutabunt ſitum eorum inter ſe. Et hæc perturbatio, ſi qua eſſet, addita perturbationi quæ ex linearum inclinatione & inæqualitate neceſſario oritur, majorem redderet perturbationem totam.

Coroll. (4.) Unde ſi Syſtematis minoris partes in Ellipſibus circa focum, vel in Circulis circa centrum ſine alia motuum perturbatione quam quæ ex linearum à

Cor-

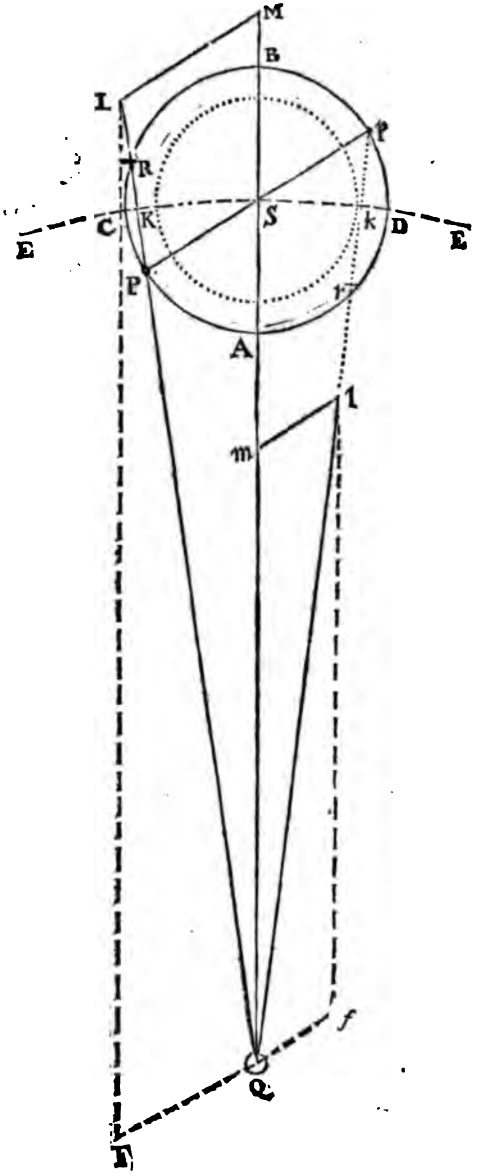
Corpore maximo ductarum inclinatione & inæqualitate oriri debeat, moveantur, manifeſtum eſt quod vires acceleratrices omnium Syſtematis partium verſus maximum ſunt paribus diſtantiis æquales; & quod omnia corpora in Syſtemate minore comprehenſa æqualiter in corpus maximum gravitant.

Coroll. (5.) Hinc etiam conſtat partes Syſtematis minoris aut à nullis aliis viribus acceleratricibus quam quæ ad corpus maximum tendunt, urgeri, niſi forte leviſſime & inſenſibiliter: aut ſaltem æqualiter, & ſecundum lineas parallelas urgeri quam proxime. Quæ omnia ad Syſtemata Terræ, & Lunæ; Jovis & Circumjovialium; Saturni & Circumſaturniorum, circa Solem gyrantia facile fuerit applicare: ut verbis pluribus haud opus eſſe videatur.

XXXI. Si Planeta primarius circa Solem revolvens ſecum deferat Satellitem, hic circa primarium ita movebitur ut à quadratura cum Sole ad conjunctionem aut oppoſitionem proxime inſequentem acceleretur perpetuo; à ſyzygia vero ad quadraturam retardetur; adeoque prope ſyzygias Satelles velocius feretur, prope quadraturas vero tardius.

Sit *Q* Sol, *S* Planeta primarius in orbe ſuo annuo *ESE* revolvens. *P* vel *p* Satelles orbitam ſuam menſtruam *ADBC* circa primarium deſcribens: in qua orbita puncta *A* & *B* Syzygias cum Sole, hoc eſt, Conjunctionem & Oppoſitionem deſignent: *C* & *D* Quadraturas, hoc eſt, puncta per quadrantem circuli à ſyzygiis hinc inde diſtantia. Si porro *QS*, vel *QK*, vel *Qk*, mediocris diſtantia Satellitis à Sole, exponat attractionis acceleratricis quantitatem; qua nempe ſecundarius Planeta ad Solem tendit, ubi ad eandem atque primarius diſtantiam à Sole ſit poſitus: Et locus Satellitis hujuſce ſupponatur in *P* vel *p* in ſua orbita: Sumatur in linea *PQ* vel *pQ*, ſi opus eſt, producta, *QL* vel *Ql*, quæ ſit at *QK*, vel *Qk*, in duplicata ratione *QK*, vel *Qk*, ad *QP*, vel *Qp*, hoc eſt, ut

ſint


M
B
L
R
K
S
k
D
C
E
E
P
A
l
m
f
Q
F

ſint $PQ : QK : QR : QL$. vel $Qp : Qk : Qr : Ql$ continue proportionales, hæc ultimo reperta linea QL, vel Ql exponet attractionem acceleratricem Satellitis ad L vel l poſiti verſus Solem in Q. Jungatur SP. vel Sp; & huic parallela ducatur LM vel lm, cum QS in M vel m concurrens. Per motus legem 22. Attractio acceleratrix QL vel Ql reſolvetur in attractiones LM, & LF, ſive MQ: vel in lm, & lf, ſive mQ. & cum harum linearum directionibus. Quarum attractionum ea quæ per MQ, vel mQ exponitur, reducitur ad attractionem MS, vel mS: auferendo nimirum attractionem ut QS ſatelliti primarioque ſuo communem, & proinde nullas anomalias inducentem. Quo pacto attractio ſatellitis ſecundum directionem SQ tendens, quæ in cenſum hic loci venire debet, reducitur ad attractionem MS, in loco P, quantum ſatelles magis quam primarius ad Solem attrahitur: & ad attractionem mS, in loco p, quantum ſatelles minus quam primarius attrahitur. Unde MS in priore caſu, & mS in poſteriore attractionum ſecundum SQ tendentium *differentiam*, ſive Exceſſum & Defectum deſignabit. Atque adeo Satelles hoc pacto triplici ubique attractione, aut potius hujuſmodi attractionibus quæ in triplicem attractionem rite reſolvi poſſit, agitatur. Prima nempe & præcipua attractio illa eſt qua primarius S; eundem ſecundarium P, vel p trahit. Secunda eſt illa quæ eſt ipſi LM, vel lm proportionalis; cum lineæ LM, vel lm directione: hoc eſt, cum directione ipſius PS vel pS, ipſi LM vel lm parallelæ. Unde vis integra ex binis hiſce compoſita etiam dirigitur verſus S. Vis itaque hæc integra, ex binis hiſce compoſita, cum centrum primarii S reſpiciat, efficiet ut corpus L, vel l, ſi hac ſola agitaretur, areas circa idem centrum S deſcriberet etiamnum temporibus proportionales: per Propoſitionem 15. Sed Satelles vi tertia etiam urgetur; quæ nempe eſt ut MS, vel mS, & cum directione ab M vel m

ver-

verſus *S*: hoc eſt, ab *L*, vel *l* verſus *F*, vel *f*. Nimirum in poſitione *P* ſatelles magis tendit ad Solem, quam primarius ſuus; atque id ſecundum directionem ipſi *QS* parallelam exceſſu *MS*. Et in poſitione *p*, ſatelles minus tendit ad Solem quam primarius, atque id ſecundum eandem directionem, ipſi *QS* parallelam, defectu *mS*. Quod eodem omnino redibit, ac ſi exceſſum *MS*, ab *L*, verſus *F*; & defectum *mS*, ab *f* verſus *l*; ſive exceſſum ab *M* verſus *S*, & defectum ab *m* verſus *S* æſtimemus: vel ac ſi ſatelles hinc inde à Sole duplici ad partes oppoſitas ſimul utrinque oppoſito perturbaretur. Ubi enim Primarius à ſecundario vero attractionis exceſſu verſus Solem retrahitur, effectus iidem plane futuri ſunt qui ſequerentur omnes quoad primarium & apud eum ſenſibiles, quales nunc ſolum indagamus, ſi immoto primario ſecundarius eadem attractionis differentia in partes à Sole oppoſitas abſtraheretur. Hæc autem vis tertia ex attractionum ipſi *SQ* parallelarum differentia oriunda, cum ad centrum *S* non tendat, neque vis integra ex tribus hiſce compoſita totalis, nempe illa qua Satelles revera urgetur, ad centrum tendit. Quapropter Satelles non deſcribet areas circa primarii centrum æquabiles, ſive temporibus proportionales. Sed vis hæc per *MS*, vel *mS* expoſita arearum deſcriptionem æquabilem, ſive temporibus proportionalem, perturbabit. Nempe in ſemicirculi *CAD* quadrante *CA*, poſito motu menſtruo per *A. D. B. C.* ab occidente in orientem peracto, motum Satellitis circa *S* à *C* verſus *A*, factum conſpirando accelerat: poſt Conjunctionem vero in *A*, in quadrante *AD*, contrariando retardat. Satellite autem ad quadraturam circa *D* pervento evaneſcit vis tertia *MS*, vel *mS*. (quoniam *QK*, vel *Qk*: *QP* vel *Qp*: ac proinde etiam & *QL*, vel *Ql* tunc æquales ſunt.) Et proinde vis per illam ubique expoſitæ nulli hic loci effectus eſſe poſſunt. Satel-

Prop. 17 & 18. *prius.*

telles igitur circa quadraturas reliquis viribus, iiſque ſolis ad centrum primarii tendentibus agitatus, areas per radium vectorem æquabiles, ſive temporibus proportionales deſcribet. Dum vero Satelles quadrantem *DB* peragrat, *Qm* deficit à *QS*: & ſi vires perturbantes ad ſatellitem ſolum referamus, tendent eæ ab *m*, verſus *S*; & conſpirando motum ejus iterum accelerabunt: Poſt oppoſitionem vero in *B*, tendent vires etiamnum ab *m*, verſus *S*; & contrariando motum ſatellitis retardabunt: donec iterum circa quadraturam *C* evaneſcat *mS*, ejuſque proinde effectus ceſſent. Rurſus, cum vis *MS* vel *mS* areæ perturbatrix in tranſitu Satellitis à *C*, ad *A*: & à *D*, ad *B* perpetuo augeatur: & in *A* ac *B* ſit maxima; & hinc rurſus perpetuo diminuatur in tranſitu ſatellitis ab *A* ad *D*, & à *B* ad *C*, donec in punctis *D* & *C* evaneſcat; Patet Satellitis motum ex primario ſpectatum eſſe cæteris paribus velociſſimum in Syzygiis, *A* & *B*: tardiſſimum in Quadraturis *C* & *D*. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Hinc inæqualitatem iſtam in motu Lunari quam *Variationem* dicunt Aſtronomi ſolvere licebit: qua Luna ita in ſyzygiis velocius quam in quadraturis fertur, ut à ſyzygia ad octantem pergendo minuta prima quaſi 35. lucretur ultra motum medium; & eandem quantitatem ob octante ad quadraturam pergendo iterum deperdat: atque ita perpetuo. Et conſimilis anomalia in lunulis circumjovialibus & circumſaturniis eſt expectanda: quamquam ob majorem iſtarum Syſtematum à Sole & à nobis diſtantiam; & propter curſuum menſtruorum tempora breviora vix aut ne vix quidem evadit ſenſibilis.

Coroll. (2.) Hinc etiam ſequitur quod Orbita Satellitis cæteris paribus *curvior* erit in quadraturis, quam in Conjunctione & Oppoſitione. Et proinde, ſi per ſe ſit circularis, evadet aliquantulum Ellipticus, circa Primarium in centro poſitum: ita ut Axis Ellipſeos minor in Syzygiis, & major in quadraturis perpetuo colloce-

locetur. Sin orbita ſit per ſe Elliptica, circa primarium in foco poſitum, magis ad iſtam Figuram accedet quam ſi nulla hujuſmodi anomalia afficeretur. Primus quod ſciam Carteſius hujuſmodi oblongam Figuram orbitæ Lunaris ex mera Hypotheſi conjectura definivit: interea tamen mirum errorem erravit, dum Lunam in omnibus ſyzygiis ad terram propinquiorem, & in omnibus quadraturis remotiorem ſtatueret: cum è contra per propriam orbitæ Lunaris eccentricitatem, poſita apſidum linea circa ſyzygias, Luna ſit in ſumma apſide, quam in quadraturis à Terra remotior: non obſtante hac inæqualitate de qua jam verba facimus. Primus autem hujuſmodi oblongam Orbitæ Lunaris Figuram per obſervata vere animadvertit Acutiſſimus Halleius; aut ſaltem primus cum publico communicavit: & exinde Lunæ Theoriam primus emendandam eſſe oſtendit. Quod vero ad Corollarii hujuſce demonſtrationem ſpectat, illud ex propoſitione hac facile deducitur. Corpora enim velociora minus deflectunt à recto tramite quam tardiora: & præterea, vis perturbatrix ut *MS*, vel *mS* in Conjunctione & Oppoſitione non ſolum eſt per ſe maxima, ſed & directe contraria iſti vi qua corpus centrale *S* trahit corpus *P*, vel *p*: adeoque vim illam contrariando minuit. Corpus autem *P* vel *p* minus deflectet à recto tramite, ubi minus urgetur in corpus centrale *S*, adeoque in orbita oblonga elliptica circa primarium feretur.

Maij 21. 1705.

XIX.

XXXII. SI ob diminutam & auctam per vices diſtantiam inter Solem & Planetam primarium actio Solis augeatur ac diminuatur per vices, augebitur

 ſimul

ſimul ac diminuetur orbitæ Satellitis radius; & Tempus periodicum Satellitis circa primarium per vices mutabitur; augebitur nimirum cum aucto radio; & diminuetur cum diminuto.

Vis qua primarius trahit Satellitem augetur cum Satelles eſt in quadraturis *C*, & *D*, per additionem vis *SP*, vel *Sp*: evaneſcente vi *SM*, vel *Sm*: & diminuitur cum Satelles eſt in ſyzygiis, per ablationem vis *SM*, vel *Sm*. Et quia vis *SM*, vel *Sm* in ſyzygiis eſt quaſi duplo major quam *SP*, vel *Sp* in quadraturis; ubi *R* vel *r* punctum cum puncto *B*, vel *A* fere coaleſcit; vis primarii attractiva magis quolibet menſe Synodico diminuetur quam augebitur: adeoque pro abſolute diminuta eſt omnino cenſenda. Aucta igitur circa Syſtematis Perihelion Solis vi, langueſcet magis vis attractiva primarii, & dilatabitur orbita: diminuta autem circa Syſtematis Aphelion Solis vi, invaleſcet magis vis primarii attractiva, & contrahetur orbita. Una autem cum orbita dilatata augebitur tempus Satellitis periodicum: & una cum contracta orbita diminuetur tempus periodicum: atque ita quotannis motus Satellitis medius erit major & minor per vices; & in mediocri à Sole diſtantia ſola vere medius eſt habendus.

Corollarium (1.) Hinc inæqualitatem illam in motu Lunari annuam quæ medium ejus motum ſpectat ſolvere licebit: qua nempe motus Lunæ medius exceſſu & defectu 12'. fere motum vere medium excedit, & ab eodem deficit per vices: excedit nempe in tranſitu telluris ab apſide ſumma ad diſtantiam mediocrem; deficit à diſtantia mediocri ad apſidem imam: & iterum deficit ab apſide ima ad mediocrem diſtantiam; & à mediocri diſtantia ad apſidem ſummam excedit iterum. Atque ita in perpetuum. Neque aliter de Circumjovialibus & Circumſaturniis eſt in ſua Proportione cenſendum. Quanquam hæc inæqualitas & reliquæ etiam in iſtis tantillæ ſunt ubique, ut fere negligi debeant.

Coroll.

Coroll. (2.) Tempus periodicum Satellitis cujuſvis vere originarium & primitivum, hoc eſt, quo primarium ſuum extra Solis vires poſitum circuitu integro pervolveret, paulo brevius eſt tempore periodico medio præſenti; & diſtantia originaria à primario ſuo paulo minor. Nempe ſi vires Solis, quæ jam ſemper vires primarii integro quovis curſu debilitant, tollerentur, appropinquaret ſatelles; & in minore diſtantia tempus brevius periodicum obtineret.

Coroll. (3.) Hinc etiam cum Cl. Gregorio inferre licet, quod ſi Primarius quivis Planeta novæ materiæ acceſſu evadat major, & inde ejus attractio in eadem ratione evadat major, Satelles in minori orbita & minore etiam tempore periodico revolveret. Similiter ſi primarius per ablationem materiæ diminuatur, Satelles in majori orbita, & majore etiam tempore periodico revolveret. Idemque reſpectu Primarii cujuſque continget, ſi Sol ipſe caſu aliquo augeretur vel diminueretur.

Coroll. (4.) Cum itaque ex antiquiſſimis Aſtronomorum obſervatis cum nuperrimis collatis conſtet, tempora periodica primariorum circa Solem, & Lunæ, ſecundarii Planetæ, circa Terram eſſe eadem hoc ſeculo quæ ante annos bis mille fuerant, certum eſt tanto temporis ſpatio quantitatem materiæ tam in Sole quam in Terra æqualem fuiſſe; nec ſenſibili ullo augmento aut decremento obnoxiam.

Coroll. (5.) Sin quantitas materiæ in Terra è Diluvio Noetico aut aliunde aucta ſupponantur, Menſis periodici Lunaris quantitas ut tum temporis diminueretur erat neceſſe.

XXXIII. Si Planeta ſecundarius deſcribat orbitam Ellipticam circa primarium in Ellipſeωs foco poſitum, Hujus Ellipſeωs Axis major, ſive apſidum linea, quoad motum angularem progredietur & regredietur per vices: ſed magis tamen progredietur: & in ſingulis ſatellitis revolutionibus per exceſſum progreſſionis feretur

in conſequentia. In ſyzygiis nempe cum Sole progredietur; & in quadraturis regredietur.

Nam vis qua ſecundarius Planeta *P*, vel *p* urgetur in primarium ſuum circa quadraturas; ubi vis altera *MS*, vel *mS* evanuit, componitur ex vi *LM*, vel *lm* & vi centripeta corporis centralis *S*. Vis prior, ſi augeatur diſtantia aut diminuatur, augetur aut diminuitur in eadem fere ratione directe: ita ut in majori à primario diſtantia evadat major attractio verſus centrum; & in minore minor. Vis autem poſterior à Primario immediate orta in majori diſtantia evadit minor, & in minore major; eſtque ſemper in duplicata diſtantiæ ratione reciproce. Adeoque vis integra, ſive *ſumma* virium verſus primarii centrum ex diſtantia aucta decreſcit in minore ratione quam eſt duplicata ratio diſtantiæ: hoc eſt, non tantum diminuitur in diſtantia majore, nec tantum augetur in diſtantia minore, quantum motus circa focum Ellipſeos immobilis requirit. In conjunctione vero & oppoſitione, vis qua ſatelles in primarium urgetur eſt *differentia* inter vim qua primarius trahit ſecundarium, & vim *KL*, vel *kl*: ſive in hoc caſu *SM*, vel *Sm*. Et differentia illa, propterea quod vis *SM*, vel *Sm* augetur quam proxime in ipſa diſtantiæ ratione directe, decreſcit in majore quam duplicata ratione diſtantiæ; atque adeo major eſt in minore diſtantia, & minor in majore, quam quæ Ellipſi immobili deſcribendæ ſufficiat. Si autem vis centripeta decreſcat in ratione pluſquam duplicata diſtantiæ, ut fit circa ſyzygias, accedetur aliquantulum ad caſum vis centripetæ decreſcentis in triplicata ratione diſtantiæ, unde motus in ſpirali, ſine ulla tangentis ad radium mutatione ſequeretur. Revolvet itaque ſatelles in Ellipſi quadam mobili, ſive motus angularis major requiretur ut tangentes obliquæ ad radium evadant eidem perpendiculares; hoc eſt, ut ſatelles ad apſides ſuas perveniat, quam requireretur ſi vires eſſent in ipſa ratione diſtantiæ duplicata reciproce. Hoc eſt, apſidum linea progredietur.

tur. Et, è contra, Si vis centripeta decreſcat in minore ratione quam diſtantiæ duplicata, ut ſit circa quadraturas, caſus contrarius ſequetur: & ſatellitis motus à motu per ſpiralem angulum radii & tangentis non mutantem diverſo orietur: Ita ut angulus iſte citius mutetur, & ad rectam pertingat citius quam pertingeret ſi vires eſſent in ipſa ratione diſtantiæ duplicata reciproce: Hoc eſt, Apſidum linea regredietur. In locis autem inter ſyzygias & quadraturas intermediis pendet motus apſidis ex cauſa utraque conjunctim: adeo ut pro hujus vel alterius exceſſu progrediatur ipſa, vel regrediatur. Unde cum vis *KL*, vel *kl* in Syzygiis, ut nuper notavimus, ſit quaſi duplo major quam vis *LM*, vel *lm* in quadraturis; exceſſus in tota quavis revolutione erit penes vim majorem *KL*, vel *kl*; transferetque apſidem ſingulis revolutionibus in conſequentia.

Coroll. (1.) Hinc inæqualitatem illam, ſive motum progreſſivum & regreſſivum apſidis Lunaris ſolvere licet, qua ita movetur apogæum ut in Syzygiis ſuis progrediatur celerius, & in quadraturis regrediatur tardius: & exceſſu motus progreſſivi ſupra regreſſivum quovis menſe feratur in conſequentia, gradus tres circiter. Atque ita integrum circulum annorum decem ſpatio, aut paulo citius percurrat. In circumjovialibus, quæ in circulis fere moventur, nullæ vel inſenſibiles dantur apſides, adeoque locum non habet præſens demonſtratio. In Circumſaturniis autem, ſicubi occurrat eccentricitas nonnulla, locum aliquem habebit; ſed propter temporum periodicorum parvitatem, ſi cum ingenti Solis diſtantia, viribuſque proinde ejuſdem perexiguis, & Saturni ipſius magnitudine comparetur, Apogæi mutatio tantilla erit, ut nullo modo à nobis obſervari queat, nedum ad examen & calculum reduci,

Coroll. (2.) Cum itaque pendeat apſidum progreſſus vel regreſſus à decremento vis centripetæ, facto in majori vel minori quam duplicata ratione diſtantiæ *SP*, vel *Sp* in tranſitu corporis ab apſide ima ad apſidem

 ſum-

ſummam; ut & à ſimili incremento in reditu ad apſidem imam, atque adeo maximus ſit ubi proportio vis in apſide ſumma ad vim in apſide ima maxime recedit à duplicata ratione diſtantiarum inverſa, manifeſtum eſt quod apſides in ſyzygiis ſuis per vim ablatitiam *KL*, ſeu *SM* — *LM*; vel *Sm* — *lm* progredientur velocius: *SP*, vel *Sp* tum temporis omnium minima; & *SM*, vel *Sm* omnium maxima in ſyzygiis exiſtente; & *SP*, vel *Sp*; ſive potius earum utrinque ſumma, in quadraturis exiſtente omnium minima. Unde in ſingulis ſatellitis revolutionibus, dum apſides ſunt circa ſyzygias, illæ celerrime progredientur in ſatellitis ſyzygiis, & tardiſſime regredientur in Satellitis quadraturis: atque adeo exceſſus motus progreſſivi ſupra regreſſivum erit omnium maximus, & apſides in conſequentia celerrime movebuntur.

Coroll. (3.) Sin Apſides circa quadraturas ponantur, ex cauſis contrariis contrarii ſequentur effectus; & apſides tardius quam prius progredientur, dum ſatelles eſt in ſyzygiis; & velocius regredientur, dum ſatelles eſt in quadraturis: imo vero fieri poteſt, ubi apſides ſunt in quadraturis, ut particulari aliqua ſatellitis revolutione regreſſus apſidum in ſatellitis quadraturis, ſuperet earundem progreſſum in ejuſdem ſyzygiis. Sed quoniam cæteris paribus vis ablatitia *SM*, vel *Sm* apſidum progreſſum in ſyzygiis ſatellitis inducens, eſt quaſi duplo major quam vis adjectitia apſidum regreſſum in quadraturis ſatellitis inducens; & quoniam præterea apſides diutius hærent in ſyzygiis quam in quadraturis; quia illic in conſequentia latæ cum Sole progrediuntur, atque adeo diutius eum quaſi comitantur; hic in antecedentia latæ Solis quadratum, in conſequentia latum, citius tranſeunt; patet apſides velocius & diutius progredi in ſyzygiis ſuis, tardius vero & non tamdiu recedere in quadraturis ſuis; & exceſſu progreſſus ſupra regreſſum in integra revolutione apſidum ad Solem, ſpatio nempe quaſi menſium tredecim, ferri etiamnum in

conſequentia. Sic ſane in Orbita Lunari adeo inæqualiter apogæum ejus movetur, ut æquatione, ad gradus integros duodecim cum quadrante exſurgente, cohibenda ſit, ut ex Tabulis Lunaribus diſcere licet.

XXXIV. Si Satelles in orbe eccentrico circa primarium ſuum moveatur, hujus orbis eccentricitas bis in quavis ſatellitis revolutione mutabitur, & in eadem revolutione erit hæc eccentricitas maxima cum ſatelles verſatur in ſyzygiis cum Sole; minima vero cum ſit in quadraturis: & per conſequens eccentricitas in tranſitu ſatellitis à quadraturis ad ſyzygias perpetuo augebitur; &, è contra, in ejuſdem tranſitu à ſyzygiis ad quadraturas perpetuo minuetur.

Cum enim ex ante demonſtratis pateat quod vis centripeta verſus primarium longe diſtantem nonnunquam decreſcat in majori ratione quam diſtantiæ duplicata, nonnunquam in minore; & cum ex decremento in ipſa diſtantiæ ratione duplicata, eoque ſolo, motus ſatellitis in orbita immobili & datæ eccentricitatis ſequatur; neceſſe eſt ut ex mutatione hujus rationis etiam orbitæ ſpecies mutetur. Sic ſane, Ubi vires centripetæ, majori quam duplicata diſtantiæ auctæ ratione decreſcunt; vel, quod eodem redit, ubi creſcunt in majori quam duplicata diſtantiæ diminutæ ratione, Manifeſtum eſt quod ſatelles in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam, perpetuo acceſſu vis illius novæ impulſus ſemper in centrum, magis verget in hoc centrum quam ſi urgeretur vi ſola creſcente in duplicata ratione diſtantiæ diminutæ: adeoque orbem deſcribet orbe elliptico priore interiorem, & in apſide ima propius accedet ad centrum quam prius. Orbis igitur acceſſu hujus vis novæ fiet magis eccentricus. Si jam vis in receſſu ſatellitis ab apſide ima ad ſummam decreſceret iiſdem gradibus quibus antea creverat, rediret ſatelles ad diſtantiam priorem; manente eccentricitate nuperrime obtenta. Sin vis decreſcat in majori ratione quam prius creverat, ſatelles jam minus attractus aſcendet ad diſtantiam majo-

tem; & ſic orbis eccentricitas adhuc magis augebitur.

Similiter prorſus, Si ſatelles in deſcenſu ſuo ab apſide ſumma urgeatur vi quæ augetur minus quam pro duplicata ratione diſtantiæ diminutæ, patet ſatellitem illum deſcripturum orbem orbe elliptico prius deſcripto, (ubi nempe vis centripeta erat reciproce ut diſtantiæ quadratum,) exteriorem, atque proinde minus eccentricum; & eccentricitatem hanc adhuc minui ſi in corporis aſcenſu vis centripeta decreſcat minus ſive tardius quam ante creverat. Si igitur ratio incrementi & decrementi vis centripetæ ſingulis revolutionibus augeatur, augebitur ſemper eccentricitas; & è contra diminuetur eadem ubi ratio illa decreſcat. Cum itaque in quavis ſatellitis revolutione vis iſta in ejuſdem ſyzygiis decreſcat in majori ratione quam duplicata diſtantiæ auctæ; & in ejuſdem quadraturis in minori; prout ex ante dictis liquet; manifeſtum eſt circa ſatellitis ſyzygias eccentricitatem orbitæ deſcriptæ augeri perpetuo, & circa quadraturas diminui. Et cum in pluribus revolutionibus inter ſe comparatis maxima ſit decrementi ratio in apſidum ſyzygiis, minima in earundem quadraturis, manifeſtum quoque eſt eccentricitatem orbitæ maximam eſſe ubi apſides ſunt in ſyzygiis: minimam vero ubi apſides ſunt in quadraturis: atque adeo eccentricitatem diminui perpetuo in tranſitu apſidum à ſyzygiis ad quadraturam Solis; augeri vero perpetuo in tranſitu earundem à quadraturis ad ſyzygias.

Corollarium. Hinc Orbitæ Lunaris eccentricitatem diverſam, & indies mutabilem; majorem nempe, cæteris paribus, in Lunæ conjunctione & oppoſitione, minorem in quadraturis; creſcentem etiam in tranſitu apogæi Lunaris ab oppoſitione vel conjunctione ad quadraturas; decreſcentem in ejuſdem à quadraturis ad oppoſitionem vel conjunctionem tranſitu, ſolvere licebit. Tanta vero apud tabulas Aſtronomicas ſtatuitur hujus eccentricitatis diverſitas, ut diſtantia inter focum & centrum Ellipſeos à Luna deſcriptæ, quam ejus orbitæ

eccen-

eccentricitatem dicimus, nunc ſit $\frac{66.782}{1.000.000}$ nunc ſolum $\frac{43.319}{1.000.000}$: ſi nimirum cum diſtantia Lunæ mediocri partium 1.000.000 comparetur. Atque adeo ut iſta eccentricitatum differentia ultra totius eccentricitatis minimæ ſemiſſem aſſurgere deprehendatur. Verum de hac re impræſentiarum ſatis. Plura Termino Autumnali expectabitis.

Junij 4°. 1705.

XX.

XXXV. SI Satelles circa primarium revolvatur in orbe cujus planum ad planum orbis primarii circa Solem inclinatum fuerit, linea nodorum motu angulari movebitur in antecedentia, ſive regredietur; at velocitate inæquali: celerrime quidem ubi nodi ſunt in quadraturis; poſtea gradatim tardius, donec, nodis in ſyzygiis conſtitutis, prorſus quieſcat. In locis inter quadraturas & ſyzygias intermediis nodi, conditionis utriuſque participes, recedent tardius; adeoque ſemper vel retrogradi, vel ſtationarii, ſingulis ſatellitis revolutionibus ferentur in antecedentia. Et in eadem Satellitis revolutione celerius regredientur cæteris paribus, cum Satelles eſt in ſyzygiis, quam cum ſit in aliis locis.

Ex viribus enim perturbatricibus, de quibus toties diximus, vis *LM*, vel *lm*, ipſi *SP*, vel *Sp* in plano orbitæ ſatellitis ſemper ſitæ parallela, nullam plani orbitæ mutationem inducere poteſt. Vis etiam altera *MS*, vel *mS*, in plano eclipticæ ſita, ubi nodi ſunt in ſyzygiis etiam in orbitæ plano poſita erit, utpote in communi utriuſque plani interſectione tum temporis poſita. At vero ubi nodi non ſunt in ſyzygiis, vis hæc po-

poſterior & major in eclipticæ plano ſemper ſita, in plano orbitæ non erit poſita; atque adeo motum ſatellitis in latitudinem afficiet lineamque nodorum in antecedentia remeare coget. Ponantur nimirum nodi in quadraturis poſiti, & vis hæc poſterior plano eclipticæ parallelos agens ſatellitem, nodos in utramvis partem tranſeuntem, & in plano orbitæ ſuæ perrecturum, ab iſto plano perpetuo retrahet; ita ut locus interſectionis proxime futuræ à plani prioris interſectione diſtet verſus antecedentia. Ubi autem nodi ſunt inter ſyzygias & quadraturas, vis hæc poſterior nunc nodos in conſequentia, nunc in antecedentia cedere coget; ſemper autem in integro Satellitis circuitu exceſſu virium in antecedentia regredi coget; unde in nodorum ſyzygiis manebunt illi immobiles: in eorundem quadraturis celerrime retrocedent: & in locis intermediis conditionis utriuſque participes recedent tardius; adeoque ſemper vel retrogradi, vel ſtationarii, ſingulis revolutionibus ferentur in antecedentia. Notandum autem, orbita extra ſyzygias & quadraturas poſita, dum ſatelles à nodo aſcendente ad deſcendentem, vel à deſcendente ad aſcendentem pergit, nodos tardius regredi quamdiu vis *MS*, vel *mS* plagam iſtam reſpicit plani ad quam ſatelles poſitus eſt; & tamdiu progredi quamdiu vis iſta plagam oppoſitam reſpicit. Sic poſita nodorum linea in octante Solis, poſt ſitum ejus in quadraturis, ſive circa *R*, & *r*, Satelles planum eclipticæ ſupergreſſus circa *R* plagam ſolarem reſpicit; ſed vis perturbatrix ab *R* ad quadraturam *C* tendit ad partes contrarias, per circuli nimirum octantem, deinde evaneſcente in quadratura vi perturbatrice, poſt eandem incipit vis verſus Solem tendens; atque per tres reliquos octantes manet: ita ut orbitæ mobilis nodorum linea primum progrediatur paululum, deinde paulo plus regrediatur; atque conſimiliter in altero ſemicirculo: donec, nodorum linea ſyzygias appellente, progreſſus & regreſſus ſint inter ſe fere æquales: utrique vero ob ſitum plani orbitæ

orbitæ jam cum directione vis perturbatricis quaſi coincidente, perexigui, & illico ceſſaturi. Quod vero in eadem Satellitis revolutione nodi celerius regrediuntur, cæteris paribus cum Satelles eſt in ſyzygiis quam alibi, palam eſt, propter vim perturbatricem eo loci majorem; atque adeò majorem effectum ſortituram.

XXXVI. Iiſdem poſitis, Inclinatio vel angulus acutus plani orbis ſatellitis ad planum eclipticæ perpetuo mutatur; & maxima eſt, cum nodi ſunt in ſyzygiis cum Sole: minima vero, cæteris paribus, cum nodi ſunt in quadraturis. Minuitur autem dicta inclinatio in tranſitu Satellitis à quadraturis ad ſyzygias; augeturque in tranſitu ejuſdem à ſyzygiis ad quadraturas. Unde fit ut, Satellite in ſyzygiis exiſtente, inclinatio planorum evadat minima; redeatque ad priorem magnitudinem circiter ubi Satelles ad nodum proximum accedit. Et in tranſitu nodorum à ſyzygiis ad quadraturas diminuitur hæc planorum inclinatio, & fit omnium minima, cæteris paribus, ubi nodi ſunt in quadraturis: dein creſcit inclinatio iiſdem gradibus quibus antea decreverat: nodiſque ad ſyzygias denuo reverſis ad priorem magnitudinem redit.

Si prior propoſitio recte fuerit intellecta, hæc particulari explicatione minus indigebit. Sicut enim corpore ab *L* ad *F* motu priori pergente; Si accedat vis attrahens lineæ *LM* parallela verſus partes ipſius *M*, per lineam *LM* expoſita, perget corpus in diagonali *LQ*, & angulus inclinationis *MLQ* erit priore inclinationis angulo *MLF* minor. Vel etiam, Sicut corpore ab *L* ad *F* motu proprio pergente; Si accedat ſimilis vis attrahens lineæ eidem *LM* parallela verſus contrarias partes, per lineam æqualem expoſita, perget corpus in diagonali altera; & angulus eſſet major angulo priore. Ita in caſu noſtro fieri debet, ut ſimul cum nodorum motu plani oſcillatio ſequatur. Ubi enim nodi ſunt in quadraturis ſatellitem de plano orbis ſui perpetuo detrahendo, minuit inclinatio-

nationem plani in tranſitu ſatellitis à quadraturis ad ſyzygias: augetque viciſſim eandem in ejuſdem tranſitu à ſyzygiis ad quadraturas: unde fit ut, ſatellite in ſyzygiis exiſtente, inclinatio evadat omnium minima; redeatque ad priorem magnitudinem circiter ubi ſatelles ad nodum proximum accedit. At ſi nodi conſtituantur in octantibus poſt quadraturas, hoc eſt, circa *P* & *p*, intelligetur ex modo expoſitis quod in tranſitu ſatellitis à nodo alterutro ad gradum inde nonageſimum inclinatio plani perpetuo minuitur; deinde in tranſitu per 45. gradus uſque ad quadraturam proximam inclinatio augetur; & poſtea denuo in tranſitu per alios 45 gradus uſque ad nodum proximum diminuitur. Magis itaque diminuitur inclinatio quam augetur; & propterea minor eſt ſemper in nodo ſubſequente, quam in præcedente. Et ſimili ratiocinio inclinatio magis augetur quam diminuitur ubi nodi ſunt in octantibus alteris, circa *R*, & *r*. Inclinatio igitur ubi nodi ſunt in ſyzygiis eſt omnium maxima. In tranſitu eorum à ſyzygiis ad quadraturas, in ſingulis ſatellitis ad nodos appulſibus diminuitur; fitque omnium minima ubi nodi ſunt in quadraturis, & ſatelles in ſyzygiis: deinde creſcit iiſdem gradibus quibus antea decreverat; nodiſque ad ſyzygias proximas appulſis ad magnitudinem primam revertitur. *Q.E.D.*

Corollarium. Ex hac & ſuperiori Propoſitione ſolvuntur notiſſima illa Aſtronomiæ Lunaris phænomena quibus nodi gradus $19\frac{1}{3}$ circiter annuatim regrediuntur; atque orbitæ Lunaris inclinatio eſt ita mutabilis ut cum nodi ſunt in quadraturis angulus inclinationis ſit 4°. 59′, 35″. tantum; cum vero ſunt in ſyzygiis ad 5°. 17′. 20″. circiter aſſurgere deprehendatur.

XXXVII. Omnes inæqualitates in motibus ſatellitum circa primarios ſuos revolventium paulo majores ſunt in conjunctione ſatellitis cum ſole, quam in ejuſdem oppoſitione.

Cum

Cum enim *QS*, majorem habeat rationem ad *QA*, quam *QB*, habet ad *QS*, propter *SA*, *SB*, cæteris paribus, æquales; & *QS* majorem quam *QA*; erit & ratio duplicata *QM*, ad *QS*, adhuc major quam duplicata *QS*, ad *Qm*. Atque adeo differentia *MS* major differentia *mS*; & *LM* major quam *lm*. Unde effectus ab iſtis viribus derivati erunt majores quam qui ab alteris derivantur. *Q.E.D.*

Notandum autem diſtantiam Solis à Terra tam ingentem eſſe ut differentia virium circa conjunctionem Lunæ cum Sole, & circa ejuſdem oppoſitionem admodum ſit parva, & vixdum per obſervata diſtinguenda. Unde nullum locum huic differentiæ diſtinguendæ hactenus datum eſſe ab Aſtronomis mirari non debemus.

XXXVIII. Vires Solis abſolutæ ſatellitum perturbatrices earumque effectus in diverſis à Sole diſtantiis ſunt in diſtantiarum ratione triplicata inverſe.

Sit enim diſtantia Solis à ſatellite variata: & ſit Radius orbitæ ſatellitis ad alterum radium in eadem ratione. Erit tum ubique diſtantia ſatellitis à primario ad diſtantiam Solis in data ratione: unde ex hac hypotheſi vires abſolutæ perturbatrices eſſent ut vires abſolutæ Solis, ſive in duplicata illa ratione. Hoc obtinuiſſet ſi ſyſtematis ſecundarii radius eadem ratione creviſſet aut decreviſſet atque ipſa Solis diſtantia creverat aut decreverat: ita ut eadem eſſet ad invicem ratio quæ prius. Sed cum radius nullatenus decreſcat accedente Sole, nec augeatur recedente, ratio iſta duplicata erit iterum augenda ratione altera ipſius diſtantiæ ſatellitis à primario. Unde integra ratio compoſita erit prioris triplicata. *Q.E.D.*

Exempli gratia; ſupponatur Sol duplo quam prius Telluri propior, ſive ut 50 ad 100. Et ſit *AB* diameter æqualis partibus duabus, erit vis abſolutæ Solis quantitas ad *S* in diſtantia minore, quadrupla quan-

quantitatis vis ejuſdem in diſtantia majore. Sed vis SM in diſtantia minore erit ejuſdem vis in diſtantia majore quaſi octupla. Eſt enim 49 × 49 = 2401; & 50 × 50 = 2500. Unde 2500 − 2401 = 99. Et 99 × 99 = 9801; & 100 × 100 = 10,000. Unde 10.000 − 9.801 = 199. Ergo differentia virium abſolutarum eſt fere in ratione dupla, ſive ut 199 ad 99. Et ipſæ vires abſolutæ mediocres ſunt in ratione quadrupla, ſive ut 4 ad 1. Ergo vires perturbatrices integræ ex iſtis compoſitæ ſunt ut 4 × 2 = 8 ad 1 × 1 = 1. ſive in ratione diſtantiæ reciproca triplicata fere. Et cum diameter apparens Solis ſit tantum non in ratione diſtantiæ reciproca, & vires corporis centralis fere eædem, vires Solis ſatellitis perturbatrices, earumque effectus erunt in triplicata diametri Solis apparentis ratione directa quam proxime.

Scholium (1.) Eodem plane modo quo Sol extra ſatellitis cujuſvis Orbitam conſtitutus ejus motum perturbat, Planetæ ſuperiores inferiorum; Cometæ omnium Planetarum motus perturbabunt. Et actiones Planetarum vel Cometarum in alios Planetas ſimiles producent effectus, utut longe minores; propter illorum corpora parva, ſi cum Sole conferantur, & diſtantias immenſas. Aliqui tamen erunt hi effectus; [imo & inferiorum quoque Planetarum in ſuperiores:] qui quidem ſi perſtent, & in eandem plerumque plagam dirigantur, ſenſibiles tandem evadent. Exempli gratia, Orbitæ Telluris Apſides poſt plures annos ſenſibiliter in conſequentia latæ deprehendi poſſent, licet admodum parvus hic motus ſit oportet, ſi conferatur cum apſidum Lunæ motu in eaſdem partes. Sic ſane ipſa Orbitæ Terreſtris eccentricitas alicui mutationi ut obnoxia ſit oportet; ſed tantillæ ſane ut vix aut ne vix quidem ex aliquo phænomeno colligi poſſet.

Scholium (2.) Sic quoque Planetæ ſuperiores alienorum ſatellitum motus ſenſibiliter perturbabunt, ſi grandes ſint, & ſi circa mutuam è Sole conjunctionem diu

hæreant,

hæreant, in minima nempe tum temporis diſtantia conſtituti. Sic ſane Actio Jovis in Saturni ſatellites, & Saturni in Jovis ſatellites, poſita nimirum mutua omnium Planetarum in ſe invicem pro materiæ quantitate gravitate, quam olim probabimus, nullatenus erit contemnenda: ubi nempe è Sole quaſi conjuncti cernuntur. Sunt enim in ſe corpora ingentia, & tellure noſtra multis vicibus majora, & ſatis tum propinqua, ut vires perturbatrices evadant ſenſibiles. Et revera eſſe ſenſibiles ex obſervatis Aſtronomicis olim demonſtrabitur.

Scholium (3.) Virium autem perturbatricium quantitates è Sole in ſyſtema Saturnium vel Joviale redundantes ex quantitate virium in Lunæ noſtræ anomaliis notiſſimarum facile derivare licet. Ex Notis enim diſtantiarum Telluris, Jovis, & Saturni à Sole rationibus; & Notis in Luna virium harum effectibus, ex certa quadam cauſarum & effectuum conſimilium utrinque proportione à Newtono obſervata effectus harum virium etiam apud Jovem & Saturnum ſatis facile determinari poſſunt.

XXXIX. *Problema.* Invenire rationem inter vires quibus ſatellitis motus perturbatur à Sole, & vim qua ſatelles in orbe ſuo circa primarium retinetur, quæ gravitas in primarium dici debet.

Eſt enim vis perturbatrix integra ex viribus perturbatricibus *LM*, vel *lm*, & *SM*, vel *Sm* compoſita: eſt etiam, propter ingentem Solis diſtantiam, linea *LQ*, vel *lQ* ipſi lineæ *MQ* fere parallela; atque adeo vis *LM* vel *lm* mediocri ſuæ quantitati, ſive ſatellitis radio *SP*, vel *Sp* eſt quam proxime æqualis: Et propter ingentem etiam Solis diſtantiam *SM*, vel *Sm*, ſive *LP*, vel *lp* æquales ſunt triplæ lineæ *KP* vel *kp*. Unde cum in triangulo *SKP*, vel *Skp* rectangulo ad *K*, vel *k* angulus *KSP*, vel *kSp* ſit diſtantia ſatellitis à quadratura; & latus *KP*, vel *kp*, ſit ad radium *SP*, vel *Sp* ſinus rectus; erit vis perturbatrix *SM*, vel *Sm*, ad vim perturbatricem *LM*, vel

vel *lm*, ut radius, ad triplum ſinum rectum diſtantiæ ſatellitis à quadratura proxima. Unde ſi ratio vis perturbatricis *SP*, vel *Sp* ad vim primarii centripetam, ſive ad vim gravitatis ſolum innoteſceret, vis perturbatrix *SM*, vel *Sm* facile innoteſceret. Quam itaque hac methodo inveſtigamus. Vis perturbatrix *SP*, vel *Sp*, eſt ad vim centripetam primarii in Solem, ut linea *SP*, vel *Sp*, ad lineam *SQ*; ſive ut diſtantia ſatellitis à primario, ad diſtantiam Solis ab eodem primario. Vis autem centripeta primarii in Solem, eſt ad vim centripetam ſecundarii in Primarium, ut temporum periodicorum quadrata, ducta in circulorum radios: Sive ut *SQ*, ad *SP*, vel *Sp*; & ut temporum periodicorum quadrata ſimul. Unde ex æquo vis perturbatricis quantitas, erit ad vim gravitatis, (ratione priore *SP*, vel *Sp* ad *SQ*, rationem alteram reciprocam *SQ*, ad *SP*, vel *Sp* perimente,) ut temporum Periodicorum quadrata. *Q. E. D.*

Corollarium (1.) Cum itaque tempus periodicum Lunæ ſit 39.343′. & tempus periodicum Terræ circa Solem 525.969′. Erit vis perturbatrix *SP*, ad vim gravitatis verſus Terram apud Lunam, ut 39.343′ × 39.343′, ad 525.969′ × 525.969′: Hoc eſt, ut 1.547.871.649 ad 276.643.388.961 ſive, ut 1 ad $178\frac{11}{15}$. Et cum vis *SM*, vel *Sm* in maxima ſua quantitate, ſive in ſyzygiis, ſit ad vim priorem ut 3 ad 1, erit vis *SM*, vel *Sm* in ſyzygiis ad vim gravitatis, ut 3, ad $178\frac{11}{15}$. ſive ut 1, ad $59\frac{2}{15}$. Eſt ergo vis iſta perturbatrix Solis *SM* vel *Sm* in ſyzygiis quaſi pars ſexageſima totius vis gravitatis Lunæ verſus terram. Sive potius, dempta vi *SP*, vel *Sp* in hoc caſu à vi *SM*, vel *Sm*, ut fieri poteſt, eſt vis integra perturbatrix in ſyzygiis, ad vim gravitatis ut 1 ad $89\frac{5}{15}$. ſive pars ejuſdem fere nonageſima. Et in locis aliis erit vis *SM*, vel *Sm*, ad vim gravitatis, (poſito ſinu toto unitati æquali,) ut triplus ſinus rectus diſtantiæ à quadratura proxima, ad $178\frac{11}{15}$.

XL.

XL. Si corpora plura fluida, aut diverſa, aut in unum fluidum coaleſcentia circa Planetam primarium moveantur, ſingulæ fluidi partes motus ſuos ad legem ſatellitis peragendo propius accedent ad primarium cæteris paribus, & celerius movebuntur in conjunctione & oppoſitione ipſarum & Primarii, quam in quadraturis. Et Nodi annuli hujus, ſeu interſectiones ejus cum eclipticæ plano quieſcent in ſyzygiis. Extra ſyzygias vero movebuntur in antecedentia; & velociſſime quidem in quadraturis, tardius aliis in locis. Annuli quoque inclinatio variabitur; & axis ejus ſingulis revolutionibus menſtruis oſcillabitur, completaque revolutione ad priſtinum ſitum redibit: niſi quatenus per præceſſionem Nodorum circumfertur. Hæc omnia ex nuper demonſtratis ſua quaſi ſponte ſequuntur: atque adeo peculiari demonſtratione minime indigent.

Corollarium. Hinc Annuli Saturnii phænomena nonnula, modo fluidum ſit, facile poſſunt intelligi. Imo vero, ſi ſolidum ſit, ejuſdem cum Ecliptica interſectiones ſive Nodi quieſcent in ſyzygiis ſuis, ubi nempe Sol in ipſo annuli plano æque ac in eclipticæ plano reperitur. Extra ſyzygias autem regredientur: & celerrime quidem in quadraturis, tardius aliis in locis. Annuli quoque inclinatio variabitur, & axis ejus ſingulis circa Solem revolutionibus nutando bis inclinabitur in eclipticam, & bis redibit ad poſitionem priorem, niſi quatenus per præceſſionem nodorum circumfertur. Ut ex ante dictis eſt apertiſſimum.

XLI. Si fluidum in alveo per ſuperficiem cujuſvis Planetæ ſive primarii ſive ſecundarii excavato contineatur, & una cum planeta ſuo motu periodico diurno uniformiter revolvatur; partes ſingulæ hujus fluidi per vices acceleratæ & retardatæ in ſyzygiis ſuis, ſive in meridie & media nocte, velociores erunt; in quadraturis, ſive hora ſexta matutina & veſpertina, tardiores quam ſuperficies globi contigua: & ſic fluet in alveo, refluetque per vices perpetuo. Ab inæquabili enim Solis at-

O tracti-

one turbabitur fluidum, eo quod major erit attractio partium propiorum, minor ea remotiorum, vis autem *LM*, vel *lm* trahet fluidum deorſum in quadraturis, ſive ad horam ſextam matutinam & veſpertinam; facietque ipſius partes ibidem locatas deſcendere uſque ad ſyzygias, ſive ad Meridiem & Mediam noctem, & vis *SM*, vel *Sm* trahet eandem ſurſum in ſyzygiis, ſiſtetque deſcenſum ejus: & faciet ipſam aſcendere uſque ad quadraturas; atque ita perpetuo.

Corollarium. Hinc fluxus & refluxus maris cauſam diſcimus. Si nimirum Lunæ æque ac Solis vires perturbatrices agnoſcamus; & quæ ante demonſtrata ſunt huic caſui rite applicemus. Sed notiſſimum hoc atque maxime ſtupendum hactenus naturæ miraculum fuſius & diſtinctius erit poſthæc pertractandum: Eo itaque Lectorem remittimus.

Octob. 22°. 1705.

XXI.

XLII. SI globo perfecte ſphærico ad partes æquatoreas circumaddatur annulus adjectitius ſolidus; eidemq; adhæreat; Ceſſabit quidem motus fluendi & refluendi: Sed Oſcillatorius ille inclinationis motus, & præceſſio Nodorum manebunt. Habeat Globus eundem axem cum annulo; gyroſque compleat iiſdem temporibus; & ſuperficie ſua contingat ipſum interius, eique inhæreat, & participando motum ejus compages utriuſque oſcillabitur, & nodi regredientur. Nam globus, ut mox dicetur, ad ſuſcipiendas impreſſiones omnes indifferens eſt. Annuli globo orbati maximus inclinationis angulus eſt ubi Nodi ſunt in ſyzygiis. Inde in progreſſu Nodorum ad Quadraturas conatur is inclinationem ſuam minuere, & iſto conatu motum imprimit Globo toti.

Re-

Retinet Globus motum impreſſum, uſque dum annulus conatu contrario motum hunc tollat, imprimatque motum novum in contrariam partem. Atque hac ratione maximus decreſcentis inclinationis motus fit in quadraturis nodorum, & minimus inclinationis angulus in octantibus poſt quadraturas. Dein maximus reclinationis motus in ſyzygiis, & maximus angulus in octantibus proximis. Et eadem eſt ratio Globi annulo nudati, qui in regionibus æquatoris vel altior eſt paulò quam juxta Polos, vel conſtat ex materia paulo denſiore. Supplet enim vicem annuli iſte materiæ in æquatoris regionibus exceſſus.

Coroll. (1.) Eadem ratione qua materia globi juxta æquatorem redundans efficit ut Nodi regrediantur, atque adeo ut per hujus incrementum augeatur iſte regreſſus, per diminutionem vero diminuatur, & per ablationem tollatur; ſi materia pluſquam redundans tollatur, aut, quod eodem recidit, ſi globus juxta æquatorem vel depreſſior reddatur, vel ratior quam juxta polos, orietur motus Nodorum in conſequentia.

Coroll. (2.) Hinc etiam viciſſim ex motu nodorum innoteſcit conſtitutio globi. Nimirum, ſi globus polos eoſdem conſtanter ſervet, & motus fiat in antecedentia, materia juxta æquatorem redundat. Si in conſequentia, deficit. Ponamus globum uniformem, & perfecte circinatum in ſpatiis liberis primo quieſcere; dein impetu quocunque in ſuperficiem facto propelli, & motum inde concipere partim circularem, partim in directum. Quoniam Globus iſte ad axes omnes per centrum ſuum tranſeuntes indifferenter ſe habet, neque propenſior eſt in unum axem, unumve axis ſitum quam in alium quemvis, perſpicuum eſt quod is axem ſuum, axiſque inclinationem vi propria nunquam mutabit. Impellatur jam Globus oblique in eadem illa ſuperficiei parte qua prius, impulſu quocunque novo; & cum citior vel ſerior impulſus effectum nil mutet, manifeſtum eſt quod hi duo impulſus ſucceſſive impreſſi eundem

producent motum, ac ſi ſimul impreſſi fuiſſent: hoc eſt, eundem, ac ſi globus, vi ſimplici ex utroque impulſu compoſita, fuiſſet impulſus; atque adeo ſimplicem circa axem inclinatione datum. Et par eſt ratio impulſus ſecundi facti in locum alium quemvis in æquatore motus primi; ut & impulſus primi facti in locum quemvis in æquatore motus, quem impulſus ſecundus abſque primo generaret; atq; adeo impulſuum factorū in loca quæcunque. Generabunt hi eundem motum circularem, ac ſi ſimul & ſemel in locum interſectionis æquatorū motuum illorum, quos ſeorſim generarent, fuiſſent impreſſi. Globus igitur homogeneus & perfectus non retinet motus plures diſtinctos; ſed impreſſos omnes componit, & ad unum reducit: & quatenus in ſe eſt gyratur ſemper motu ſimplici & uniformi, circa axem unicum inclinatione ſemper invariabili datum. Sed nec vis centripeta verſus corpus extraneum quodvis tendens inclinationem axis, aut rotationis velocitatem mutare poteſt. Si Globus plano quocunque per centrum ſuum, & centrum in quod vis dirigitur tranſeunte dividi intelligatur in duo hæmiſphæria, urgebit ſemper vis illa utrumque hemiſphærium æqualiter, & propterea globum quoad motum rotationis nullam in partem inclinabit. Addatur vero alicubi inter polum & æquatorem materia nova, in formam montis cumulata, & hæc perpetuo conatu recedendi à centro ſui motus turbabit motum globi, facietque polos ejus errare per ipſius ſuperficiem, & circulos circum ſe punctumque ſibi oppoſitum perpetuo deſcribere. Neque corrigetur iſta vagationis enormitas, niſi locando montem illum vel in polo alterutro; quo in caſu, ut prius dictum, Nodi æquatoris progredientur: vel in æquatore; qua ratione, per prius etiam dicta, Nodi regredientur: vel denique altera axis parte addendo materiam novam qua mons inter movendum libretur: Et hoc pacto Nodi vel progredientur, vel recedent, perinde ut mons & hæcce nova materia ſunt vel polo vel æquatori propiores.

Coroll.

Coroll. (3.) Cum itaque conſtet ex obſervatis Aſtronomicis, quod Nodi æquatoris terreſtris quotannis regrediantur per 50″ fere; qui quidem regreſſus *æquinoctiorum præceſſio* audit; ſequitur partes telluris æquatoreas eſſe partibus polaribus altiores. Et viciſſim, cum ex diurno telluris motu, ut inferius explicabitur, telluris figura ſit oblatæ ſphæroidis, partibus polaribus præ æquatoreis depreſſis, liquet exinde æquatoris nodos regredi debere quotannis.

Coroll. (4.) Ex prius dictis liquet etiam axem telluris oſcillari quotannis, & in quavis revolutione annua nutando bis in eclipticam inclinari, & bis redire ad poſitionem priorem. Liquet etiam maximum decreſcentis inclinationis plani æquatorei & ecliptici motum fieri in quadraturis nodorum, ſive in ſolſtitiis utriſque; & minimum inclinationis angulum in octantibus poſt quadraturas, ſive circa medios Leonis & Aquarii gradus: deinde maximum eſſe inclinationis motum in ſyzygiis nodorum, ſive in æquinoctiis, & maximum inclinationis angulum in octantibus proximis, ſive circa medios Tauri & Scorpii gradus. Sed propter parvitatem horum motuum omnino inſenſibiles erunt hujuſmodi effectus; nec ullis obſervatis Aſtronomicis deprehendendi. Notandum autem hiſce contrarios effectus telluri noſtræ, modo partes æquatoreæ polaribus eſſent depreſſiores, tribuendos fuiſſe.

Coroll. (5.) Hinc ultro corruit à Cl. Gregorio excogitatum effugium quaſi Paralaxis annua Stellarum fixarum à Cl. Flamſtedio toties reperta infirmo niteretur fundamento: & quaſi nec diſtantiam fixarum obſervatarum, nec ipſius telluris motum annuum exinde pro certo concludere liceret. Quin agamus igitur; & poſt prolata ipſa dubitantis & cavillantis Gregorii verba in arenam cum Viro Clariſſimo paulisper deſcendamus. Methodum hanc fixarum parallaxin obſervandi Flamſtedianam olim expoſitam dedimus: nec actum itaque iterum agemus.

Prælect. Aſtronom. p. 33, &c.

Ex hac autem methodo rite intellecta omnino liquet, ſtellam, verbi gratia, polarem à polo mundi, ſive æquatoris Boreo circa ſolſtitium æſtivum quam circa hyemale diſtare magis; idque ſpatio admodum ſenſibili, nimirum 40″ aut 45″. Unde concludit Flamſtedius & dari revera Telluris motum annuum circa Solem, & fixas parallaxi annuæ ſatis ſenſibili eſſe obnoxias: earumque proinde diſtantias exinde colligi poſſe. Quid hic Gregorius? Num negat Stellam e. g. polarem magis à Polo Mundi Boreo diſtare circa ſolſtitium æſtivum quam brumale? Minime ſane. Num Axis Telluris Nutationem illam perexiguam, qua inclinationem eclipticæ & æquatoris ad ſolſtitia minui, ad æquinoctia augeri cum Flamſtedio ſupponit, hallucinationis cauſam opinatur? Nequaquam. Oſtenderat nimirum Flamſtedius hanc Nutationem perexiguam confirmare potius quam infirmare ſententiam ſuam. Quid ergo ſibi vult Vir Doctiſſimus. "Methodus hæc, inquit ille, fixæ parallaxin "determinandi ſupponit Telluris axem ſibi exactiſſime "eſſe parallelum: cum hæc in oppoſitis punctis ſuæ "orbitæ verſatur quando obſervationes inſtituuntur. Quidni ſupponat, aut exactiſſime, aut propoſito ſuo ſatis exacte ſibi ſemper parallelum? "Licet, pergit Gre"gorius, Axis Nutatio iſta exigua, de qua nuperrime "diximus, obſervationi Flamſtedianæ minime obſtet, "Alia tamen aliunde orta Nutatio totam hanc ſtellæ "polaris à polo diſtantiæ diverſitatem producere pote"rit. Si nimirum hæmiſphærii terræ auſtralis paulo "major ſit denſitas quam hæmiſphærii borealis (vel "propter minorem illi æſtatem quam huic, majuſque "frigus; vel propter continentium terræ ad polos po"ſitorum inæqualitatem, vel aliam cauſam quandam "nobis ignotam,) cum in ſolſtitio hyemali Polus Au"ſtrinus annuat ad Solem, & ſimul illi propior ſit "quam eſt polus Boreus: cumque tempore Solſtitii æ"ſtivi hic ad Solem annuit, inclinabitur axis terræ ma-

Pag. 275.

" gis ad eclipticæ planum tempore hyemali quam æſti-
" vali, Angulus quo diſtat ſtella polaris à Polo minor
" eſſet in ſolſtitio hyemali, quam in æſtivo, licet ſtella
" polaris eſſet ad diſtantiam infinitam poſita, & lineæ ab
" eadem ad orbem magnum ductæ pro parallelis haberi
" poſſent. Cum igitur totum quod per D. Flamſtedii
" obſervationem conficitur illud ſit, quod diſtantia an-
" gularis apparens ſtellæ polaris à polo in ſolſtitio hye-
" mali quam æſtivo minor ſit, atque hoc ex duplici
" cauſa oriri poſſit, nempe ex rectarum à tellure in di-
" verſo ſuo ſitu ad Stellam polarem concurſu ad ſtellam
" polarem, ſi terræ axis in obſervationum una paralle-
" lus ſit eidem in altera; Quod à Flamſtedio ſupponi-
" tur: Vel ex rectarum cum terræ axe in diverſo ſuo
" ſitu coincidentium conſurſu ad partes contrarias; po-
" ſita ſtella polari infinite diſtante; ex obſervatione illa
" fixarum parallaxis non evincitur. Quoniam obſerva-
" tio integra conſiſtere poteſt, rectis à diverſis telluris
" locis ad ſtellam polarem infinite diſtantem ductis pa-
" rallelis manentibus; hoc eſt, Orbis magni parallaxi
" poſita nulla. Imo hæc obſervatio, ſic ait Gregorius,
" ne vel Telluris motum annuum immediate aſtruit.
" Nam licet Tellus in medio maneat, (circa axem, ut
" in Syſtemate ſemi-Tychonico, rotata cæleſtium motum
" diurnum apparentem efficiens,) Sol in ſignis auſtrali-
" bus hemiſphærium Terræ auſtrale propius, & forte
" denſius Soli tum obverſum ita attrahere poterit, ut
" diſtantia ſtellæ polaris à polo in ſolſtitio brumali mi-
" nor ſit quam diſtantia eadem cum in Signis borealibus
" Sol remotior ejus hemiſphærium boreale etiam forte
" minus denſum minus attrahit. Hactenus D. Gregorius.
Et ſimilem effugiendi rationem quoad reliqua Flamſtedii atque Hookii obſervata eodem ſpectantia comminiſcitur. Sed Reſpondeo:

(1.) Quod ad cauſas hujus Titubationis axis telluris *aſſignatas*, minorem nempe hæmiſphærii auſtralis æſtatem, majuſque frigus, aut continentium polarium in-

æqualitatem ſpectat; ſi Vir Cl. denſitatem hæmiſphærii auſtralis præ boreali tantam quanta movendæ per tot minuta ſecunda telluris poſitioni ſufficiat, ex his cauſis arceſſere velit, idem omnino agit ac ſi Caucaſum vecte è loco ſuo dimovere conetur. Demiror ſane Viri doctiſſimi in hac re ἀγεωμετρησίαν, quod cauſarum tantillarum vires & quantitatem non prius aliquo modo æſtimare voluerit, quam tantis effectibus pares ſtatueret. Laudo tamen Viri Cl. prudentiam quod addiderit, *vel propter aliam cauſam quandam nobis ignotam:* Probe enim ſciebat cauſæ ignotæ nullum iniri poſſe calculum: atque adeo ſe ſibi in hoc negotio loco haud male caviſſe. Interea, dicam aperte, diverſæ hujus, quam ſomniat, hæmiſphæriorum terreſtrium denſitatis cauſam nullam aſſignari poſſe, quæ non mechanicæ planetarum formationi, & phænomenis naturæ hodiernis ſimul adverſetur. Reſpondeo

(2.) Si alterum telluris hemiſphærium altero haud paulo altius aut denſius eſſet, non exinde tamen titubationem hanc quam commentus eſt Cl. Gregorius ſecuturam. Hoc enim in caſu oſcillaretur quidem Axis Globi; ſed ita, ut angulus inclinationis bis in anno ad maximam, & minimam quantitatem reverteretur; atque ita ut angulus iſte ejuſdem eſſet quantitatis in utroque ſolſtitio; quod ipſius hypotheſeωs Gregorianæ fundamenta plane ſubvertit. Reſpondeo

(3.) Ex inæquali hac hemiſphæriorum terreſtrium altitudine, aut denſitate, ſi modo æquatoris altitudinem aut denſitatem vincat, ſequi æquinoctiorum *progreſſum:* cum palam ſit, & à Gregorio agnitum, ea omnino motu continuo *regredi.* Sin inæqualitatem hujuſmodi ſolummodo ſtatuat quæ majorem adhuc æquatoris altitudinem aut denſitatem ſartam tectam conſervari ponat, ita ut quantum ſuperent partes alteræ polares aut altitudine aut denſitate, tantum deficiant alteræ, dico quod neque ex hac hypotheſi cauſæ ſuæ adjumentum aliquod petere poſſit. Etenim propter virium in al-

altero hemiſphærio defectum earum in altero hæmiſphærio exceſſum compenſantem, vires integræ axem moturæ etiamnum æquales manebunt, neque ullam ejuſdem titubationem efficient. Ita ut neque ex ſuppoſita inæquali iſta altitudine aut denſitate Titubatio axis Gregoriana ullo modo ſequatur. Reſpondeo

(4.) Si ipſam etiam axis terreſtris titubationem diſputandi gratia ſupponeremus, neque ſic ſcopum ſuum attingeret Gregorius. Talem enim iſte titubationem ſupponit qualis in ſolſtitiorum uno ad minimum inclinationis angulum axem reduceret, & ad maximum in altero. Ex principiis autem Newtoni prius poſitis, quæ & ipſius Gregorii ſunt pariter principia, ſequeretur maximum inclinationis axis angulum fore in octantibus poſt Nodorum ſyzygias, & minimum in octantibus poſt eorundem quadraturas; ita ut, quod prius diximus, in ipſis ſolſtitiis utriſque inter maximum & minimum angulum ubique intermediis nulla plane anguli inclinationis varietas ſit expectanda. Unde quoque, quod obiter eſt Notandum, & ipſe Flamſtedius, & eundem ſecutus Gregorius errant omnino, dum mutationem axis, cui æquinoctiorum præceſſio debetur, ullum hic locum habere ſupponant. Reſpondeo

(5.) Si denique ipſam axis nutationem, & tempore quo vult Gregorius, & in partes ab eo aſſignatas ſupponere placeret, Inclinationis quantitas longe minor foret, quam ut parallaxin Flamſtedianam potis eſſet efficere. Demus Gregorio Axem terræ quotannis oſcillari; demus quoque in æquinoctiorum altero oſcillationem fieri in hanc, in altero vero fieri in contrariam partem; itaut maxima quæ fieri poteſt differentia oriatur. Quantillula erit hæc differentiola? Nempe ex calculo olim adhibito conſtat oſcillationem illam grandiuſculam (comparative loquor) ex altitudine ſenſibili mille paſſuum quaſi 17, qua ſemidiameter æquatoris axem dimidium ſuperat orta, ad partem tantum unius minuti ſecundi aliquam aſſurgebat: cui

Prælect. Aſtronom. p. 40.

qui quantitati hæc oſcillatio, mea quidem ſententia, ne comparari quidem poteſt. Quid ergo hæ minutiarum minutiæ cum parallaxi ad integrum ſaltem unius minuti primi dodrantem aſſurgente? Eam nempe cauſa hæc ad effectum producendum habitura rationem quam puteus ad Oceanum. Sed me reprimo: & tandem concludo, effugium hoc Cl. Gregorii, quo fixarum parallaxin & annuum telluris motum ab Obſervatis Flamſtedianis haud certo ſequi contendit, haud exiguum eſſe ejuſdem errorem, & labem non parvam operi alias pulcherrimo inurere.

Scholium. Notandum autem Cl. Flamſtedium ratiocinia ſua non recte in omnibus hoc loco inſtituiſſe, quod nuper annotarunt Galli: & Fixarum parallaxin nonnunquam ex phænomenis illam minime probantibus deduxiſſe; quod in tanto artifice mirandum. Veruntamen, cum rem penitius introſpicerem, deprehendi ex Obſervationum ſolennium quindecim quas ipſi Galli veras eſſe, & ſuis conſentaneas agnoſcunt, Fixarum parallaxi etiamnum conſentire undecim: & ex diſſentientibus quatuor unam tantum ejus eſſe quantitatis ut negotium nobis faceſſere queat; quam proinde ab errore quodam, ſive inter obſervandum, ſive inter ſcribendum admiſſo derivatam fuiſſe æquum eſt ut exiſtimemus. Præſertim cum ſimilis fixarum parallaxis ex accuratis Hookii Obſervatis conſtare, nec aliunde ſolvi poſſe merito videatur. Sed hæc ulteriori Aſtronomorum induſtriæ ſunt relinquenda.

Octob. 29°. 1705.

XVII.

XXII.

XLIII SI ſingula Syſtematis Corpora ut *A* & *B* ſeorſim ſpectata trahant cætera omnia viribus acceleratricibus quæ ſint reciproce ut Quadrata diſtantiarum à trahente; erunt corporum illorum omnium vires abſolutæ ad invicem, ut ſunt ipſa corpora.

Trahat corpus *A* vi acceleratrice per *a* expoſita corpus *B*; & propter diſtantiam utrinque eandem trahat viciſſim corpus *B* ipſum Corpus *A*, vi acceleratrice per *b* expoſita. Quantitas motus eſt utrinque æqualis, propter reactionem utrinque actioni æqualem: Et iſta motus quantitas ex velocitate in materiæ quantitatem ducta omnino oritur. Eſt itaque rectangulum $A \times b$ æquale rectangulo $B \times a$. Et proinde vis acceleratrix corporis *B*, erit ad vim acceleratricem corporis *A*, paribus diſtantiis, ut Corpus *B* ad corpus *A*. Atque adeo Corporum vires abſolutæ erunt inter ſe ut ipſa Corpora. Nimirum ſumma virium æqualium in partes æquales paribus diſtantiis ubique tendentium. *Q.E.D.*

Scholium. Hujuſmodi Propoſitionibus manuducimur ad analogiam inter vires centripetas, & corpora centralia, ad quæ vires illæ dirigi ſolent. Rationi enim conſentaneum eſt ut vires quæ ad corpora diriguntur pendeant ab eorundem natura & quantitate, ut fit in magneticis. Et quoties hujuſmodi caſus incidunt, æſtimandæ erunt corporum attractiones aſſignando ſingulis eorum particulis vires proprias, & colligendo ſummas virium. Vocem autem *Attractionis* hic generaliter uſurpamus pro corporum conatu quocunque accedendi ad invicem, ſive conatus iſte fiat ab actione corporum, vel ſe mutuo petentium, vel per ſpiritus emiſſos ſe invicem agitantium; ſive is ab actione ætheris, aut aeris, mediive cujuſcunque, ſeu corporei, ſeu incorporei oriatur, corpora innatantia utcunque in ſe invicem impellentis. Eodem ſenſu gene-

generali uſurpamus vocem *Impulſus*: non ſpecies virium & qualitates phyſicas hic loci, ſed quantitates & proportiones Mathematicas expendentes; ut in definitionibus prius explicuimus. In matheſi inveſtigandæ ſunt virium quantitates, & rationes illæ quæ ex conditionibus quibuſcunque poſitis conſequuntur. Deinde ubi in Phyſicam deſcenditur, conferendæ ſunt hæ rationes cum phænomenis, ut innoteſcat, quænam virium conditiones ſingulis corporum attractivorum generibus competant: Et tum demum de virium ſpeciebus, cauſis, & rationibus phyſicis tutius diſputare licebit. Videamus igitur quibus viribus corpora Sphærica, qualia fere ſunt majora omnia Syſtematis mundani Corpora, Sol, Fixæ, Planetæ, Cometæque, ex particulis, modo jam expoſito, attractivis conſtantia debeant in ſe mutuo agere; & Quales motus inde conſequantur.

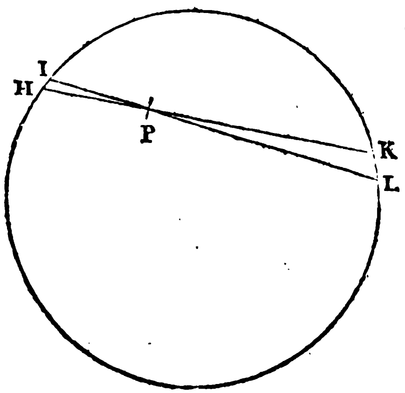
XLIV. Si ad Sphæricæ ſuperficiei Phyſicæ, ſive craſſitudinis ubique æqualis, ſed contemnendæ, puncta ſingula æqualia tendant vires æquales centripetæ decreſcentes in duplicata ratione diſtantiarum à punctis; Corpuſculum intra ſuperficiem ubilibet conſtitutum his viribus nullam in partem attrahetur: ſed vel quieſcet, vel motum quemvis inceptum ſine perturbatione ulla continuabit, pariter ac ſi nullis omnino viribus à ſuperficie iſta urgeretur.

Sit *HIKL* Superficies illa Sphærica: & *P* corpuſculum quodvis intus conſtitutum. Per *P* agantur ad hanc ſuperficiem lineæ duæ rectæ quælibet, *HK*, *IL*, arcus quam minimos *HI*, *KL* intercipientes. Et ob triangula ſimilia *HPI*, *LPK*, [*HI* enim & *KL* arcus quam minimi pro rectis lineis ſumi debent; & anguli ad *P* verticem oppoſiti æquantur; & * latera æqualem iſtum angulum continentia, ſunt utrinque proportionalia:] arcus illi erunt diſtantiis *HP*, & *LP* proportionales: hoc eſt, erit *PH*, ad *PL*, ſive *PI*, ad *PK*, ut *IH*, ad *KL*. Et ſuperficiei ſphæricæ

*III, 35. *cum* VI, 14, & VI, 6. *Elem.*

par-

particulæ quævis ad *HI*, & *KL* rectis innumeris per punctum *P* tranſeuntibus undique terminatæ, ſive polygona ſint, ſive circuli, erunt figuræ inter ſe ſimiles; & proinde in ratione arcuum iſtorum ſive diſtantiarum à corpuſculo duplicata. Et proinde, Vires integræ attractrices in contrarias partes æqualiter factæ, propter minoris ſuperficiei ſitum propiorem, & majoris remotiorem, ſe mutuo deſtruent & tollent. Simili argumento attractiones omnes per totam ſphæricam ſuperficiem à contrariis attractionibus deſtruentur: Ac proinde Corpus *P* nullam in partem his attractionibus impelletur. *Q. E. D.*



Coroll. (1.) Cum itaque ſphæra quævis, quæ ſpatium concavum concentricum ſphæricum intus habet, in ſphæricas hujuſmodi ſuperficies craſſitiei contemnendæ innumeras recte dividi poſſit; & ex vi hujus demonſtrationis ſuperficierum quævis nullo modo corpuſculum intus conſtitutum in ullam partem attrahere poſſit; Liquet Totam Sphæram nullam in corpuſculum interius vim imprimere. Sed corpuſculum illud, ſi prius quieſceret, etiamnum quieturum; ſi prius motu qualicunque ferretur; etiamnum motu eodem perrecturum; non obſtante ſphæræ exterioris attractione.

Coroll.

Coroll. (2.) Et cum hoc de corpuſculis quibuſcunque corpus quodvis vel materiæ molem quamvis componentibus pari jure poſſit demonſtrari; Liquet corpora quæcunque intra hujuſmodi ſphæram concavam poſita, non obſtante ſphæræ attractione, aut quieſcere, aut motu quovis priſtino etiamnum ferri.

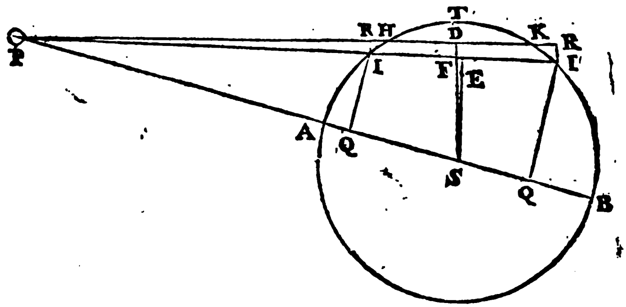
Coroll. (3.) Si itaque Tellus noſtra, utpote Sphærica ex particulis attractivis compoſita, ſphæricam cavitatem centralem habuiſſet, Animalia quælibet illic conſtituenda nulla gravitatis vi affecta motus omnes ſuos eadem libertate poſſent peragere, ac ſi nulla eſſet in rerum nanatura corporum gravitas. Neque ſane ullam hujuſmodi vim eſſe facile deprehendere potuiſſent. Et par eſt ratio de Planetis, reliquis Cometis, Sole, & ſtellis fixis.

XLV. Iiſdem Poſitis Corpuſculum extra ſphæricam ſuperficiem conſtitutum attrahetur ad centrum Sphæræ vi reciproce proportionali quadrato diſtantiæ ſuæ ab eodem centro.

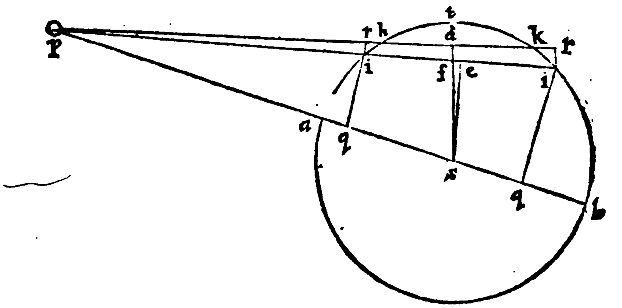
Sint apud Figuram hanc duplicem ubi earum altera majuſculis, altera minuſculis literis notatur, *AHKB*, *ahkb* æquales duæ ſuperficies ſphæricæ; (aut potius eadem ſuperficies bis poſita.) Centris *S*, *s* diametris *AB*, *ab* æqualibus deſcriptæ: Et *Pp* Corpuſcula duo, (aut potius idem corpuſculum ad varias à ſuperficie ſphærica diſtantias poſitum,) ſita extrinſecus in diametris illis productis. Agantur à Corpuſculis lineæ rectæ *PHK*, *PII*: *phk*, *pii*: auferentes à circulis maximis *ATB*, *atb* æquales arcus, quam minime inter ſe differentes, *HK*, *hk*: & *ITI*, *iti*. Et ad eas demittantur perpendicula *SD*, *sd*; ipſis *PK*, *pk*; *SE*, *se* ipſis *PI*, *pi*; *IR*, *ir*; ipſis *PK*, *pk*. Quorum *SD*, *sd* ſecent *PI*, *pi* in punctis *F*, & *f*. Demittantur etiam ad diametros perpendicula *IQ*, *iq*. & ob æquales *DS*, & *ds*: *ES*, & *es*: & angulos minimos evaneſcentes *DPE*, *dpe*, lineæ *PE*, *PF*; & *pe*, *pf* evaneſcentibus nimirum differentiis *FE*, *fe*; & Lineolæ

DF,

DF, *df* pro æqualibus haberi poſſunt: quippe quarum ratio ultima angulis illis *DPE*, *dpe*; & *DSE*, *dse* ſimul evaneſcentibus eſt ratio æqualitatis. His itaque conſtitutis, erit in triangulis ſimilibus *PRI*, *PDF*: & *pri*, *pdf*, *PI*, ad *PF*, ut *RI*, ad *DF*: & *pf*, ad *pi*, ut *DF*, vel *df*, ad *ri*: Et utriſque rationi-



bus æqualibus in unam compoſitis, erit rectangulum *PI* × *pf*, ad rectangulum *PF* × *pi*, ut rectangulum *RI* × *DF*, ad rectangulum *DF* × *ri*: hoc eſt, ut *RI*, ad *ri*: hoc eſt, in triangulis ultimo ſimilibus *IRH*,



irh, (propter angulum rectum ad *R*, & *r*; & angulum *RHI* angulo *rhi*, ſi circuli æquales applicarentur ſibi mutuo congruentem;) ut arcus evaneſcens *IH*, ad arcum evaneſcentem *ih*. Rurſus, Eſt in triangulis

ſimi-

ſimilibus PIQ, PSF: piq, psf, PI, ad PS, ut IQ, ad SE: & ps, ad pi, ut SE, vel se, ad iq. Et, utriſque rationibus æqualibus in unam compoſitis, erit rectangulum $PI \times ps$, ad rectangulum $PS \times pi$, ut rectangulum $IQ \times SE$, ad rectangulum $SE \times iq$: hoc eſt, ut IQ, ad iq. Et conjunctis rationibus utriſque principalibus, Erit quantitas $PI \times PI \times pf \times ps$, ad quantitatem $pi \times pi \times PF \times PS$, hoc eſt, $Piq \times pf \times ps$ ad $piq \times PF \times PS$, ut rectangulum $IH \times IQ$, ad rectangulum $ih \times iq$: hoc eſt, ut Superficies circularis, ſive annulus quem arcus minimus IH convolutione ſemicirculi $AHTB$ circa diametrum AB deſcribet, ad ſuperficiem circularem, ſive annulum quem arcus minimus ih convolutione ſemicirculi $ahtb$ circa diametrum ab deſcribet. Et vires quibus hæ Superficies ſecundum lineas ad ſe tendentes attrahunt corpuſcula P & p ſunt, per Hypotheſin, ut ipſæ Superficies, niſi quantum diſtantiarum quadrata eaſdem vires adaugeant vel diminuant: & proinde ſunt revera vires illæ ut ipſæ Superficies, applicatæ ad quadrata diſtantiarum ſuarum à corporibus, hoc eſt, ut $\frac{PIq \times pf \times ps}{PIq}$, ad $\frac{piq \times PF \times PS}{piq}$: ſive ut $pf \times ps$, ad $PF \times PS$. Sunt quoque hæ vires integræ ad ipſarum partes obliquas, quæ, facta virium reſolutione ſecundum lineas PS, ps ad centra tendunt, ut PI, ad PQ: & pi ad pq: id eſt, (ob ſimilia triangula PIQ, PSF; & piq, psf:) ut PS, ad PF: & ps, ad pf. Unde, ex æquo, fiet attractio corpuſculi hujus P verſus centrum S, ad attractionem corpuſculi p verſus centrum s, ut $\frac{PF}{PS}\,pf \times ps$, ad $\frac{pf}{ps}\,PF \times PS$, ſive uu $PF \times pf \times ps \times ps$, ad $pf \times PF \times PS \times PS$, ſive etiam ut $ps \times ps$ vel psq, ad $PS \times PS$, vel PSq. Hoc eſt, ut diſtantiarum à centris ſuis quadrata reciproce. Et ſimili argumento, vires quibus Superficies

cies

cies remotiores convolutione arcuum remotiorum *HL hl* deſcriptæ trahunt corpuſcula, erunt ut diſtantiarum à centris ſuis quadrata reciproce. Inque eadem ratione erunt vires ſuperficierum omnium hujuſmodi circularium vel annularium, in quas utraque ſuperficies ſphærica, capiendo ſemper arcus æquales *HK*, *hk*: & *ITI*, *iti*: ſive, quod perinde eſt, perpendiculum *SD* æquale perpendiculo *sd*: & perpendiculum *SE* æquale perpendiculo *se* diſtingui poteſt: donec integra ſuperficies hoc modo exhauriatur. Et Inde, ſumma virium, ſive vires totarum ſuperficierum ſphæricarum in corpuſcula exercitæ erunt in eadem ratione. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Cum itaque ſphæra quævis integra in hujuſmodi ſphæricas ſuperficies concentricas innumeras recte dividi poſſit; & cum ex vi hujus demonſtrationis ſuperficierum quælibet ita corpuſcuum illud attrahat, ut vis attractionis verſus centrum ſit in duplicata ratione diſtantiæ reciproce, Palam eſt, & ſphæram integram ita corpuſculum illud attrahere, ut vis centripeta verſus centrum ſit in duplicata ratione diſtantiæ ab illo centro reciproce.

Coroll. (2.) Et cum vires reliquæ obliquæ *IQ*, *iq* ex adverſis hemiſphæriis æſtimatæ ſibi mutuo opponantur, & ſe invicem omnino tollant, vires integræ centripetæ in corpuſculum exercitæ erunt viribus iſtis verſus centrum tendentibus omnino æquales.

Coroll. (3.) Et cum ſimiliter procederet demonſtratio, ſi vice corpuſculi unius corpus quodvis ex iſtis corpuſculis compoſitum ſupponeretur; (quod enim uni particulæ convenit, pari jure & ſingulis particulis, & proinde ipſarum ſummæ convenire eſt neceſſe;) liquet ſphæram quamvis ex particulis æqualiter attractivis conſtantem, corpus quodvis ita attrahere, ut attractionis quantitas ſit in ratione diſtantiæ à ſphæræ centro duplicata reciproce.

Coroll. (4.) Attractio itaque ſphæræ eodem modo ſe habet ac ſi vis integra verſus centrum tendens in ipſum

P cen-

centrum collecta uniretur, & ab iſto ſolo puncto ſe undique per regiones in circuitu propagaret.

XLVI. Si ad ſphærarum quarumvis homogenearum, ſive ejuſdem denſitatis puncta ſingula tendant vires centripetæ æquales decreſcentes in duplicata ratione diſtantiarum à punctis; ac detur ratio diametrorum ſphærarum ad diſtantiam corporis ab earum centris; vires quibus corpora ſingula trahentur inter ſe collatæ erunt proportionales ſemidiametris ſphærarum trahentium.

Nempe, vires ſphærarum ſunt ut ipſæ particulæ trahentes, ſive ut ipſæ ſphæræ; hoc eſt, in triplicata ratione ſemidiametrorum, paribus nimirum diſtantiis. Sed cum diſtantiæ inæquales ponantur, & in ipſa diametrorum vel ſemidiametrorum ratione inæquales, diminuentur vires in ratione diſtantiarum, hoc eſt, ex hypotheſi ſemidiametrorum ſphærarum duplicata. Vires itaque reliquæ, ab exceſſu rationis triplicatæ ſupra duplicatam æſtimandæ, erunt in ſimplici ſemidiametrorum ratione directa. *Q. E. D.*

Coroll. (1.) Hinc ſi corpora quævis in circulis circa ſphæras ex materia æqualiter attractiva conſtantes revolvantur; ſintque diſtantiæ à centris ſphærarum proportionales earundem diametris, vel ſemidiametris, Tempora periodica erunt æqualia. Ex viribus enim in directa diſtantiarum ratione ſequitur temporum periodicorum æqualitas; ut olim demonſtravimus.

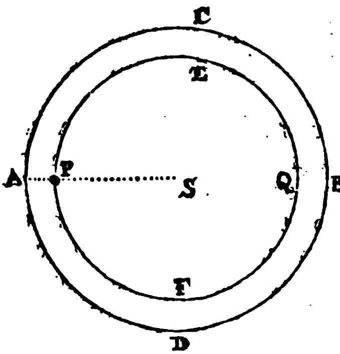
Coroll. (2.) Et vice verſa; ſi tempora periodica ſint æqualia, diſtantiæ corporum revolventium à ſphæris homogeneis, ſive ejuſdem denſitatis erunt diametris vel ſemidiametris ſphærarum proportionales.

Coroll. (3.) Et ex datis temporibus periodicis circa ſphæras quaſvis peractis, & diſtantiis ab iſtis ſphæris, dabuntur quoque ſphærarum denſitates. Nimirum calculum ineundo qualia exinde ſequerentur tempora periodica ad diſtantias ſphærarum ſemidiametris proportionales; & ab iſtorum temporum periodicorum exceſſu vel defectu mutuo denſitatum defectum vel exceſſum eiſdem

dem reciproce proportionalem determinando. Exempla in Sole, Jove, Saturno, & Terra olim proferemus.

XLVII. Si ad Sphæræ alicujus datæ homogeneæ, ſive æqualis ubique denſitatis puncta ſingula tendant æquales vires centripetæ, decreſcentes in duplicata ratione diſtantiarum à punctis, Corpuſculum intra ſphæram conſtitutum attrahitur vi proportionali diſtantiæ ſuæ ab ipſius centro.

In Sphæra *ACBD*, centro *S* deſcripta locetur corpuſculum *P*: & centro eodem *S*, intervallo *SP*, concipe ſphæram interiorem *PEQF* deſcribi. Manifeſtum eſt per Propoſitionem 44. Quod ſphæricæ ſuperficies concentricæ, ex quibus ſphærarum differentia componitur, attractionibus ubique per attractiones contrarias deſtructis, nil agunt in Corpuſculum *P*: Reſtat ſola attractio Sphæræ interioris *PEQF*. decreſcit itaque vis centripeta propter ſphæram minorem attrahentem in triplicata ratione diſtantiæ à centro diminutæ, creſcit autem in duplicata ratione diſtantiæ inverſa, propter acceſſum ad Centrum. Ergo vis reliqua ab exceſſu rationis triplicatæ ſupra duplicatam æſtimanda, erit in ipſa diſtantiæ à centro ratione directa. *Q. E. D.*



Coroll. (1.) Si hujuſmodi ſphæra per centrum perforetur, Corpora omnia à diſtantiis omnibus ſive magnis ſive parvis dimiſſa æquali temporis ſpatio ad centrum deſcendent: ſpatio nempe 21′. 9″. in Tellure noſtra, uti olim obſervavimus.

Coroll. (2.) Si autem nullum ſit medium quod motui corporum deſcendentium vel aſcendentium adverſetur, Corpus quodvis demiſſum per æquale ſpatium ultra

tra centrum aſcendet quo ad centrum deſcenderat prius: atque ita perpetuo deſcenſu & aſcenſu oſcillantium per cycloidem pendulorum corporum motus æmulabitur. Et oſcillationes, ſi ita vocare liceat, in omnibus diſtantiis erunt pariter iſochronæ.

Coroll. (3.) Sin intervalla quotvis minima hujuſmodi ſphæræ concentrica inter ſuperficies quaſvis ſphæricas interpoſita ponantur, in quibus corpora quævis inſtar planetarum quorundam parvorum circa centrum in circulis revolvant, Erunt tempora periodica omnium hujuſmodi planetarum ubique æqualia. Eodem nempe temporis ſpatio periodum quamvis peragendo quo corpus quodvis demiſſum oſcillationem integram ex itu & reditu compoſitam obiret: hoc eſt, in Tellure noſtra ſpatio $1^{h}.\ 24'.\ 36''$. Uti ex prius demonſtratis facile conſtare poteſt.

Scholium. Notandum autem ſuperficies iſtas ex quibus ſolida componi ſupponimus, non eſſe pure Mathematicas, vel omnis craſſitudinis expertes: Sed Orbes adeo tenues, ut eorum craſſitudo ſit inſtar nihili. Nimirum in caſu præſenti Orbes evaneſcentes ex quibus ſphæra ultimo conſtat, ubi orbium illorum numerus augetur, & craſſitudo minuitur in infinitum. Similiter per puncta ex quibus lineæ, & inde ſuperficies & ſolida componi nonnunquam dicimus, intelligendæ ſunt particulæ æquales magnitudinis contemnendæ. Sed hæc impræſentiarum ſufficiant.

Novemb. 19°. 1705.

XXIII.

XXIII.

XLVIII. POſitis iiſdem, Corpuſculum extra ſphæram conſtitutum attrahitur vi reciproce proportionali quadrato diſtantiæ ſuæ ab ipſius centro. Nam diſtinguatur Sphæra in ſuperficies ſphæricas innumeras concentricas: & attractiones corpuſculi à ſingulis ſuperficiebus oriundæ erunt reciproce proportionales quadrato diſtantiæ corpuſculi à centro, per Propoſitionem 45. Et componendo, Fiet ſumma attractionum, hoc eſt, attractio ſphæræ totius in eadem ratione. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Hinc in æqualibus diſtantiis à centris homogenearum ſphærarum attractiones ſunt ut ipſæ ſphæræ; ſive ut diametrorum Cubi inter ſe. Nam per Propoſitionem 46. Si diſtantiæ ſint proportionales diametris, ſphærarum vires erunt ut diametri: Minuatur diſtantia major in illa ratione, & diſtantiis jam factis æqualibus augebitur attractio in duplicata illa ratione, adeoque erit ad attractionem alteram in triplicata illa diametrorum ratione, hoc eſt, in ratione ipſarum ſphærarum.

Coroll. (2.) In diſtantiis quibuſvis Attractiones erunt ut ſphæræ applicatæ ad quadrata diſtantiarum.

Coroll. (3.) Si corpuſculum extra ſphæram homogeneam poſitum trahatur vi reciproce proportionali quadrato diſtantiæ ſuæ ab ipſius centro, conſtet autem ſphæra ex particulis attractivis, decreſcet vis particulæ cujuſque in duplicata ratione diſtantiæ à particula.

Coroll. (4.) Cum itaque Planetæ primarii ſimul & ſecundarii omnes ad Solis centrum; Omnes Circumjoviales ad Jovis centrum; Omnes Circum-Saturnii ad Saturni centrum; & Luna ad Telluris centrum trahantur, ad ſua nempe quivis centra in diſtantiis variis, vi reciproce proportionali quadrato diſtantiarum ab iſtis centris reſpective; Decreſcit vis particulæ cujuſque molem Solis, Jovis, Saturni, & Telluris componentis in duplicata ratione diſtantiæ à particula.

XLIX. Si ad ſphæræ homogeneæ datæ puncta ſingula tendant vires æquales centripetæ, decreſcentes in duplicata ratione diſtantiarum à punctis, Sphæra quævis alia ſimilaris attrahetur vi reciproce proportionali quadrato diſtantiæ centrorum.

Nam particulæ cujuſvis attractio eſt reciproce ut quadratum diſtantiæ ejus à centro ſphæræ trahentis: per Propoſitionem 45. & propterea eadem eſt ac ſi vis tota attrahens manaret de corpuſculo unico ſito in centro hujus ſphæræ. Hæc autem attractio tanta eſt quanta foret viciſſim attractio corpuſculi ejuſdem, ſi modo illud à ſingulis ſphæræ attractæ particulis eadem vi traheretur, qua ipſas attrahit. Foret autem illa corpuſculi attractio per Prop. poſtremam reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ ejus à centro ſphæræ; adeoque huic æqualis attractio ſphæræ eſt in eadem ratione. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Attractiones Sphærarum homogenearum verſus alias ſphæras homogeneas ſunt pariter ac eæ punctorum ſive corpuſculorum minimorum ut ſphæræ trahentes applicatæ ad quadrata diſtantiarum centrorum ſuorum à centris earum quas attrahunt.

Coroll. (2.) Idem valet ubi ſphæra attracta etiam attrahit. Namque hujus puncta ſingula trahent ſingula alterius eadem vi qua ab ipſis viciſſim trahuntur; adeoque cum in omni attractione urgeatur tam punctum attrahens, quam punctum attractum, geminabitur vis attractionis mutuæ, conſervatis proportionibus.

Coroll. (3.) Eadem omnia, quæ ſuperius de motu corporum circa *Umbilicum* Conicarum ſectionum demonſtrata ſunt, obtinent ubi ſphæra attrahens locatur in umbilico, & corpora moventur extra ſphæram.

Coroll. (4.) Ea vero quæ de motu corporum circa *Centrum* Conicarum Sectionum demonſtrantur, obtinent ubi motus peraguntur intra ſphæram: nimirum ubi ſphæra non concava, ſed aliquantulum concavis partibus interrupta ſupponitur, uti haud ita pridem obſervavimus.

L. Si Sphæræ in progreſſu à centro ad circumferentiam (quoad materiæ denſitatem, & vim attractivam) utcunque diſſimilares, in progreſſu vero per circuitum ad datam omnem à centro diſtantiam ſint undique ſimilares, & vis attractiva puncti cujuſque decreſcat in duplicata ratione diſtantiæ corporis attracti; vis tota qua hujuſmodi ſphæra una attrahit aliam, eſt reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ centrorum.

Etenim hujuſmodi ſphæra in ſphæricas ſuperficies concentricas ſimilares ſemper dividi poteſt. Et cum nuper demonſtratum fuerit, quamvis ſuperficiem ſeorſim ſpectatam alias omnes ſeorſim ſpectatas ita trahere, ut vis tota qua hujuſmodi ſphærica ſuperficies alteram quamvis trahit, ſit reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ à centro ſuo, conſtabit propoſitio de ſphæris integris ex hujuſmodi ſuperficiebus conflatis. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Hinc ſi ejuſmodi ſphæræ complures ſibi invicem per omnia ſimiles ſe mutuo trahant, attractiones acceleratrices ſingularum in ſingulas erunt in æqualibus centrorum diſtantiis ut ſphæræ ipſæ attrahentes; ſive ut materiæ quantitates in iiſdem contentæ.

Coroll. (2.) Inque diſtantiis quibuſvis inæqualibus ut ſphæræ attrahentes applicatæ ad quadrata diſtantiarum inter ſphærarum centra.

Coroll. (3.) Attractiones vero motrices, ſeu pondera ſphærarum in ſphæras in æqualibus centrorum diſtantiis ut ſphæræ attrahentes & attractæ conjunctim: id eſt, ut contenta ſub ſphæris per multiplicationem producta. Nam cum corpus attrahens propter reactionem actioni ubique æqualem & in partes contrarias tendentem verſus corpus attractum pari motus quantitate, hoc eſt, celeritate corporibus reciproca, moveatur; idque ſi nulla eſſet corporis attracti vis proprie attractiva: Et cum iis qui ſphæram aliquam incolunt tota approximantium ſphærarum velocitas ſphæræ alteri neceſſario referatur; eo nimirum quod motum proprium dignoſcere nequeant; hinc evenit ut vis alterius ſphæræ centripeta uni-

verſa, qua nimirum ad ſuam appropinquat, aut potius qua utraque conatu mutuo ad amplexus mutuos fertur, quæque *Pondus* alterius dicitur, proportionalis ſit non ſphæræ attrahenti ſolummodo, ſed ſphæris utriſque ſimul ſumptis. Sic ſane pondus corporis cujuſvis in terram illud omnino dicitur quo corpus illud & terra velocitate accedendi relativa ad ſe mutuo feruntur. Sic ſane Olim oſtendimus gravitatem Lunæ in terram eſſe ejus quidem quantitatis ut ſpatio horarum 4. & minutorum primorum 20. fere ad ejus centrum caderet. Non quod omnis iſta velocitas ad Lunam revera ſit referenda; ſed quod ſi omnis accedendi velocitas reſpectiva ex motu utriuſque ſyderis oriunda ad Lunam ſolam referretur, prout incolis Terræ uſu venire debet, efficeret illa ut iſto temporis ſpatio Luna ad Telluris centrum caderet.

Prop. 23. prius.

Coroll. (4.) In diſtantiis inæqualibus atractiones motrices ſive pondera ſphærarum in ſphæras erunt ut contenta illa applicata ad quadrata diſtantiarum inter centra.

Coroll. (5.) Eadem valent etiam à fortiori ubi attractio integra oritur à ſphæræ utriuſque virtute attractiva mutuo exercita in ſphæram alteram. Nam viribus ambabus geminabitur attractio, Proporticne ſervata.

Coroll. (6.) Si hujuſmodi ſphæræ aliquæ circa alias quieſcentes revolvantur ſingulæ circa ſingulas; ſintque diſtantiæ inter centra revolventium atque quieſcentium proportionales quieſcentium diametris; Tempora periodica erunt æqualia.

Coroll. (7.) Et viciſſim ſi tempora periodica ſint æqualia, diſtantiæ erunt proportionales diametris.

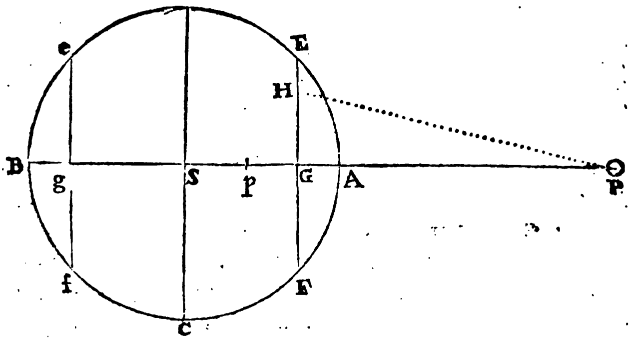
Coroll. (8.) Eadem omnia quæ ſuperius de motu corporum circa umbilicos conicarum ſectionum demonſtrata ſunt, obtinent ubi ſphæra attrahens formæ & conditionis cujuſvis jam deſcriptæ locatur in umbilico.

Coroll. (9.) Ut & ubi gyrantia ſunt etiam ſphæræ attrahentes conditionis cujuſvis jam deſcriptæ: hoc eſt, aut in univerſum homogeneæ; aut ſaltem in iiſdem à centro diſtantiis homogeneæ.

LI. Si

LI. Si ad ſingula ſphærarum homogenearum puncta æqualia tendant vires centripetæ æquales, nimirum paribus diſtantiis, diverſis autem diſtantiis iſtis punctorum à corporibus attractis directe proportionales; vis ex omnium partium viribus compoſita, qua ſphæræ duæ ſe mutuo trahent, erit ut diſtantia inter centra ſphærarum.

Casus *(1.)* Sit *ACBD* ſphæra ex hujuſmodi punctis attractivis conflata: *S* centrum ejus: *P* corpuſculum attractum: *PASB* axis ſphæræ, per corpuſculi centrum tranſiens: *EF*, & *ef* plana duo phyſica craſſitudinis contemnendæ, quibus ſphæra ſecetur, huic axi



perpendicularia, & hinc inde à centro ſphæræ æqualiter diſtantia. Puncta *G*, & *g* interſectiones planorum & axis: & *H* punctum quodvis phyſicum in plano *EF*. Vis centripeta puncti *H* in corpuſculum *P* ſecundum lineam *PH* exercita eſt, ex Hypotheſi, ut ipſa diſtantia *PH*: quæ per virium reſolutionem in vires *GH*, *GP* erit diſpeſcenda. Unde vis ſecundum lineam *PS*: hoc eſt, verſus centrum *S*: ut ipſa longitudo *PG*. [nimirum virium parte altera *HG*, à vi puncti ad alteras axis partes in eodem plano directe oppoſitas æqualiter ab axe diſtantis deſtructa.] Vis igitur punctorum omnium in plano *EF*; hoc eſt, vis plani

totius

totius qua corpuſculum P trahitur verſus centrum S ſimili modo erit ut numerus vel ſumma punctorum ducta in diſtantiam PG: hoc eſt, ut contentum ſub plano ipſo EF, & diſtantia illa PG. Et conſimiliter vis plani ef qua corpuſculum P trahitur verſus centrum S, eſt ut æquale illud planum ductum in diſtantiam illam Pg. Et ſumma virium plani utriuſque ut planum EF, ductum in ſummam diſtantiarum $PG + Pg$; id eſt, ut planum illud ductum in duplam centri & corpuſculi diſtantiam PS: [propter lineas PG, PS, Pg Arithmetice proportionales; & exinde ſummam extremarum æqualem mediæ duplæ.] Hoc eſt, ut duplum planum EF; ſive ſumma planorum æqualium ductum in diſtantiam PS. Et ſimili argumento vires omnium planorum in tota ſphæra hinc inde à centro ſphæræ æqualiter diſtantium ſunt ut ſumma planorum ducta in diſtantiam PS: hoc eſt, ut ſphæra tota ducta in diſtantiam centri ſui à corpuſculo. Et ob ſphæram in omni diſtantia datam erit vis integra attractiva ut diſtantia corpuſculi attracti à centro ſphæræ PS. Q.E.D.

Cas. (2.) Trahat jam corpuſculum P ſphæram, puncta nimirum omnia vi diſtantiæ punctorum à corpuſculo directe proportionali: Et eodem argumento probabitur, quod vis qua ſphæra illa trahitur, erit ut diſtantia PS. Q.E.D.

Cas. (3.) Componatur jam ſphæra altera homogenea ex particulis pariter pro directa diſtantiæ ratione attractivis innumeris P. Et quoniam vis qua corpuſculum unumquodque trahitur eſt ut diſtantia corpuſculi à centro ſphæræ primæ ducta in ſphæram eandem; atque adeo eadem eſt ac ſi prodiret tota de corpuſculo unico in centro ſphæræ; vis tota qua corpuſcula omnia in ſphæra ſecunda trahentur, hoc eſt, qua ſphæra illa tota trahitur, eadem erit ac ſi ſphæra illa traheretur à vi prodeunte de corpuſculo unico, in centro ſphæræ primæ poſito. Et propterea proportionalis erit diſtantiis inter centra ſphærarum. Q.E.D.

Cas. (4.)

CAS. (4.) Trahant jam ſphæræ ſe mutuo: & vis duplex ſive geminata proportionem priorem etiamnum ſervabit. *Q.E.D.*

CAS. (5.) Locetur jam corpuſculum *p* intra ſphæram *ACBD*. & quoniam vis plani *ef* in corpuſculum erit ut contentum ſub plano illo, & diſtantia *pg*: ſeu ut $ef \times pg$. & vis contraria plani *EF* ut contentum ſub plano illo, & diſtantia *PG*, ſeu ut $EF \times PG$: ſive $ef \times PG$. Erit itaque vis attrahens ut differentia contentorum, hoc eſt, ut $ef \times pg - PG$: vel ut duplum *ef* in differentiam $pg - PG$ dimidiam $= 2\, ef \times \frac{1}{2} pg - PG$. Hoc eſt, ob æquales *SG*, *Sg*, ut ſumma æqualium planorum ducta in ſemiſſem differentiæ diſtantiarum, ſeu in *pS* diſtantiam corpuſculi à centro ſphæræ. Et ſimili argumento Attractio planorum omnium ut *EF*, *ef*, in ſphæra tota à centro hinc inde æqualiter diſtantium; hoc eſt, attractio ſphæræ totius erit ut ſumma planorum omnium, ſeu ſphæra tota, ducta in *pS*, diſtantiam corpuſculi à centro ſphæræ. *Q.E.D.*

CAS. (6.) Et ſi ex corpuſculis innumeris *p* componatur ſphæra nova homogenea intra ſphæram priorem ſita, probabitur, ut prius, quod attractio ſive ſimplex ſphæræ unius in alteram, ſive mutua utriuſque in ſe invicem erit ut diſtantia centrorum *pS*. *Q. E. D.*

LII. Si Sphæræ in progreſſu à centro ad circumferentiam, (quoad materiæ denſitatem & vim attractivam) utcunque diſſimilares; in progreſſu vero per circuitum ad datam omnem à centro diſtantiam ſint undique ſimilares, & vis attractiva puncti cujuſque ſit directe ut diſtantia corporis attracti, vis tota, qua hujuſmodi ſphæræ duæ ſe mutuo trahent, erit proportionalis diſtantiæ inter centra ſphærarum.

Etenim hujuſmodi ſphæra in circulos æquales *EF*, *ef*, & in iiſdem à centris *G*, *g* diſtantiis homogeneos ſemper dividi poteſt: & cum ex vi jam demonſtratorum quælibet perimeter circularis, ex quibus quivis integer circulus componitur, vim exhibeat propor-

portionalem diſtantiæ à ſphæræ centro, vis integra erit etiam in ipſa diſtantiæ à centro ratione directa.

Corollarium. Quæ ſuperius in Propoſitionis 50. Corollariis de ſphærarum attractionibus, ubi lex attractionis erat in ratione diſtantiæ duplicata inverſe ſunt demonſtrata, ad hunc caſum applicata ubique valent, mutatis rite mutandis. Speciatim vero, Quæ olim de motu corporum circa *centra* Conicarum ſectionum demonſtrata ſunt, obtinent ubi attractiones omnes fiunt vi corporum ſphæricorum conditionis jam deſcriptæ, ſuntque corpora attracta ſphæræ conditionis ejuſdem.

Scholium. Attractionum caſus duos inſigniores jam dedimus expoſitos; nimirum ubi vires centripetæ vel decreſcunt in duplicata diſtantiarum ratione, vel creſcunt in diſtantiarum ratione ſimplici: Efficientes in utroque caſu ut corpora gyrentur in Sectionibus Conicis, ex lege nimirum priori circa *focum*, poſteriori circa *centrum* (& caſu priori corporibus *extra* ſphæras poſitis, poſteriori corporibus *intra* eaſdem poſitis congruente.) Et componentes corporum ſphæricorum vires centripetas eadem lege in receſſu à centro decreſcentes vel creſcentes cum ſeipſis. Quod eſt notatu dignum & ad phænomena ſyſtematis Solaris ſolvenda maxime accommodatum. Caſus cæteros, qui concluſiones minus elegantes exhiberent, & à conſtitutione mundi magis alienas, hic loci ſigillatim percurrere longum eſſet, & pene inutile. Præterea; poſt explicatas in prioribus corporum ſphæricorum attractiones, Pergere liceret ad leges attractionum aliorum quorundam ex particulis attractivis ſimiliter conſtantium. Sed iſta particulatim tractare minus ad noſtrum inſtitutum ſpectat. Sufficerit Propoſitiones quaſdam generaliores de viribus hujuſmodi corporum, deque motibus inde oriundis ob eorum in rebus Philoſophicis aliqualem uſum ſubjungere. Sed iſta in Prælectionem proximam differemus.

Decemb. 3. 1705.

XXIV.

LIII. **S**I media duo ſimilaria ſpatio planis parallelis utrinque terminato diſtinguantur ab invicem; & corpus in tranſitu per hoc ſpatium attrahatur vel impellatur perpendiculariter verſus medium alterutrum; neque ulla alia vi agitetur vel impediatur; Sit autem Attractio in æqualibus ab utroque plano diſtantiis ad eandem ipſius partem captis ubique eadem; Sinus incidentiæ in planum alterutrum, erit ad ſinum emergentiæ ex plano altero in ratione data; hoc eſt, qualiſcunque ſit angulus inclinationis ratio iſtorum ſinuum, ſemper eadem reperietur.

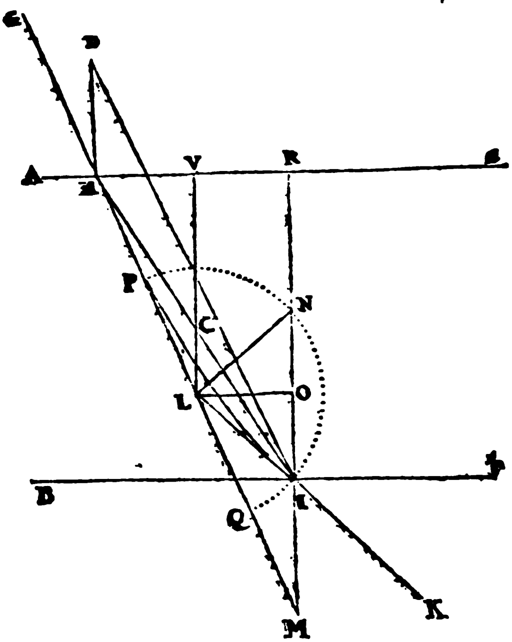
Casus (1.) Sunto *Aa*, *Bb* plana duo parallela. Incidat corpus in planum prius *Aa*, ſecundum lineam *GH*: ac toto ſuo per ſpatium intermedium tranſitu attrahatur vel impellatur verſus medium incidentiæ: eaque actione deſcribat lineam curvam *HI*. & emergat ſecundum lineam *IK*. Ad planum emergentiæ *Bb* erigatur perpendiculum *IM*, occurrens tum lineæ incidentiæ *GH* productæ in *M*; tum plano incidentiæ *Aa* in *R*. Et Linea emergentiæ *KI* producta occurrat ipſi *HM* in *L*. Erit itaque linea *GM* curvæ hujus tangens in puncto *H*: & Linea *LK* ejuſdem tangens in puncto *I*. Centro *L*, intervallo *LI*, deſcribatur circulus ſecans tam *HM* in *P*, & *Q*; quam *MI* productam in *N*. Et primo ſi attractio vel impulſus ponatur, uniformis erit, juxta olim demonſtrata, curva illa linea *HI* Portio Parabolæ. Cujus è diametris una erit linea *LV* planis utriſque perpendicularis; & linea recta *HI* erit ejuſdem diametri Ordinata, ab eadem in puncto *C* bifariam diviſa. Hujuſce autem Parabolæ proprietas hæc eſt; ut rectangulum ſub latere recto ad verticem *H* pertinente; in hoc caſu, propter corporum velocitatem datam

Prop. 8. prius.

tam

tam hic ſuppoſitam, ubique † dato: & abſciſſa *HD*, vel eidem æquali *IM*, æquale ſit ipſius ſemiordinatæ *DI*, vel eidem æqualis *HM* quadrato. Hujuſce etiam Parabolæ tangens *HM* biſecabitur in puncto *L*: (ut enim in triangulis ſimilibus *HCL*, *HIM*, eſt *HC*, ad *HI*, ita erit *HL*, ad *HM*. Sed *HC* eſt ſemiſſis *HI*: ergo erit & *HL* ſemiſſis *HM*.) Unde ſi ad *MI* demittatur perpendiculum *LO*, æquales ſemper erunt

† Coroll. 2. Prop. 8. primi.



MO & *OR*: & additis æqualibus *IO*, *ON*, fient totæ æquales *MN*, *IR*. Cum itaque diſtantia planorum in omnibus inclinationibus *IR* detur, dabitur & in omnibus inclinationibus eidem æqualis *MN*. Eſtque proinde Rectangulum *NM* × *MI*, ad rectangulum ſub latere recto ad verticem *H* pertinente & *MI*, ut data *NM*, ad latus rectum datum; ſive in data ratione.

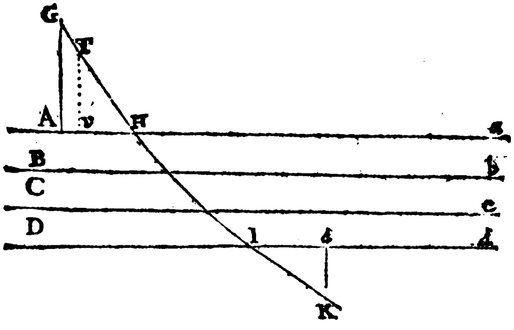
one. Eſt autem rectangulum ſub *HD* vel *MI*, & latus rectum, æquale quadrato *DI* vel *HM*. Atque adeo rectangulum *NM* × *MI*, eſt ad quadratum *HM*, in ratione data. Sed rectangulum *NM* × *MI* æquale eſt rectangulo *PM* × *MQ*: id eſt, differentiæ quadratorum *ML* & *PL*, ſeu quadratorum *ML* & *LI*. Et *HM* quadratum datam rationem habet ad ſui ipſius quartam partem *LM* quadratum. Ergo datur ratio *MLq* — *LIq*, ad *LMq*: & diviſim ratio *LIq*, ad *LMq*: & ratio ejuſdem ſubduplicata lineæ *LI*, ad lineam *LM*.

Corollarium 1. *Prop.* 36. *Lib.* 3. *Elem.*

Sed in omni triangulo *LMI* ſinus angulorum ſunt proportionales lateribus oppoſitis. Ergo datur ratio ſinus anguli incidentiæ *LMR*, vel *AHG* ad ſinum anguli emergentiæ *MIK*, vel *LIR*; vel ejuſdem ad duos rectos complementi *LIM*. [Idem enim eſt ſinus anguli *LIR*, & ejuſdem ad duos rectos complementi *LIM*.] *Q. E. D.*

Corollarium 1. *Prop.* 20. *Lib.* 3. *Elem.*

CAS. (2.) Tranſeat jam corpus ſucceſſive per ſpatia plura parallelis planis terminata, *AabB*, *BbcC*, *CcdD*, &c. & agitetur vi quæ ſit in ſingulis ſeparatim



uniformis, at in diverſis diverſa: & per jam demonſtrata ſinus incidentiæ in planum primum *Aa*, erit ad ſinum emergentiæ ex plano ſecundo *Bb*, in data rati-

one:

one: Et hic ſinus, qui eſt ſinus incidentiæ in planum ſecundum *Bb*, erit ad ſinum emergentiæ ex plano tertio *Cc*, in data ratione: & hic ſinus ad ſinum emergentiæ ex plano quarto *Dd* in data ratione: & ſic in infinitum. Et ex æquo, Sinus incidentiæ in planum primum, erit ad ſinum emergentiæ ex plano ultimo, in data ratione. Minuantur jam planorum intervalla, & augeatur numerus in infinitum; eo ut attractionis vel impulſus actio ſecundum legem quamcunque aſſignatam continua reddatur; & Ratio ſinus incidentiæ in planum primum, ad ſinum emergentiæ ex plano ultimo ſemper data exiſtens, etiamnum dabitur. *Q.E.D.*

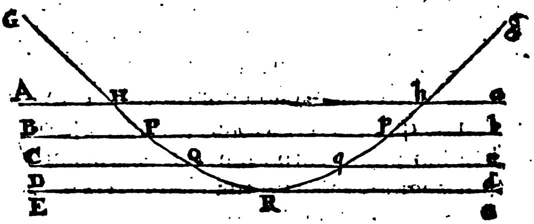
LIV. Iiſdem poſitis, Velocitas corporis ante incidentiam, erit ad ejuſdem velocitatem poſt emergentiam, ut ſinus emergentiæ, ad ſinum incidentiæ.

Capiantur *AH Id* æquales, & Erigantur perpendicula *AG*, *dK* occurrentia lineis incidentiæ & emergentiæ *GH*, *IK*, in *G*, & *K*. In *GH* capiatur *TH* æqualis *IK*, & ad planum *Aa* demittatur normaliter *Tv*. Et diſtinguatur motus corporis in duos, unum planis *Aa*, *Bb*, *Cc*, *Dd*, perpendicularem; alterum iiſdem parallelum. Vis attractionis vel impulſus agendo, ſecundū lineas perpendiculares nil mutabit motum ſecundum parallelas; & propterea corpus hoc motu conficiet æqualibus temporibus æqualia illa ſecundum parallelas intervalla, quæ ſunt inter lineam *Aa* & punctum *H*, interque punctum *I* & lineam *dK*. Hoc eſt, æqualibus temporibus deſcribet lineas *GH* & *IK*. Et proinde velocitas ante incidentiam, erit ad velocitatem poſt emergentiam, ut *GH*, ad *IK*, vel *TH*; id eſt, ut *AH*, vel *Id*, ad *vH*; hoc eſt, (reſpectu radii *TH*, vel *IK*,) ut ſinus emergentiæ, ad ſinum incidentiæ. *Q.E.D.*

LV. Iiſdem poſitis; & quod motus ante incidentiam velocior ſit quam poſtea, Corpus, inclinando lineam incidentiæ, reflectetur tandem; & angulus reflectionis fiet æqualis angulo incidentiæ.

Nam

Nam concipe corpus inter plana parallela *Aa*, *Bb*, *Cc*, *Dd*, &c. deſcribere arcus parabolicos, ut ſupra; ſintque arcus illi *HP*, *PQ*, *QR*, &c. Et ſit ea lineæ incidentis *GH* obliquitas ad planum primum *Aa*, ut ſinus incidentiæ, ſit ad ſinum anguli recti, hoc eſt, ad radium circuli cujus eſt ſinus, in ea ratione quam habet idem ſinus incidentiæ primæ ad ſinum emergentiæ ex plano ultimo *Dd*, in ſpatium per *DdeE* exprimendum. Et ob ſinum emergentiæ jam factum æqualem radio, ſive ſinui anguli recti, Angulus ille emergentiæ erit rectus; adeoque linea emergentiæ coincidet cum plano *Dd*. Perveniat corpus ad hoc planum in puncto *R*. Et quoniam linea emergentiæ coincidit cum eodem plano, perſpicuum eſt quod corpus non poteſt ultra pergere verſus planum remotius per *Ee* exprimendum. Sed nec poteſt idem pergere in linea emergentiæ *Rd*;



propterea quod perpetuo attrahitur vel impellitur verſus medium incidentiæ. Revertetur itaque inter *Cc*, *Dd*, deſcribendo arcum parabolæ *QRq*; cujus Vertex principalis erit punctum *R*. Secabitque planum *Cc* in eodem angulo in *q*, ac prius in *Q*. dein pergendo in arcubus parabolicis *qp*, *ph*, &c. arcubus prioribus *QP*, *PH* ſimilibus & æqualibus, ſecabit reliqua plana in iiſdem angulis in *p*, & *h*, ac prius in *P*, & *H*; emergetque tandem eadem obliquitate in *h*, qua incidit in *H*. Concipe jam planorum *Aa*, *Bb*, *Cc*, *Dd*, *&c.* intervalla in infinitum minui, & numerum augeri;

eo ut actio attractionis vel impulſus ſecundum legem quamcunque aſſignatam continua reddatur; & Angulus emergentiæ ſemper angulo incidentiæ æqualis exiſtens, eidem etiamnum manebit æqualis. *Q. E. D.*

Scholium. Harum attractionum haudquaquam diſſimiles videntur Lucis refractiones & reflexiones factæ ſecundum datam Secantium rationem, ut invenit Snellius; & per conſequens ſecundum datam Sinuum rationem, ut expoſuit Carteſius: [cum enim ſinus quilibet ſit ad radium, ut radius ad ſecantem complementi; & Angulus incidentiæ inter radium & planum refringens Snellio dictus, ſit Anguli incidentiæ inter radium & perpendicularem Carteſio dicti complementum; Ratio ſecantium à Snellio uſurpata, cum ratione ſinuum à Carteſio uſurpata omnino congruet & coincidet.] Namque Lucem ſucceſſive propagari, & ſpatio quaſi ſeptem aut octo minutorum primorum à Sole ad Terram venire jam conſtat per phænomena ſatellitum Jovis, obſervationibus diverſorum Aſtronomorum confirmata: Radii autem in aere exiſtentes, (uti dudum Grimaldus luce per foramen in tenebroſum cubiculum admiſſa invenit primus; & ipſe quoque Newtonus plenius expertus eſt:) in tranſitu ſuo prope corporum vel opacorum vel perſpicuorum angulos incurvantur circum corpora, quaſi in eadem attracti: & ex his radiis ii qui in tranſitu illo propius accedunt ad corpora incurvantur magis, quaſi magis attracti, uti ipſe quoque Newtonus diligenter obſervavit, & fuſius alibi nuperrime expoſuit. *Optica L. III.* Cum autem talis incurvatio radiorum fiat in aere extra cultrum, debebunt etiam radii qui incidunt in cultrum prius incurvari in aere quam cultrum attingunt. Et par eſt ratio incidentium in vitrum. Fit igitur refractio radiorum lucis non in puncto incidentiæ, ſed paulatim per continuam incurvationem radiorum, factam nempe partim in aere antequam attingunt vitrum, partim etiam, ut videtur, in vitro poſtquam illud ingreſſi ſunt. Nec aliter ſe res habere videtur

detur in reflexionibus, uti accurate oſtendit Newtonus in libro jam citato. Quo Lector harum rerum cupidus eſt omnino remittendus. Ob analogiam autem quæ eſt inter propagationem radiorum lucis, & progreſſum corporum, viſum fuit Propoſitiones tres priores veræ opticæ præparatorias demonſtrare. Notandum autem obiter cum Newtono, ad uſus opticos præ figuris conicis ſphæricas eſſe maxime accommodatas. Et ex ejuſdem ſententia, ſi perſpicillorum vitra objectiva ex vitris duobus ſphærice figuratis, & aquam inter ſe claudentibus conflentur, fieri poteſt ut errores refractionum quæ fiunt in vitrorum ſuperficiebus extremis ab aquæ refractionibus ſatis accurate corrigantur. Talia autem vitra objectiva vitris ellipticis & hyperbolicis præferenda eſſe ſtatuit, non ſolum quod faciliùs & accuratiùs formari poſſint, ſed etiam quod penicillos radiorum extra axem vitri ſitos accuratius refringant. Verum tamen diverſa diverſorum radiorum refrangibilitas impedimento eſt quo minus Optica per figuras vitrorum vel ſphæricas vel alias quaſcunque perfici poſſit. Niſi corrigi poſſint errores illinc oriundi Labor omnis in cæteris corrigendis imperite collocabitur. Sed de hiſce omnibus videndus eſt Author Clariſſimus in egregio illo & longe nobiliſſimo de Optice Tractatu, quem tandem in publicum emittere dignatus eſt.

Scholium (2.) Cum autem viſum fuerit viro ſummo Propoſitiones nonnullas ſine demonſtratione in iſto libro proponere, quæ moram legentibus injiciunt, Operæ pertium erit earum demonſtrationes, aut nuper adinventas, aut ab eodem viro alibi traditas hic loci apponere: Ut Tyronibus Opus iſtud Opticum, auro contra non carum, inoffenſo pede deinceps pertranſire liceat. Sed cum horulæ hujuſce ſpatio minime concludendæ ſint, eas termino poſt Natalitia proximo Reſervabimus.

Decemb. 10. 1705.

XXV.

Prop. (1.) SIT *ACB* ſuperficies ſphærica reflectens, cujus centrum eſt *E*. Biſecetur radius *EC* in puncto *T*. Et ſi in linea *EC* ad eandem puncti *T* partem ſignentur puncta *Q*, & *q*; ita ut *TQ*, *TE*, & *Tq* ſint lineæ continue proportionales Geometrice; & punctum *Q* ſit radiorum incidentium Focus, erit punctum *q* radiorum reflexorum Focus. Eſt enim ex hypotheſi *QT* : *TC* :: *TC* : *Tq*. Et Componendo *QT* + *TC* = *QC* : *QT* :: *CT* + *Tq* = *Cq* : *CT* = *ET*. Hoc eſt, *QC* : *QT* :: *Cq* : *ET*. Et alternando *QC* : *Cq* :: *QT* : *ET*. Sed per V. 19. Elem. *QT* : *ET* :: *QE* : *Eq*. Ergo ex æquo *QC* : *Cq* :: *QE* : *Eq*. Unde in triangulo cujus baſis eſt *Qq*, & vertex in ſuperficie ſphærica *ACB*, puncto *C* ſatis propinqua, ita ut laterum majus ſit ipſi *QC*, & minus ipſi *qC* quam proxime æquale, dividetur baſis *Qq* à puncto *E* ſphæræ centro, ita ut partes *QE* & *Eq*, ſint inter ſe in ratione laterum *QC* & *qC*. Et * proinde linea à Trianguli vertice per centrum *E* ducta verticalem trianguli angulum biſecabit; & æquales angulos utrinque præſtabit. Unde radii per *Q* tranſeuntes, eo quod angulus incidentiæ & reflectionis æquantur, reflectentur ad punctum *q*. & vice verſa. *Q.E.D.*

Pag. 7. Caſ. 2. Lib. 1.

* VI, 3. Elem.

Prop. (2.) Sit *ACB* ſuperficies refringens ſphæræ cujus centrum eſt *E*. In *EC* radio utrinque producto ſignentur puncta *T* & *t*; ita ut tam *ET*, quam *Ct*, (inter ſe nempe æquales,) ſit ad radium *EC*, ut ſinuum angulorum incidentiæ & refractionis minor, eſt ad iſtorum ſinuum differentiam. Dein ſignentur in eadem linea puncta *Q*, & *q*, ita ut *TQ*, ſit ad *ET*, vel *Ct*, ut eſt *Et*, ad *tq*. Sint autem ea punctorum loca ut linea *tq* ſit in plagam à pnncto *t* ei contrariam quam habet linea *TQ*

Pag. 8. Caſ. 3.

quoad

quoad punctum *T*. Si autem focus radiorum Incidentium ſit in puncto *Q*, Refractorum focus erit in *q*. Eſt enim ex hypotheſi, ut *TQ*, ad *TC*, ita *ET*, ad *tq*. Et componendo, *TQ*, eſt ad *TQ* + *TC*, = *QC*, ut eſt *ET*, = *Ct*, ad *Ct* + *tq*, = *Cq*. Et alternando, eſt *TQ*, ad *Ct*, ut *QC*, ad *Cq*. Et componendo & invertendo ut *TQ* + *Ct*, = *QE*, ad *TQ*, ita *QC* + *Cq*, = *Qq* ad *QC*. Sive *Qq*, ad *QC*, ut *QE*, ad *QT*. Unde per Cl. Hugenii demonſtrata Dioptricæ ſuæ, *pag.* 26, *&c.* conſtat propoſitum. *Q.E.D.*

PROP. (3.) Sit *ACBD* Lens refringens ſphærica utrinque convexa, aut concava, aut ſaltem plano-convexa, vel plano-concava, Cujus Axis (ſive linea utraſque ſuperficies normaliter ſecans, & per ſphæræ centrum tranſiens,) ſit *CD*. In axe ſint puncta *F* & *f* radiorum refractorum Foci, ut ſupra, inventi; ii nimirum qui radiis utrinque axi parallelis, ſi unica eſſet ſuperficies refringens, congruerent. Biſecetur linea *Ff* in puncto *E*. & centro *E*, radio *EF*, vel *Ef* deſcribatur circulus. Eſto jam punctum quodvis *Q*, radiorum incidentium focus. Ducatur *QE* circulum priorem interſecans in punctis *T* & *t*, & in eadem linea ſignetur punctum *q*; illud nimirum ut linea *tq*, ſit ad lineam *tE*, ut eadem *tE* vel ipſi æqualis *TE*, eſt ad *TQ*. Jaceat autem linea *tq* in plagam quoad punctum *t* ei contrariam quam habet *TQ* quoad punctum *T*. Erit tum punctum *q* radiorum refractorum focus; eorum nempe qui axi ſatis ſunt propinqui, quorum tantum in hiſce caſibus ratio haberi debet.

Pag. 8. *Caſ.* 4.

Eſt enim ex hypotheſi *TQ*, ad *TE*, ut *tE*, ad *tq*. Ergo componendo eſt *TQ*, ad *TE* + *TQ*, = *QE*, ut eſt *tE*, ad *tE* + *tq*, = *Eq*. Unde †*TQ*, eſt ad *QE*, ut eſt *TQ* + *tE*, = *QE*, ad *QE* + *Eq* = *Qq*. Unde liquet propoſitum. per demonſtrata Hugenii Dioptricæ ſuæ *p.* 67, *&c.*

† V, 12. *Elem.*

PROP. (4.) Miſtura radiorum Solis in Spectro *pt* refracto, eſt ad mi-

Lib. 1. *pag.* 46.

ſturam Radiorum Solis per foramen vacuum tranſeuntium, ut iſtius ſpectri Latitudo, eſt ad latitudinis ejuſdem & longitudinis differentiam, ſive ut *ag* ad *gm*. Eſto enim *ah*, ad *am*, ut *ag*, ad *AG*. Erit ergo ſpatium *ah* æquale omnibus minorum circulorum areis, in duplicata nimirum radiorum ratione utrinque. Et miſtura radiorum eſſet æqualis, ſi modo omnes minores circuli in eo ſpatio coaleſcerent. Sed cum per ſpatium *pt* diſpergantur, erit miſtura ut *gh* ad *gm*. Unde cum miſtura radiorum in ſpectro *PT*, ſit ad miſturam radiorum Solis foramen vacuum tranſeuntium, ut *AG*, ad *GM*, ſive ut *ag*, ad *gh*: & miſtura ſpectri *pt*, ſit ad miſturam ſpectri *PT*, ut *gh*, ad *gm*; erit ex æquo perturbate, miſtura ſpectri *pt*, ad miſturam radiis Solis ſine refractione traſeuntibus congruam, ut *ag*, ad *gm*. *Q.E.D.*

Prop. (5.) Si quod corpus data quacunque velocitate in ſpatium latitudinis contemnendæ, & parallelis planis utrinque terminatum, incidat, & inter tranſeundum verſus planum remotius perpendiculariter attrahatur vel impellatur; ita ut vis attrahens vel impellens ſit aut ubique eadem, aut ſaltem ad datas ab illo plano diſtantias eadem; velocitas perpendicularis corporis ſpatium illud prætergreſſi æquabitur ſummæ quadratorum velocitatis prioris, & velocitatis inter tranſeundum acquiſitæ radici quadraticæ. Sin retardetur corpus inter tranſeundum, vice ſummæ quadratorum accipienda eſt eorundem differentia, & valebit propoſitio. Sequitur ex *Newt. Princip. Mathemat. Prop.* 39. *Probl.* 27. *Coroll.* 2.

Lib. 1. *pag.* 57.

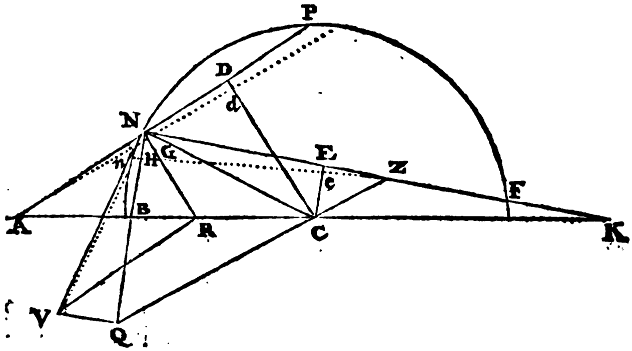
Prop. (6.) Si quæ corpora vel Lucis Radii ſpatium hujuſmodi parallelis planis terminatum pertranſeuntia, & vi ſimili ſed nunc majori nunc minori inter tranſeundum afficiantur, motus de novo acquiſitus erit ſemper in ſubduplicata virium generantium ratione: ita ut motuum quadrata virium rationes veras determinent. Eſto *AB* ſuperficies refringens, ſive exponat *AB* ſpatium contemnendæ craſſi-

Lib. 2. *p.* 71, 72.

craſſitudinis parallelis planis terminatum, cujus vi oritur radiorum refractio. Eſto etiam *IC* lucis radius obliquiſſime in planum refractivum incidens ad punctum *C*, ita ut anguli incidentiæ complementum *ACI* ſit indefinite parvum. Et eſt *CR* radius refractus. A puncto quovis dato *B* erigatur perpendicularis *BR*, radium refractum ſecans in puncto *R*. Et ſi *CR* radii refracti motum exponat, qui in duos motus *CB*, & *BR* reſolvatur, erit motus pars *CB* plano refringenti parallela, & *BR* eidem perpendicularis: & cum motus ſecundum planum *AB* à vi eidem perpendiculari nullatenus mutetur, dabitur *CB*; ob datam nempe radiorum velocitatem hic loci ſuppoſitam. Linea *BR* erit motus per refractionem dato tempore genitus. Et erit in ſubduplicata virium generantium ratione. Ob datam enim ſpatii refractivi latitudinem tempora tranſitus quibus vis refringens ageret, eſſent ut velocitates genitæ reciproce, ſive ut vires generantes reciproce; & ob velocitatem data vi in ratione temporum, eſſet linea *BR* ut vires generantes reciproce; & dato tempore ut vires generantes directe. Neutro ergo dato, erit linea *BR* in ſubduplicata ratione virium: tum enim temporibus & viribus ad æquilibrium reductis, neque vis tempori, neque tempus vi præponderabit: quæ nullibi alias ſibi invicem reſpondere potuiſſent. Sic ſane modo vires in ratione quadrupla ponantur, velocitas dupla in tempore dimidio generabitur: ſive linea *BR* erit ejuſdem lineæ dupla, & ita ubique. *Q.E.D.*

Prop. (7.) In Iridis ſolutione Arcus *QF*. & angulus *AXR* erunt maximi ubi *ND*, eſt ad *CN*, ut $\sqrt{II - RR}$ ad $\sqrt{3RR}$. Quo etiam in Caſu *NE*, erit ad *ND*, ut 2 *R*, ad *I*. Et Angulus *ATS* quem radii *AN* & *HS* conſtituunt erit minimus ubi *ND*, eſt ad *CN*, ut $\sqrt{II - RR}$, ad $\sqrt{8RR}$. Quo etiam in caſu *NE*, erit ad *ND*, ut 3 *R*, ad *I*. Quam Propoſitionem duplicem ſequenti rationum ſerie, cum Cl, Newtono in Lectionibus ſuis Opticis MSS. demonſtrabimus,

Problema. Si Radii ſive paralleli, ſive verſus commune aliquod punctum inclinati ſe ſphæræ objiciant refringendos, refractorum extra axem ſibi quam proximorum & in eodem plano cum incidentibus jacentium concurſum deſignare. Sit *AN* incidens radius, *NK* refractus ejus; & *NV* in plano trianguli *ANK* recta linea tangens ſphæram ad *N*. Ad *AN* duc *NR* perpendicularem, & occurrentem Axi *AC*, in *R*: nec non *RV* parallelam, & occurrentem tangenti *NV*, in *V*. Item ad *NK* duc *NQ* perpendicularem, & *VQ* parallelam, convenientes in *Q*. Et age *QC* occurrentem *NK* in *Z*. erit *Z* concurſus radiorum ipſi *AN* viciniſſimorum. Sit enim *An* alius ex incidentibus priori *AN* infinite vicinus, & occurrens *NR*



in *G*. Age *nZ*, occurrentem *NQ* in *H*: & ad *AN*, & *NK* e *C* centro ſphæræ demitte normales *CD*, & *CE*, occurrentes *An*, & *nZ* in *d*, & *e*. Jam cum *AN* ſupponatur infinite vicinus *An*, arcus infinite parvus *Nn* pro recta coincidente cum tangente *NV* haberi poteſt; ac triangula *NGn*, *NRV*; ut & *NHn*, *NQV* pro ſimilibus. Quare eſt *DC* : *Dd* :: (*NR* : *NG* :: *NV* : *Nn* :: *NQ* : *NH*) : *EC* : *Ee*. Et converſe *DC* : (*DC* − *Dd*) *dC* :: *EC* : (*EC* − *Ee*) *eC*; & viciſſim *DC* : *EC* :: *dC* : *eC*. Eſt autem

DC

DC ad *EC* ut ſinus incidentiæ, ad ſinum refractionis, propterea quod *NK* ſit refractus ipſius *AN*: adeoque etiam *d C* ad *e C* eſt ut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis; & proinde cum anguli *DAd*, & *EZe* ſint infinite parvi, atque adeo *Cd*, ad *An*; & *Ce*, ad *nZ* perpendiculares, vel ſaltem perpendiculis æquipollentes, erit *nZ* refractus ipſius *An*. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Eſt *ND* : *NE* (ſive *NP* : *NF*) :: *NR* : *NQ*. Nam acta *NC*. propter triangulum *NDC* ſimile triangulo *NRV*; & triangulum *NEC* ſimile triangulo *NQV*; eſt *ND* : *NR* (:: *NC* : *NV*) :: *NE* : *NQ*. & alterne, *ND* : *NE* :: *NR* : *NQ*.

Hinc promptior emergit Problematis reſolutio. Nempe ad Radios *AN*. *NK* erige normales *NR*. *NQ*. quorum *NR* axi *AC* occurrat; & *NQ*. ſit ad *NR*, ut *NF*, ad *NP*. Dein age *QC* quæ cum *NK* in quæſito *Z* conveniet.

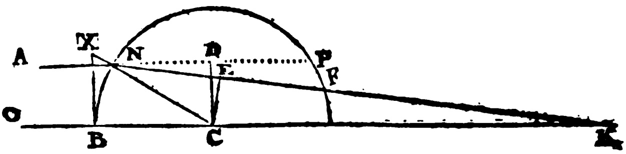
Coroll. (2.) Eſt etiam $AN \times DC \times NE : AD \times EC \times ND :: NZ : EZ$. Nam eſt $AD : AN :: DC : NR$. & inde $NR = \frac{AN \times DC}{AD}$. Item $ND : NE :: NR : NQ$. & inde $NQ = \frac{AN \times DC \times NE}{AD \times ND}$. Adeoque $AN \times DC \times NE : AD \times ND \times EC$ (:: $NQ : EC$) :: $NZ : EZ$.

Coroll. (3.) Si punctum radians *A* infinite diſtet, ſive parallelos radios ejaculetur, poſito *I* : *R* :: ſinus incidentiæ : ſinum refractionis: Erit $I \times NF : R \times NP :: NZ : EZ$. In hoc enim caſu *AN*, & *AD*, cum ſint infinite longæ, pro æqualibus haberi debent; atque adeo per Corollarium 2, hujus erit $DC \times NE : EC \times ND :: NZ : EZ$. Sed, ex hypotheſi, eſt $DC : EC :: I : R$, & proinde $I \times NE : R \times ND$ (:: $NZ : EZ$) :: $NP : NF$.

Notetur autem, Quod mutatis mutandis reſolutio Problematis cuicunque caſui facile accommodatur; ſive radii

radii incidentes divergant à puncto aliquo, vel ad idem convergant, vel incidant paralleli.

Problema alterum. E Parallelis radiis ad circulum refractis radium illum determinare, cujus pars circulo incluſa datam habeat rationem ad partem refracti ejus eidem circulo incluſam. Sit AN radius incidens: NK refractus: NP, & NF partes eorum circulo incluſæ: CD, & CE perpendicula ad iſtas partes è centro circuli demiſſa: & BC ſemidiameter acta parallela AN. Sitque



$CD : CE :: I : R$. & $NP : NF :: p : q$. His poſitis, ut innoteſcat punctum N, quod radios AN, & NK determinat, erige ad BC, normalem BX, cujus quadratum, ſit ad BC quadratum, ut $\frac{qq-pp}{pp}$, ad $\frac{II-RR}{II}$. & acta Cx ſecabit circulum in deſiderato N. Eſt enim ex hypotheſi, $p : q$ ($:: NP : NF ::$) $ND : NE$. Et $I : R :: CD : CE$. quare $\frac{q}{p} ND = NE$. & $\frac{R}{I} CD = CE$. Porro, cum ſit $NDq + CDq$ ($= NCq$) $= NEq + CEq$: aufer hinc inde $NDq + CEq$, & reſtabit $CDq - CEq = NEq - NDq$: Hoc eſt, ſubſtituendo valores CE & NE modo inventos, $CDq - \frac{RR}{II} CDq := \frac{qq}{pp}$ $NDq - NDq$: & facta reductione $\frac{II-RR}{II} CDq = \frac{qq-pp}{pp} NDq$. Quo in proportionalitatem reſoluto,

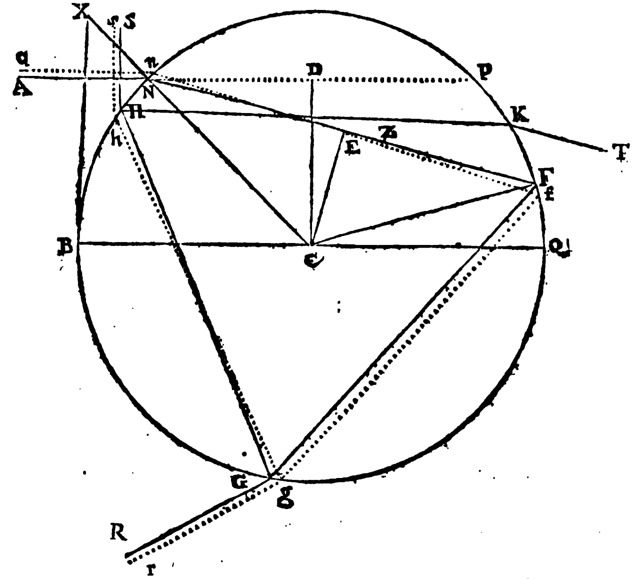
fiet

fiet $\frac{qq-pp}{pp} : \frac{II-RR}{II}$ (:: $CDq : NDq$) :: $BXq : BCq$. *Q.E.D.*

April 8. 1706.

XXVI.

Prob. (3.) SOLE ſphæram pellucidam illuſtrante radiorum ejus poſt unam reflexionem emergentium maximam ad axem inclinationem determinare. Sit *BNK* ſphæra propoſita: *BQ* diameter, ſive axis incidentibus radiis parallelus: *AN* aliquis ex



incidentibus: *NF* refractus ejus: *FG* reflexus: & *GR* denuo refractus: & quærendus erit maximus angulorum quos *RG* cum Axe *BQ* poteſt conficere.

In

In quem finem advertendum eſt quod eo ſolo in caſu ubi *RG* maxime inclinatur ad *BQ*, radii ipſi *AN* viciniſſimi poſſunt emergere paralleli ad *RG*. Nam in aliis caſibus ex emergentibus radiis ſibi viciniſſimis alii magis, alii minus continuo inclinantur ad *BQ*; adeoque aliquantulum inclinantur ad ſe invicem.

Advertendum eſt præterea quod radii emergent paralleli qui conveniunt ad punctum reflexionis. Duc enim radium *an*, ipſi *AN* parallelum, & quam proximum. ſitque ejus refractus *nf*: reflexus *fg*: ac iterum refractus *gr*. Et punctis *F* & *f* coincidentibus, cum Anguli *NFn*, & *GFg* ſint æquales; & refractiones ad *Nn*, & *Gg* ſimiles, emergentes Radii *GR*, & *gr* æque paralleli erunt ac incidentes *NN*, & *an*.

Quærendus eſt itaque radius *AN*, cujus refractus cum refracto viciniſſimi radii *an* concurrit ad *F*. Et quidem per Corollarium 3. Problematis primi (demiſſis à centro ſphæræ ad radios normalibus *CD*, & *CE*: poſitoque $I : R :: CD : CE$.) Si radii iſti ad quodvis punctum *Z* concurrant, erit $I \times NF : R \times NP$ ($:: NZ : EZ$) $:: NF : EF$ puncto nempe *Z* ad ipſum *F* juxta hypotheſin cadente, $:: 2 : 1$. Quare $I \times NF = 2R \times NP$. & $I : 2R :: NP : NF$. Datur itaque ratio *NP*, ad *NF*: & inde per Problema 2. dabitur punctum *N*. Scilicet ad verticem circuli ducatur tangens *Bx*, cujus quadratum, ſit ad quadratum ſemidiametri *BC*, ut $4RR - II$, ad $II - RR$. & agatur *CX*. Hæc enim circulo occurret in *N*. & ex invento *N* cætera nullo negotio determinantur.

Corollarium (1.) Hinc ſit $3RR : II - RR :: CNq : NDq$. Cum enim ſit $4RR - II : II - RR :: BXq : BCq$. componendo erit $3RR : II - RR$ ($:: CXq : BCq$) $: CNq : NDq$.

Coroll. (2.) Eſt & $I : 2R :: ND : NE$. Nam ſupra fuit $I : 2R :: NP : NF$. Et ex his expeditior evadit Problematis reſolutio,

Scho-

Scholium. Una cum maxima inclinatione radii *RG*, datur maximus arcuum *FQ* ad refractos *NF* terminatorum. Nam angulus *FCQ*, quem *FQ* ſubtendit, eſt æqualis angulo quem *CF* & *AN* comprehendunt: hoc eſt, æqualis dimidio anguli quem *RG*, & *AN*, vel *BQ* comprehendunt: & proinde arcuum *FQ* æque ac angulorum ab *RG* & *BQ* comprehenſorum maximus eſt, qui radio *AN* in punctum jam inventum incidente definitur.

Prob. (4.) Sole ſphæram pellucidam illuſtrante radiorum ejus poſt duas reflexiones emergentium minimam ad axem inclinationem determinare.

Sint *AN* & *an* Radii duo incidentes ſibi quam proximi, qui poſt duas reflexiones in *Ff*, & *Gg* emergant ſecundum *HS* & *hs*. Et manifeſtum eſt quod in eo ſolo caſu ubi acutus angulus, quem *BQ* & *SH* comprehendunt, minimus eſt, radii illi *HS* & *hs* poſſunt eſſe paralleli; uti ſupra de radiis *GR* & *gr* dictum fuit. Et ubi hoc accidit, radius etiam *FG* ad *fg* parallelus erit. Unde arcus *Ff* duplicatus ($=$ arcui $Ff + Gg =$ arcui $FG - fg =$ arcui $NF - nf.$) $=$ arcui $Nn - Ff$, adeoque arcus *Ff* triplicatus $=$ arcui *Nn*. Et cum *NF* dividatur in *Z* in ratione iſtorum arcuum, ut patet, erit $NZ = 3\ ZF$, ſeu $3\ EZ$. Cum itaque per Corollarium 3. Problematis primi ſit $I \times NF : R \times NP :: NZ : EZ$. ſive $:: 3 : 1$. erit $I \times NF = 3\ R \times NP$. ſive $I : 3\ R :: NP : NF$. datur itaque ratio *NP*, ad *NF*: & inde per Problema 2. dabitur punctum *N*, ducendo nempe *BX* quæ circulum tangat in vertice *B*; & cujus quadratum, ſit ad *BC* quadratum, ut $9\ RR - II$, ad $II - RR$: & agendo *CX* quæ occurret peripheriæ in *N*. Invento autem *N*, cætera facile determinantur.

Corollarium (1.) Hinc eſt $8\ RR : II - RR :: CNq : NDq$. Nam $9\ RR - II : II - RR :: BXq : BCq$. & componendo $8\ RR : II - RR$ ($:: CXq : BCq$) $:: CNq : NDq$.

Coroll.

Coroll. (2.) Eſt etiam $I : 3R :: ND : NE$. utpote cum ſupra fuerit $I : 3R :: NP : NF$.

Scholium. Ad eundem modum maxima radii KT poſt tres reflexiones emergentis inclinatio ad axem, juxta ac maximus arcuum QG inveſtigabitur. Scilicet in in eo caſu FG, & fg convenient ad G. eritque arcus Ff (= arcui $Fg - fg$. = arcui $NF - nf$.) = $Nn - Ff$. & inde arcus Ff duplicatus = arcui Nn. & $NZ = 2ZF$. adeoque $4 : 1 :: NZ : EZ ::$ (per Corollarium 3. Problematis primi) $I \times NF : R \times NP ::$ ſive $I : 4R :: NP : NF$. Et proinde per Problema ſecundum $16RR - II : II - RR :: BXq : BCq$. Unde conſectatur eſſe $15RR : II - RR :: CNq : NDq$. Et $I : 4R :: ND : NE$.

Atque ita ſi radii poſt quatuor reflexiones emergentis inclinatio minima deſideretur, determinabis faciendo ut ſit $25RR - II : II - RR :: BXq : BCq$. Vel $24RR : II - RR :: CNq : NDq$. Et $I : 5R :: ND : NE$. Et ſic præterea in infinitum.

Scholium. Ex hac Cl. Newtoni limitum in Iride determinatione liceat mihi phænomenon quoddam, ſive potius phænomeni abſentiam, mihimet quondam ſatis difficilem & pene inſolubilem viſum, hic loci ſolvere. Quare nempe non appareat Iris circa ſolem ad diſtantiam graduum quaſi 26; ubi nempe radii per refractionem duplicem ſine ulla reflexione ad oculos pertingunt? Eſt enim ex calculo eo loci radiorum conſtipatio viſui afficiendo neceſſaria & ſufficiens. Quin & dubium adauget, quod videtur vero ſimile prima fronte Iridem hanc omnium maxime inſignem, & coloribus maxime intenſis ornatam, utpote duplici refractione, ſine ulla reflexorum radiorum jactura & imminutione oriundam, viſum iri. Sicut enim Iris primaria ſecundariâ eſt longe inſignior, eo quod ex duplici refractione & unica reflexione oriatur; dum ſecundaria ex duplici refractione, & duplici etiam reflexione pendeat; Sic ſane erat expectandum, ut Iris alia, hiſce duabus prior & præſtan-

tior,

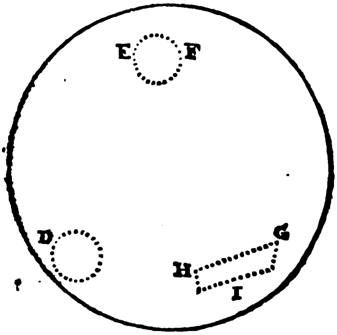
tior, colorum ſplendore tantum primariam noſtram exuperans quantum primaria illa ſecundariam excedere deprehendatur, expectandum erat, inquam, ut hujuſmodi Iris ad gradus quaſi 26. Solem undique cingeret, inſtar coronæ nobiliſſimæ, ubicunque aer tales guttulas ſphæricas haberet, quæ Iridi ſive primariæ ſive ſecundariæ generandæ ſatis eſſent. Et miror ſane, neminem Philoſophorum Iridis naturam explicantium de ſolvendo hoc Phænomeno ſatis obvio ſollicitum fuiſſe. Solutionem itaque hanc Noſtram accipitote. Ideo nos radios circa limites *F* & *G* affatim conſtipatos præ reliquis videmus & colores dignoſcimus, quod eorum plures ut *AN*, *an* parallelos ſphæram pluviam ingreſſis etiam parallelos regrediuntur; ut *RG*, *rg*: *SH*, *sh*: & ita oculum ſimul ingrediuntur: cum è contra niſi parallelos egrederentur, angulum aliqualem conſtituerent, & oculum ſimul ingredi non poſſent, utcunque ad punctum *F* vel *G* ſatis eſſent conferti & conſtipati. Unde cum radii circa punctum *F* egredientes non parallelos egrediantur, ſed angulum aliquem conſtituant, liquet eos oculum ſimul ingredi non poſſe, atque proinde Iridem exhibere non poſſe. *Q. E. S.*

LVI. Fluidi Mathematici homogenii, [hoc eſt, corporis cujus partes cedunt vi cuicunque illatæ, & cedendo facile moventur inter ſe,] quod in vaſe quocunque immoto clauditur, & undique comprimitur, partes omnes (ſepoſita condenſationis, gravitatis, & virium omnium centripetarum conſideratione;) æqualiter premuntur undique; & abſque omni motu à preſſione illa orto permanent in locis ſuis.

CAS. (I.) In vaſe ſphærico claudatur & uniformiter comprimatur fluidum undique. Ejuſdem pars nulla ex illa preſſione movebitur, vel è loco ſuo deturbabitur. Nam ſi pars aliqua *D* moveatur, neceſſe eſt ut omnes ejuſmodi partes ad eandem à centro diſtantiam undique conſiſtentes ſimili motu ſimul moveantur: atque hoc adeo quia ſimilis & æqualis eſt omnium preſſio,

&

& motus omnis excluſus ſupponitur niſi qui à preſſione illa oriatur. Atqui non poſſunt omnes ad centrum propius accedere, niſi fluidum ad centrum condenſetur, contra hypotheſin. Non poſſunt longius ab eo recedere, niſi fluidum ad circumferentiam condenſetur, etiam contra hypotheſin. Non poſſunt ſervata ſua à centro diſtantia moveri in plagam contrariam. In plagas autem contrarias non poteſt pars eadem eodem tempore moveri. Ergo fluidi pars nulla hoc in caſu de loco ſuo movebitur. *Q. E. D.*



CAS. (2.) Fluidi hujus partes omnes ſphæricæ æqualiter premuntur undique. Sit enim *E F* pars ſphærica fluidi: & ſi hæc undique non prematur æqualiter, augeatur preſſio minor, uſque dum ipſa undique prematur æqualiter; & partes ejus per caſum primum [ad hujuſmodi ſphæram, æquali undique preſſione affectam, æque ac in vaſe rigido contentam pertinentem,] permanebunt in locis ſuis. Sed ante auctam preſſionem permanebant in locis ſuis per caſum eundem primum. [de fluido iſto enim hic agitur, cujus partes abſque omni motu permanere in locis ſuis ibi demonſtravimus.] & additione preſſionis novæ movebuntur de locis ſuis per definitionem fluidi. Quæ duo repugnant. Ergo falſo dicebatur quod ſphæra *E F* non undique premebatur æqualiter. *Q. E. D.*

CAS. (3.) Præterea, Diverſarum partium ſphæricarum preſſio erit æqualis. Nam partes ſphæricæ ſe mutuo premunt æqualiter in puncto contactus, propter motus reactionem actioni ſemper æqualem & contrariam. Sed & per caſum ſecundum partes ſphæricæ

quas

quæcunque eadem vi undique premuntur. Partes igitur duæ quævis ſphæricæ non contiguæ eadem vi premuntur, quia pars ſphærica intermedia tangere poteſt utramque. *Q.E.D.*

Cas. (4.) Omnes fluidi hujuſce partes undique premuntur æqualiter. Nam partes duæ quævis tangi poſſunt à partibus ſphæricis in punctis quibuſcunque: & ibi partes illas ſphæricas æqualiter premunt, per caſum tertium: & propter reactionem actioni ubique æqualem viciſſim ab illis æqualiter premuntur. *Q.E.D.*

Cas. (5.) Cum igitur fluidi hujuſce pars quælibet *GHI* in fluido reliquo tanquam in vaſe claudatur, & undique prematur æqualiter; partes autem ejus ſe mutuo æqualiter premant & quieſcant inter ſe manifeſtum eſt quod fluidi cujuſcunque *GHI* quod undique premitur æqualiter partes omnes ſe mutuo premunt æqualiter, & quieſcunt inter ſe. *Q.E.D.*

Cas. (6.) Igitur ſi fluidum illud in vaſe non rigido claudatur, & undique non prematur æqualiter, cedet idem preſſioni fortiori; per definitionem fluiditatis.

Cas. (7.) Ideoque in vaſe rigido fluidum non ſuſtinebit preſſionem fortiorem ex uno latere quam ex alio: ſed eidem cedet: idque in momento temporis, quia latus vaſis rigidum non perſequitur liquorem cedentem. Cedendo autem urgebit latus oppoſitum; & ſic preſſio undique ad æqualitatem verget. Et quoniam fluidum quam primum à parte magis preſſa recedere conatur, inhibetur per reſiſtentiam vaſis ad latus oppoſitum, reducetur preſſio undique ad æqualitatem in momento temporis, abſque motu locali; & ſubinde partes fluidi per caſum quintum ſe mutuo prement æqualiter, & quieſcent inter ſe. *Q.E.D.*

Corollarium. Hinc motus partium fluidi hujuſmodi inter ſe per preſſionem fluido ubivis in externa ſuperficie illatam mutari non poſſunt, niſi quatenus aut figura ſuperficiei alicubi mutatur, aut omnes fluidi partes intenſius vel remiſſius ſeſe premendo difficilius vel facilius labuntur inter ſe.

Coroll. (2.) Cum autem fluidi hujuſmodi Mathematici definitio & affectiones cum natura & phænomenis fluidorum naturalium maxime congruere videantur, æquum eſt ut caſuum horum demonſtrationes fluidis noſtris naturalibus, aquæ præſertim, & conſimilibus applicentur. Unde liquebit partium fluidi internarum quietem inter ſe, fluiditatis naturæ nullo modo repugnare: & motum omnem partium fluidorum inter ſe calori, fermentationi, vel cauſis aliis extrinſecis acceptum potius eſſe referendum, quam ipſi fluiditatis naturæ. Si enim partes fluidi ſint vel ſphæricæ, vel ſphæroides, & perfecte politæ; ita ut nunquam inter ſe connecti poſſint, ſed potius ſe invicem in punctis phyſicis ſolummodo tangant, congeries hujuſmodi particularum corpora component qualia nos *Fluida* dicimus; & qualium nos genera plura in rerum natura obſervamus; etiamſi particulæ ipſæ quieſcant. Fluidum ergo ex partibus admodum *mobilibus*, non autem revera neceſſario *motis* conſtare videtur.

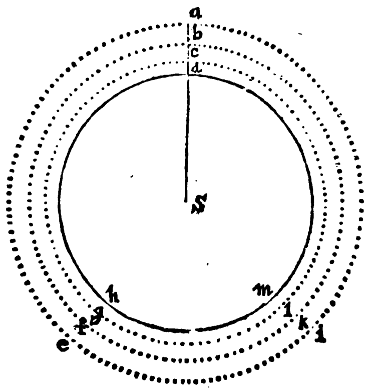
Junii 2°. 1706.

XXVII.

LVII. SI fluidi ſphærici, & æqualibus à centro diſtantiis homogenei, fundo ſphærico concentrico incumbentis partes ſingulæ verſus centrum totius gravitent, ſuſtinet fundum pondus Cylindri cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei fundi, & altitudo eadem quæ fluidi incumbentis.

Sit *dhm* ſuperficies fundi, & *aei* ſuperficies ſuperior fluidi. Superficiebus ſphæricis innumeris *bfk*, *cgl* diſtinguantur fluidum in Orbes concentricos, æqualiter craſſos, & concipe vim gravitatis agere ſolummodo in ſuperficiem ſuperiorem Orbis cujuſque, & *æquales* eſſe actiones in *æquales partes* ſuperficierum omnium. Premitur ergo ſuperficies ſuprema *aei* vi ſimplici

plici gravitatis propriæ, qua & omnes Orbis ſupremi partes, & ſuperficies ſecunda *bfk*, (per Prop. 56.) premuntur. Premitur præterea ſuperficies ſecunda *bfk* vi propriæ gravitatis, quæ vi priori addita facit preſſionem duplam. Hac preſſione & inſuper vi propriæ gravitatis, id eſt, preſſione tripla urgetur ſuperficies tertia, *cgl* Et ſimiliter preſſione quadrupla urgetur ſuperficies quarta; quintupla quinta; & ſic deinceps.



Preſſio igitur qua ſuperficies unaquæque urgetur non eſt ut quantitas ſolida fluidi incumbentis, ſed ut numerus orbium ad uſque ſummitatem fluidi; & æquatur gravitati Orbis infimi multiplicatæ per numerum orbium, hoc eſt, gravitati ſolidi cujus ultima ratio ad Cylindrum præfinitum, (ſi modo Orbium augeatur numerus, & minuatur craſſitudo in infinitum; ſic ut actio gravitatis à ſuperficie infima ad ſupremam continua reddatur, ;) fiet ratio æqualitatis. Suſtinet ergo ſuperficies infima pondus Cylindri cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei fundi, & altitudo eadem quæ fluidi incumbentis. *Q. E. D.*

Et ſimili argumentatione patet Propoſitio, ubi gravitas decreſcit in ratione quavis aſſignata diſtantiæ à centro; ut & ubi fluidum ſurſum rarius eſt, deorſum denſius. *Q. E. D.*

Coroll. (1.) Fundum igitur non urgetur à toto fluidi incumbentis pondere; ſed eam ſolummodo ponderis partem ſuſtinet quæ in hac Propoſitione deſcribitur: pondere reliquo à fluidi figura fornicata ſuſtentato.

R 2 *Coroll.*

Coroll. (2.) Si ſphæra integra ad centrum uſque ex hujuſmodi fluido conſtet, centrum nullum pondus ſuſtinebit; pondere univerſo à fluidi figura fornicata, vel potius in hoc caſu figura ſphærica, ſuſtentato.

Coroll. (3.) In æqualibus autem à centro diſtantiis eadem ſemper eſt preſſionis quantitas, ſive ſuperficies preſſa ſit horizonti parallela, vel perpendicularis, vel obliqua: ſive fluidum à ſuperficie preſſa ſurſum continuatum ſurgat perpendiculariter ſecundum lineam rectam, vel ſerpat oblique per tortas cavitates & canales, eaſque regulares vel maxime irregulares, amplas vel anguſtiſſimas. Hiſce circumſtantiis preſſionem nil mutari colligitur applicando demonſtrationem hujus propoſitionis ad caſus ſingulos fluidorum.

Coroll. (4.) Eadem demonſtratione colligitur etiam, (per Propoſitionem priorem 56,) Quod fluidi gravis partes nullum ex preſſione ponderis incumbentis acquirunt motum inter ſe; ſi modo excludatur motus qui ex condenſatione oriatur.

Coroll. (5.) Et propterea ſi aliud ejuſdem gravitatis ſpecificæ corpus, quod nequit condenſari, ſubmergatur in hoc fluido, id ex preſſione ponderis incumbentis nullum acquiret motum; non deſcendet, non aſcendet, non cogetur figuram ſuam mutare. Si ſphæricum eſt, manebit ſphæricum, non obſtante preſſione. Si quadratum eſt, manebit quadratum; idque ſive molle ſit, ſive fluidiſſimum; ſive fluido libere innatet, ſive fundo incumbat. Habet enim fluidi pars quælibet interna rationem corporis ſubmerſi: & par eſt ratio omnium ejuſdem magnitudinis, figuræ, & gravitatis ſpecificæ ſubmerſorum corporum. Si corpus ſubmerſum, ſervato pondere, liqueſceret, & indueret formam fluidi, hoc, ſi prius aſcenderet, vel deſcenderet, vel ex preſſione figuram novam induceret, etiam nunc aſcenderet vel deſcenderet, vel figuram novam induere cogeretur: id adeo quia gravitas ejus, cæteræque motuum cauſæ permanent. Atqui per caſum 5. Prop. prioris, jam quieſceret, & figuram retineret: Ergo & prius.

Coroll. (6.) Proinde Corpus quod ſpecifice gravius eſt quam fluidum ſibi contiguum ſubſidebit; & quod ſpecifice levius eſt aſcendet, motumqne & figuræ mutationem conſequetur, quantum exceſſus ille vel defectus gravitatis efficere poſſit. Nam exceſſus ille vel defectus rationem habet impulſus, quo corpus, alias in æquilibrio cum fluidi partibus conſtitutum, urgetur; & comparari poteſt cum exceſſu vel defectu ponderis in lance alterutra libræ.

Coroll. (7.) Corporum igitur in fluidis conſtitutorum duplex eſt gravitas: altera vera & *abſoluta*; altera apparens, vulgaris, & *comparativa*. Gravitas *abſoluta* eſt vis tota qua corpus deorſum tendit, ſive qua corpus in loco vacuo deſcenderet. Gravitas relativa & vulgaris eſt exceſſus gravitatis qua corpus magis tendit deorſum quam fluidum ambiens. Prioris generis gravitate partes fluidorum & corporum omnium gravitant in locis ſuis, ideoque conjunctis ponderibus componunt pondus totius. Nam totum omne grave eſt, ut in vaſis liquorum plenis experiri licet: & pondus totius æquale eſt ponderibus omnium partium, ideoque ex iiſdem componitur; aliunde enim derivari non poteſt. Alterius generis gravitate, quæ nempe apparens, vulgaris & *comparativa* appellari poteſt, corpora non gravitant in propriis locis, ſeu in fluidis ſuis reſpective immerſa; id eſt, inter ſe collata non *prægravant*, ſed mutuos ad deſcendendum conatus impedientia permanent in locis ſuis, perinde ac ſi gravia non eſſent: uti corpora quævis gravia intra ſphæram concavam poſita ex æqualitate gravitationis undique verſum nullo modo gravitare videntur, uti olim obſervatum. Sic ſane quæ in aere ſunt, & non prægravant, ſive non omnino in aere deſcendunt, uti nubes & vapores, vulgus ſubinde gravia non judicat. Quæ prægravant, ſive in aere deſcendunt, uti grando, & guttæ pluviæ, ea vulgus gravia judicat; quatenus ab aeris pondere non ſuſtinentur. Pondera vulgi nihil aliud ſunt quam exceſſus verorum ponderum ſu-

pra pondus aeris. Unde & vulgo dicuntur levia quæ ſunt minus gravia, aerique prægravanti cedendo ſuperiora petunt. Comparative levia ſunt, non abſolute & vere; quia deſcendunt in vacuo. Sic & in aqua corpora quæ ob majorem vel minorem gravitatem deſcendunt vel aſcendunt ſunt comparative & apparenter gravia vel levia, & eorum gravitas vel levitas comparativa & apparens eſt exceſſus vel defectus quo vera eorum gravitas vel ſuperat gravitatem aquæ, vel ab ea ſuperatur. Quæ vero nec prægravando deſcendunt, nec prægravanti cedendo aſcendunt; etiamſi veris ſuis ponderibus adaugeant pondus totius; comparative tamen & in ſenſu vulgi, [imo & in ſenſu Philoſophorum plerorumque ante ſeculum hodiernum] non gravitant in aqua. Nam ſimilis eſt horum caſuum demonſtratio.

Coroll. (8.) Quæ de gravitate, ſive vi illa centripeta qua gravia terreſtria centrum terræ petunt, in ratione aut abſoluta, aut diſtantiarum reciproca duplicata; obtinere debent in aliis quibuſunque viribus centripetis, & abſolutis, & ſecundum legem quamcunque diſtantiæ auctæ aut diminutæ auctis aut diminutis; ſi modo hujuſmodi leges alicubi reperiantur.

Coroll. (9.) Proinde, ſi medium in quo corpus aliquod movetur urgeatur vel à gravitate propria, vel ab alia quacunque vi centripeta, & corpus ab eadem vi urgeatur fortius, differentia virium eſt vis illa motrix quam in præcedentibus ut vim centripetam conſideravimus. Sin corpus à vi illa urgeatur levius, differentia virium pro vi centrifuga haberi debet.

Coroll. (10.) Cum autem fluida premendo corpora incluſa non mutent eorum figuras externas, patet inſuper per Propoſitionis prioris Corollaria quod non mutabunt ſitum partium internarum inter ſe. Proindeque ſi animalia immergantur, & ſenſatio omnis à motu partium oriatur; nec lædent corpora immerſa, nec ſenſationem ullam excitabunt, niſi quatenus hæc corpora à compreſſione omnifariam undique condenſari poſſunt. Et par

eſt

eſt ratio cujuſcunque corporum ſyſtematis, fluido comprimente circumdati. Syſtematis partes omnes iiſdem agitabuntur motibus, ac ſi in vacuo conſtituerentur; & ſolam retinerent gravitatem ſuam comparativam: niſi quatenus fluidum vel motibus earum reſiſtat, vel ad eaſdem compreſſione conglutinandas requiratur.

LVIII. Fluida non deſcendentia ſe invicem, & tam immerſa corpora, quam continentia, data baſi pro ratione altitudinis perpendicularis, non autem pro ratione quantitatis materiæ premunt. Hoc eſt, preſſio cylindri aquæ v. g. altitudinis quadrupedalis, ubi circuli cylindricæ columnæ area eſt unius tantum pollicis quadrati, æqualis eſt preſſioni cylindri cujuſvis aquæ altitudinis quadrupedalis ubi circuli cylindricæ columnæ area eſt centum vel mille pollicum quadratorum, & ſic ubique: nimirum ſi baſis aquea cum aqua in tubo contenta communicans, ſit utroque in caſu æqualis.

Hæc eſt notiſſima hydroſtaticæ ſcientiæ regula, per experimenta ſæpius reperta; vixdum autem, uti opinor, phyſice aut mathematice demonſtrata; quam hoc modo demonſtrare conabor. Notum eſt ex primis motuum phyſicorum elementis quantitatem virium motricium, ſive effectuum iiſdem reſpondentium ex materiæ motæ quantitate in velocitatem ducta prorſus oriri: & proinde eandem fore preſſionem ex qualibet materiæ prementis quantitate modo ejuſdem velocitas ſit ſemper & ubique materiæ quantitati reciproce proportionalis. Notum eſt etiam ſtateræ, vectis, libræ, & hujuſmodi inſtrumentorum mechanicorum vires ex hujuſmodi materiæ & velocitatis combinatione reciproca derivari; & datum pondus à vi ſeu preſſione data quantulacunque moveri poſſe, ſi modo machina eo modo ponderi ſimul & preſſioni admoveatur, ut diſtantiæ ab hypomochlio, & proinde velocitates ponderis & preſſionis ſint ex neceſſitate motuum ſibi invicem reciproce proportionales. Sic ſane unicum pondo ad diſtantiam quatuor pedum ab hypomochlio tantundem valet ac quatuor pondo ad di-

 ſtantiam

ſtantiam unius pedis; eo quod ex neceſſitate motuum per vectem vel ſtateram conjunctorum fieri non poteſt quin pondus unicum cum velocitate, velocitatis alterius ponderis quadrupla moveatur: atque adeo æqualem uim & pares effectus ut *inter movendum* habeat eſt neceſſum. *Inter movendum*, inquam, minus æquiponderat ſive æquivalet majori: nec ſane aliter: uti perperam plerique exiſtimare videntur. *Si quando* enim quieſcit machina, palam eſt gravitatem, ſive preſſionem, ſive vim majoris eſſe revera gravitatis, preſſionis, & vis minoris omnino quadruplam; nec ullum in eo caſu æquipondium expectandum. [*Si quando* inquam quieſcat machina. Nam ſi phyſice, aut ſaltem mathematice loquamur, nullum corpus omnino quieſcit, ſed ubi motuum celeritas tantilla eſt, ut à ſenſibus noſtris percipi nequeat, corpora quieſcere dicimus.] Itaque ubi area ſectionis cylindricæ aquæ eſt unius tantum pedis quadrati, deſcendit illa centuplo vel millecuplo velocius, quam ubi area iſta centuplo vel millecuplo major ſupponitur: atque id adeo quod aqua in vaſe contenta & ipſum quoque vas continens in aliquali motu ſemper ſunt poſita, neque unquam abſque omni motu quieſcere queunt. Alias, ut omnino exiſtimo, quieſcens aquæ columna centuplo vel millecuplo major, abſoluta ſua gravitate centuplo vel millecuplo majore prædita, aquam & vas quieſcentia pondere centuplo vel millecuplo premerent. Caſus enim hicce eſt ejuſdem penitus naturæ cum eo ſyphonis inverſi crurum admodum inæqualium; ubi ideo tantum fit æquilibrium, quod velocitates aſcenſus & deſcenſus aquæ in utroque canali ex natura ſyphonis ſint neceſſario quantitati aquæ reciproce proportionales.

Coroll. (1.) Premunt ergo fluida non pro quantitatis materiæ prementis, ſed altitudinum perpendicularium ratione.

Coroll. (2.) Proinde Orbis Ligneus ad fundum fere ſitulæ aqua plenæ demerſus ad ſummum emerget, non ob-

obſtante quod multo plus aquæ ſupra eundem quam infra reperiatur. Concavus enim ille aquæ cylindrulus cum aqua inferiore ad margines undique communicans eandem æque premit, & lignum æque ſuſtollit, ac ſi omnis ſitulæ aqua eundem premere & ſuſtollere potuiſſet.

Coroll. (3.) Nulla itaque modo opus eſt Principio Cl. Mori Hylarchico ad hoc effectum ſolvendum. Ex Mechanica enim motus lege jamjam demonſtrata aſcenſus orbis lignei neceſſario ſequitur.

Coroll. (4.) Sic ſe habent Fluida *non deſcendentia*; uti in Propoſitione aſſerui. Sin vas, cum fluido, & tubo, ex vi gravitatis omnium communi deſcendat, perit, opinor, preſſionis communicatio, & ceſſat effectus: ita tamen ut etiamnum ſecundum altitudinem æque ac in priori caſu preſſio effectum ſuum ſortiatur: ſive eodem modo premit, ubi maxima eſt aquæ columna, ac ubi minima; ejuſdem nimirum altitudinis; ita ut jam tandem in univerſum aſſerere liceat, Fluida ſecundum altitudines perpendiculares non ſecundum materiæ quantitatem omnino premere.

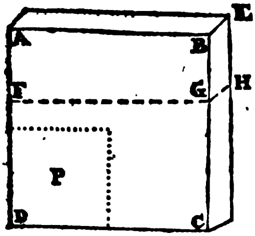
Novemb. 11°. 1706.

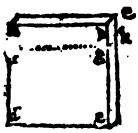
XXVIII.

LIX. SI fluidi ex particulis ſe mutuo fugientibus compoſiti denſitas ſit ut compreſſio, ita ut ubi vires comprimentes duplæ, quadruplæ, vel octuplæ ſunt, denſitates inde oriundæ ſint etiam duplæ, quadruplæ vel octuplæ, & ita in univerſum, Vires centrifugæ particularum ſunt reciproce proportionales diſtantiis centrorum. Et vice verſa, Particulæ viribus quæ ſunt reciproce proportionales diſtantiis centrorum ſuorum ſe mutuo fugientes componunt fluidum elaſticum, cujus denſitas ſit compreſſioni proportionalis.

In-

Includi intelligatur Fluidum in ſpatio cubico *ACE.* dein compreſſione redigi in ſpatium cubicum minus *ace.* Et particularum ſimilem ſitum inter ſe in utroque ſpatio ob naturam fluiditatis obtinentium, diſtantiæ erunt ut Cuborum Latera *AB*, *ab*: & Medii denſitates reciproce ut ſpatia cubica continentia *AB* cub. & *ab* cub. In latere cubi majoris *ABCD* capiatur quadratum *DP*, æquale quadrato cubi minoris *db*. Et ex hypotheſi preſſio qua quadratum *DP* urget fluidum incluſum, (ſive qua fluidum incluſum urget quadratum) erit ad preſſionem qua quadratum illud *db* urget fluidum incluſum, ut Medii denſitates ad invicem; hoc eſt, ut *ab* cub. ad *AB* cub. Sed preſſio qua quadratum *BD* urget fluidum incluſum, eſt ad preſſionem qua quadratum *DP* urget idem fluidum, ut quadratum *DB*, ad quadratum *DP*. hoc eſt, ut *ABq*, ad *abq*. Ergo ex æquo preſſio qua quadratum *DB* urget fluidum, eſt ad preſſionem qua quadratum *db* urget fluidum, ut *ab*, ad *AB*. ſive reciproce ut diſtantia particularum. Subtracta enim de ratione triplicata laterum *ab* & *AB*, ratione eorundem duplicata; reſtat ratio ſimplex laterum, ſive diſtantiæ particularum, preſſioni earundem in vas continens (ſive vaſis continentis in particulas) reciproce proportionalis. Exempli gratia: Eſto cubus major cubi minoris octuplus: ſive latus cubi majoris lateris cubi minoris duplum. Tum ſane denſitas fluidi in vaſe minore erit quoque denſitatis in majore octupla, ob eandem materiæ quantitatem in ſpatio octuplo





octuplo minore contentam. Et ex hypotheſi quod compreſſio in datum ſpatium exercita ſit in univerſum denſitati ad amuſſim proportionalis, erit integra compreſſio particularum ſive vires comprimentes eidem proportionales in cubo minore in ratione octupla compreſſionis ſive virium comprimentium in majore. Sed ſuperficies integra, qua fit compreſſio, vel ſuperficies quadrati cujuſvis in cubo minore, eſt ad ſuperficiem integram, vel ſuperficiem quadrati cujuſvis homologi in cubo majore, in ratione ſubquadrupla. Eſt ergo preſſio octupla cum preſſione altera earundem particularum in ſpatium quadruplo majus diſperſarum comparanda. In ſpatio itaque quadruplo minore eadem materiæ quantitas, ſive eædem fluidi particulæ preſſionem octuplam ſuſtinent, neceſſe itaque eſt ut quævis particula preſſionem duplo quam prius majorem ſuſtineat; ſive ut vires centrifugæ particularum ſint reciproce proportionales diſtantiis earundem. *Q.E.D.*

Sic ſane, ſi planis *FGH*, *fgh*, per media cuborum ductis diſtinguatur fluidum in duas partes: Hæ ſe mutuo prement iiſdem viribus quibus premuntur à planis *AC*, *ac*: hoc eſt, in proportione *ab*, ad *AB*, adeoque vires centrifugæ, quibus hæ preſſiones ſuſtinentur, ſunt in eadem ratione. Ob eundem particularum numerum ſimilemque ſitum in utroque cubo vires quas particulæ omnes ſecundum plana *FGH*, *fgh* exercent in omnes, ſunt ut vires quas ſingulæ exercent in ſingulas. Ergo vires quas ſingulæ exercent in ſingulas ſecundum planum *FGH* in cubo majore, ſunt ad vires quas ſingulæ exercent in ſingulas ſecundum planum *fgh* in cubo minore, ut *ab*, ad *AB*: hoc eſt, uti jam demonſtravimus, reciproce ut diſtantiæ particularum ab invicem. *Q.E.D.*

Et vice verſa; ſi vires particularum ſingularum ſint reciproce ut diſtantiæ particularum, id eſt, reciproce ut cuborum latera *AB*, *ab*; ſummæ virium erunt in eadem ratione, & preſſiones quadratorum *DB*, *db* ut ſummæ

ſummæ virium; & preſſio quadrati *DP*, ad preſſionem quadrati *DB*, ut *abq*, ad *ABq*: Et ex æquo, preſſio quadrati *DP*, ad preſſionem quadrati *db*, ut *ab* cub. ad *AB* cub. Ratione enim ſimplici, cum ratione duplicata compoſita emergit ratio triplicata. ita ut vis compreſſionis in uno, ſit ad vim compreſſionis in altero, ut denſitas fluidi ad denſitatem, directe. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Cum itaque per experimenta conſtet aeris noſtri per vices compreſſi & rarefacti denſitatem eſſe viribus comprimentibus, ſive compreſſioni ubique proportionalem; admodum vero ſimile videtur aerem ex particulis ſe mutuo in inverſa diſtantiarum ratione fugientibus vel fugantibus conſtare. Etſi enim hæc vis quaſi centrifuga vi univerſali centripetæ, ſive gravitati, è diametro adverſa cum eadem conſiſtere non poſſe videatur; attamen fieri poteſt ut præter generalem illam gravitatis legem materiam omnem qua materiam attinentem, ſine ullo ad ejuſdem figuras, formas, circumſtantias, aut motus reſpectu; aliæ ſint leges & vires naturales ſive attrahendi ſive fugandi ad ſpeciales particularum materiæ figuras, formas, circumſtantias, aut motus pertinentes, & peculiari modo iiſdem alligatæ, è quibus haud pauca è difficilioribus naturæ phænomenis dependere poſſunt. Sic ſane veroſimile videtur aeris particulas cum peculiare illud temperamentum, figuram, aut formam acquiſiverint, unde tale fluidum elaſticum componere aptæ ſunt, quale nos Aerem dicimus, novæ huic & ſpeciali legi ſive vi centrifugæ, hujuſmodi particulas eaſque ſolas attinenti immediate ſubjici. Jure enim ſuſpicatur Autor noſter perſpicaciſſimus pleraque ſpecialia naturæ Phænomena ex viribus hujuſmodi pendere poſſe, quibus corporum particulæ, per cauſas nondum cognitas, vel in ſe mutuo impelluntur, & ſecundum figuras regulares cohærent, vel ab invicem fugantur, & recedunt; quibus viribus ignotis Philoſophi hactenus Naturam fruſtra tentarunt: & quibus proinde gradatim jam detectis vel detegendis ſpes

eſt non exigua eadem phænomena gradatim patefacienda, & nos ad cauſas ſi non ultimas, proximas tamen, & tam calculo Geometrico quam uſibus humanis accommodatas maxime ſenſim acceſſuros.

Scholium. Intelligenda vero ſunt priora circa vires, aeris & hujuſmodi fluidorum centrifugas de hujuſmodi ſolum viribus quæ terminantur in particulis proximis, aut non longe ultra diffunduntur: qualium exempla habemus in corporibus magneticis. Horum virtus attractiva terminatur fere in ſui generis corporibus, ſibi proximis. Magnetis virtus per interpoſitam laminam ferri contrahitur, & in lamina fere terminatur. Nam corpora ulteriora non tam à magnete, quam à lamina trahuntur. Ad eundem modum ſi particulæ fugent alias ſui generis particulas ſibi proximas, in particulas autem remotiores virtutem nullam exerceant, ex hujuſmodi particulis componentur fluida, de quibus actum eſt in hac Propoſitione.

Coroll. (2.) Pari fere ratione præter vim gravitatis univerſalem aliæ eſſe videntur vires attractivæ peculiares particulis quorundam corporum aut peculiares diſtantiis perexiguis aliiſve circumſtantiis corporum particularium, unde phænomena alias miranda conſequi debent. Sic ſane ex hujuſmodi attractione oriri videtur radiorum lucis in corporibus pellucidis aut circa angulos opacorum refractio vel inflexio; utpote quæ ante contactum accidant, & in diſtantia minori fortius attrahunt; uti Auctor noſter in egregio ſuo de Optice tractatu obſervavit. Nec aliunde, uti idem in Latina ejuſdem operis editione notat, oriri videtur ſphærica illa guttularum & argenti vivi & conſimilium fluidorum figura. Particulæ enim ubi ad exiguam diſtantiam collocantur, ſe fortiter attrahunt; atque quo modo ex æquali partium in planetis verſus ſe invicem gravitate, ſphærica planetarum figura neceſſario oritur; eodem etiam ex æquali particularum aquæ vel argenti vivi ſibi mutuo admodum approximantium vi centripeta

æquum eſt ut guttularum figuram ſphæricam derivemus: præſertim dum haſce particulas quam citiſſime & quam accuratiſſime in ſphærulas iſtas coire videmus; uti ex notiſſimis Iridis phænomenis, inſtantaneæ earundem & accuratiſſimæ in ſphærulas conformationi in ſolidum debitis, facile diſcere licebit.. Neque ex diverſa cauſa forſan nonnulla alia fluidorum phænomena, ſolutu alias difficillima, pendere ſunt cenſenda. Sed hæc Obiter. Ad ſeriem incæptam jam revertor.

LX. Quantitas materiæ in corporibus univerſis eorum ponderi eſt accuratiſſime proportionalis.

Sublata enim aeris reſiſtentia, uti fit in vacuo Boyliano, omnia corpora, ſive ſolidiſſima, & graviſſima; ſive rariſſima, & leviſſima videantur, communi & data quadam velocitate ſimul deſcendunt, ubi ſimul ab eadem altitudine demittuntur. Corpora etiam pendula quæcunque, quorum centra oſcillationis à ſuſpenſionis centro æqualiter diſtant, etiam in aere, ſi arcum ejuſdem vel æqualis cycloidis æqualem, vel etiam inæqualem ſimul oſcillari incipiant, eunt ſimul redeuntque diutiſſime: & ubi arcus æqualis deſcribitur, eadem omnino celeritate moventur, ſive dura ſint, ſive mollia; ſive ſolida ſint, ſive liquida; ſive magna ſint, ſive parva; cujuſcunque demum formæ ſint, vel figuræ. Unde conſtat vim moventem eſſe ubique in eadem ratione cum materia movenda: ſive vim gravitatis corpora omnia æqualiter afficere: in eadem nempe à telluris centro diſtantia. Nam quod magna corpora cæteris paribus in aere paulo velocius deſcendunt, motuſque ſuos paulo diutius conſervant, inde eſt, quod *ſuperficies* corporum, ſecundum quam fit aeris vel medii cujuſvis reſiſtentia in corporibus ſimilibus ſit tantum in diametrorum vel laterum ſimilium ratione duplicata: cum eorundem *ſoliditas*, ſecundum quam æſtimanda eſt & materiæ quantitas, & vis gravitatis, ſit in diametrorum vel laterum eorundem ratione triplicata. Sic ſi ·meter ſphæræ cujuſvis lapideæ ſit alterius ſphæræ ex

eadem

eadem materia tripla; erit ejuſdem ſuperficies, & per conſequens, data velocitate, ejuſdem reſiſtentia in aere, alterius tantum noncupla, ubi ſoliditas, & materiæ quantitas, eique proportionalis ejuſdem gravitas ſit alterius plane vigecupla ſeptupla. Unde mirum non eſt, reſiſtentiam pro ratione gravitatis in ſphæra majore tanto minorem, eandem ſphæram in ratione minore afficere & retardare, quam ſphæram minorem afficit & retardat. Quod vero tanta ſit ponderis in aere v. g. inter aurum & paleam apparens velocitatis deſcenſus differentia, illa non ſolum à ſuperficierum ſed præcipue à gravitatis ſpecificæ differentia qua aurum longe magis quam palea exuperat aeris ipſius gravitatem dependet: exceſſus autem gravitatis ſpecificæ corporis in aere deſcendentis ſupra gravitatem ipſius aeris ſpecificam ea ſola eſt gravitas quæ corpus in aere poſitum ad deſcendendum cogit, uti nuperrime oſtendimus. Unde mirum non eſt, quod aurum longe quam palea velocius in aere deſcendat, licet in vacuo utraque pari ſemper velocitate deſcendere obſerventur.

Scholium. Si ipſa velocitas corporum omnium in vacuo apud telluris ſuperficiem in notis menſuris requiratur, Sciendum, tam per corporum perpendiculariter deſcendentium obſervationem directam, quam per pendulorum corporum oſcillationes & calculum inde initum à Cl. Hugenio, conſentientibus Geometris, illam ea quantitate ſtatui qua ſcrupulo horario ſecundo corpora per pedes Pariſienſes $15\frac{1}{12}$. ſive pedes Anglicos 16⌊1. hoc eſt, pedes ſedecim & pollicem quaſi unum deſcendunt: aut qua horæ ſpatio per pedes Anglicos 208.656.000. hoc eſt, milliariorum Anglicorum fere quadraginta millia deſcenderent: uti ex eodem calculo corporum in duplicata temporis ratione deſcendentium illico conſtare poterit.

LXI. Corporum func pendulorum quibus reſiſtitur in ipſa ſolum velocitatis ratione, oſcillationes in Cycloide, ſive arcus deſcripti ſint majores ſive minores, *ſunt ubique Iſochronæ.*

Quod

Quod vera ſit propoſitio in loco vacuo, ubi nulla eſt medii reſiſtentia, olim demonſtravimus. Et ſi reſiſtentia ſit ut velocitas, ſive ut arcus ubique deſcribendus, velocitas reliqua erit quoque in eadem ratione: & proinde oſcillandi tempus æqualiter retardabitur utrinque, & oſcillationes etiamnum manebunt inter ſe, ut prius, Iſochronæ. *Q. E. D.*

Coroll. Media itaque reſiſtentia tempus oſcillandi majus requirunt quam vacuum ſpatium: & horologia oſcillatoria citius aliquantulum vibrationes ſuas æquales in vacuo quam in aere peragunt, conſentiente experientia. Reſiſtentia enim aufert nonnullam gravitatis motricis partem; & proinde effectum ejus ſive motus velocitatem ſufflaminat.

Nov. 25. 1706.

XXIX.

LXII. CORPORIBUS inæquali velocitate *in* fluido ſubtiliſſimo motis reſiſtitur à fludio *in* duplicata velocitatis ratione.

Cum enim Corpus velocius motum & majori medii quantitati in ratione velocitatis, & cuique medii parti æquali, cum impetu majori in eadem velocitatis ratione occurrat, reſiſtentia tota ex cauſa utraque conjuncta oriunda neceſſario erit in ejuſdem velocitatis ratione duplicata. Cui quidem rationi duplicatæ experimenta non male conſentiunt. Licet partium in aere cedentium lubricitatis defectus ab elaſticitate ortus, & nonnulla plurimorum fluidorum partium cohæſio iſtam rationem aliquantulum turbare debeant.

Coroll. (1.) Cum itaque corporum fune pendulorum in Cycloide, ubi reſiſtentia eſſet in ſimplici velocitatis ratione oſcillationes eſſent Iſochronæ, Reſiſtentia au-

tem

tem in aere & hujuſmodi mediis ſit fere in velocitatis ratione duplicata, Liquet oſcillationum tempora etiam in Cycloide, & multo etiam magis in Circulo, per aerem non eſſe in diverſis arcubus penitus æqualia; ſed in majoribus, ob reſiſtentiam nimiam, paulo majora.

Coroll. (2.) Hinc ſequitur ad æqualitatem temporum in horologiis oſcillatoriis optime obtinendam opus eſſe, ut pendula eoſdem arcus ſemper deſcribant: alias ob inæqualem velocitatem, ubi arcus majores deſcritur, tardius; ubi minores, celerius juſto fiet motus. Unde etiam cauſa oſtendi poteſt, præter automatorum ſtructuram minus perfectam, quare Horologia majora in navi collocata & huc illuc jactata non adeo accurate ac domi manentia & in quiete poſita horas demonſtrant. Ob concuſſionem enim frequentem arcus nunc majores, nunc minores deſcribuntur: & inde temporis inæqualitas nonnulla neceſſario conſequitur.

Coroll. (3.) Oſcillationes breviores ſive in Cycloide ſive in Circulo ſunt magis iſochronæ quam longiores; ob minorem nempe medii perturbantis reſiſtentiam: & breviſſimæ iiſdem temporibus peraguntur ac in medio non reſiſtente quam proxime: ubi etiam Cyclois & Circulus plane coincidunt, ſive ſe mutuo tangunt: & oſcillationes in circulo vix differunt ab iis quæ fiunt in cycloide. Unde etiam horologia oſcillatoria quæ pendulo longiore gubernantur accuratius multo horas indicant quam ea quæ breviori alligantur; propterea quod arcus longe minores ab iis deſcribuntur. Earum vero oſcillationum quæ in majoribus arcubus fiunt tempora ſunt paulo majora, eo quod reſiſtentia corporis, qua tempus producitur, major ſit pro ratione longitudinis in deſcenſu deſcriptæ, (ob majorem nempe velocitatem,) quam reſiſtentia in aſcenſu ſubſequenti, qua tempus contrahitur. Sed & tempus oſcillationum, tam brevium, quam longarum nonnihil produci videtur per motum medii. Nam Corporibus tardeſcentibus paulo minus reſiſtitur pro ratione velocitatis, & corporibus accele-

S ratis

ratis paulo magis quam iis quæ uniformiter progrediuntur: id adeo quia medium eo quem à corporibus accepit motu in eandem plagam pergendo in priore caſu magis agitatur, in poſteriore minus, ac proinde magis vel minus cum corporibus motis conſpirat. Pendulis igitur in deſcenſu magis reſiſtit, in aſcenſu minus, quam pro ratione velocitatis duplicata; & ex utraque cauſa tempus producitur.

LXIII. Velocitas prima fluidi cujuſque ſubtiliſſimi per foramen effluentis ea eſt quam corpora acquirerent deſcendendo ab altitudine altitudinis ejuſdem ſupra foramen perpendicularis dimidia: & eſt ubique ad diverſas altitudines in ſubduplicata earundem altitudinum ratione.

Si vas impleatur aqua, & in fundo perforetur, ut aqua per foramen defluat, manifeſtum eſt quod vas ſuſtinebit pondus aquæ totius dempto pondere partis iſtius quod foramini perpendiculariter imminet. Nam ſi foramen obſtaculo aliquo occluderetur, obſtaculum ſuſtineret pondus aquæ ſibi perpendiculariter incumbentis, & fundum vaſis ſuſtineret pondus aquæ reliquæ. Sublato autem obſtaculo fundum vaſis eadem aquæ preſſione, eodemque ipſius pondere urgebitur ac prius; & pondus quod obſtaculum ſuſtinebat, cum jam non ſuſtineatur, faciet ut aqua deſcendat & per formam defluat. Unde conſequens eſt quod motus aquæ totius effluentis is erit quem pondus aquæ foramini perpendiculariter incumbentis generare poſſit. Nam aquæ particula unaquæque pondere ſuo, quatenus non impeditur, deſcendit; idque motu uniformiter accelerato; & quatenus impeditur urgebit obſtaculum. Obſtaculum illud vel vaſis eſt fundum, vel aqua inferior jamjam effluxura; & propterea ponderis pars illa quam vaſis fundum non ſuſtinet, urgebit aquam defluentem, & motum ſibi proportionalem generabit. Et cum vis integra premens nil aliud ſit quam vis gravitatis propria cujuſque particulæ, vel ſupremæ ſuperficiei fluidi ſuperaddita vi propriæ cujuſque inferioris particulæ, vel quarumcunque inferiorum ſuperficierum æqualium per

totam

totam altitudinem perpendicularum æqualiter gravitantium; ſive velocitas genita ſumma velocitatum ſingularum ſuperficierum, vel velocitas corporum à quiete deſcendentium æquabiliter aucta: Et cum etiam velocitas Corporis à dimidia altitudine deſcendentis ſit ea quacum integra altitudo eodem tempore motu uniformi deſcribi deberet, & ab eodem gravitatis propriæ exordio incipiens æquabiliter aucta: Liquet eandem velocitatem utrobique generari. Quia vero velocitates corporum deſcendentium ſunt ubique in ſubduplicata ratione altitudinum, Erunt & velocitates effluentium, iiſdem æquales, in eadem ratione ſubduplicata. *Q.E.D.*

Coroll. (1.) Quantitas itaque aquæ effluentis quo tempore corpus cadendo deſcribere poſſet altitudinem dimidiam, æqualis erit columnæ aquæ totius foramini perpendiculariter imminentis.

Coroll. (2.) Cum autem aqua effluens motu ſuo primo ſurſum verſo perpendiculariter ſurgeret ad dimidiam altitudinem aquæ foramini incumbentis, conſequens eſt quod ſi egrediatur oblique per canalem in latus vaſis, deſcribere incipiet in ſpatiis non reſiſtentibus Parabolam, cujus latus rectum ad verticem ubi incipit curvatura, vel deſinit canalis, pertinens, eſt dupla altitudo aquæ in vaſe ſupra canalis orificium; & cujus diameter horizonti perpendicularis ab orificio illo ducitur: atque ordinatim applicatæ parallelæ ſunt tangenti per canalis axem ductæ.

Coroll. (3.) Data ergo parabola ab aqua effluente deſcripta, datur una aquæ in vaſe contentæ altitudo ſupra foramen perpendicularis; nempe lateris recti ad verticem egreſſus pertinentis dimidia.

Coroll. (4.) Si aqua per canalem horizonti parallelum egrediatur, quoniam fundum vaſis integrum eſt, & eadem aquæ incumbentis preſſione ubique urgetur, ac ſi aqua non efflueret; vas ſuſtinebit pondus aquæ totius, non obſtante effluxu: Sed latus vaſis, de quo effluit, non ſuſtinebit preſſionem illam omnem quam ſuſtineret ſi aqua non efflueret. Tolletur enim preſſio partis il-

lius ubi perforatur, quæ quidem preſſio, ob naturam aquæ fluidam, æqualis eſt ponderi columnæ aquæ cujus baſis foramini æquatur, & altitudo eadem eſt quæ aquæ totius ſupra foramen. Et Propterea, ſi vas ad modum corporis penduli filo prælongo à clavo ſuſpendatur, hoc ſi aqua in plagam quamvis ſecundum lineam horizontalem effluat, recedet ſemper à perpendiculo in plagam contrariam. Et par eſt ratio, ut hoc obiter notetur, motus pilarum quæ pulvere tormentario madefacto implentur, & materia in flammam per foramen paulatim expirante recedunt à regione flammæ, & in partem contrariam cum impetu feruntur.

Coroll. (5.) Eadem eſt velocitas exeuntis fluidi in aqua, & in aere, & aliis quibuſcunque, modo ſubtiliſſima ſint, ubi altitudo perpendicularis eſt eadem, uti ex præcedente demonſtratione liquet.

Coroll. (6.) Et ſi fluidum ſit elaſticum, & Undulationes ſive tremores ſuos ad diſtans propagare poſſit, Undulationes vel Tremores iſtos eadem velocitate propagabit qua primo efflueret ex altitudine Fluidi Uniformis, cujus pondus fluidum ſubjectum comprimere poſſet. Tenſio enim ſive elaterium iſti preſſioni ſive velocitati incipienti proportionale eſt ipſum undulationis vel tremoris vehiculum: & proinde undulationes vel tremores iſtos cum velocitate propria non poteſt non transferre & propagare.

Coroll. (7.) Unde cum pondera ſpecifica aquæ pluvialis & Argenti vivi ſint ad invicem ut 1 ad 14. circiter; & ubi Mercurius in Barometro altitudinem attingit digitorum Anglicorum 30. pondus elaſtici Aeris & aquæ pluvialis ſint ad invicem, ex collatis plurimis obſervatis, ut 1 ad 1000 circiter; erunt pondera ſpecifica aeris & argenti vivi ut 1 ad 14000 circiter. Proinde, cum altitudo argenti vivi ſit 30 digitorum, altitudo aeris uniformis cujus pondus aerem noſtrum ſubjectum comprimere poſſet, erit 42000 digitorum, ſeu pedum Anglicorum 35000. Corpora autem pedes

17500;

17500; hoc eſt, altitudinem prioris dimidiam; ſpatio 33 quaſi minutorum ſecundorum in vacuo deſcendunt. Unde Undulationes vel Tremores aeris iſti, quos ſonorum vehicula ſtatuimus, ea ſe propagabunt velocitate ut ſpatio 33 ſcrupulorum ſecundorum pedes Anglicos 35000 circiter conficiant, & ex æquabili propagationis tenore ſcrupulo ſecundo unico 1060 pedes circiter; ſive ſcrupulo primo integro 63640 circiter: quæ quidem Sonorum velocitas cum experimentis probe congruit. Scribit enim Merſennus in Baliſticæ ſuæ *Prop.* 35. ſe factis Experimentis inveniſſe quod ſonus minutis quinque ſecundis hexapedas Gallicas 1150, (id eſt pedes Gallicos 6900) percurrat. Unde cum pes Gallicus, ſit ad Anglicum, ut 1068, ad 1000; debebit ſonus tempore minuti unius ſecundi pedes Anglicos 1474 conficere. Scribit etiam idem Merſennus Robervallum Geometram Clariſſimum in Obſidione Theodonis obſervaſſe Tormentorum fragorem exauditum eſſe poſt 13 vel 14 ab igne viſo minuta ſecunda; cum tamen vix dimidiam Leucam ab illis Tormentis abſuerit. Continet Leuca Gallica hexapedas 2500; adeoque ſonus tempore 13 vel 14. ſecundorum ex obſervatione Robervalli confecit pedes Pariſienſes 7500, ac tempore unius ſecundi pedes Pariſienſes 560, Anglicos vero 600 circiter. Multum differunt hæ obſervationes ab invicem; & computus noſter medium locum tenet. In Porticu Collegii SS. Trinitatis apud nos pedes 208 longa, ſonus ex ipſius Newtoni obſervatis in termino alterutro excitatus quaterno recurſu Echo quadruplicem efficit, & ſingulis ſoni recurſibus pendulum quaſi ſex vel ſeptem digitorum longitudinis oſcillabatur; ad priorem ſoni recurſum eundo, & ad poſteriorem redeundo. Longitudo penduli ſatis accurate definiri non potuit: ſed longitudine quatuor digitorum oſcillationes nimis celeres, ea novem digitorum nimis tardæ videbantur. Unde ſonus eundo & redeundo confecit pedes 416 minore tempore quam pendulum digitorum

novem, & majore quam pendulum digitorum quatuor oſcillatur; id eſt, minore tempore quam 28¾ minutorum tertiorum; & majore quam 19⅙. & propterea tempore minuti unius ſecundi conficit pedes Anglicos plures quam 866, & pauciores quam 1272; atque adeo velocior eſt quam pro obſervatione Robervalli, ac tardior quam pro obſervatione Merſenni. Quin etiam accuratioribus poſtea obſervationibus definivit Newtonus quod longitudo penduli major eſſe deberet quam digitorum quinque cum ſemiſſe, & minor quam digitorum octo; adeoque quod ſonus tempore minuti unius ſecundi confecit pedes Anglicos plures quam 920, & pauciores quam 1085. Igitur motus ſonorum ſecundum calculum geometricum ſuperius allatum inter hos limites conſiſtens, & ad numerum majorem accedens propius, ſicut pleraque aliorum experimenta perſuadent, optime cum Phænomenis quadrat.

Coroll. (8.) Si denſitas aeris augeatur aut minuatur, ſonus ipſe ſive fragoris violentia in eadem ratione augebitur aut minuetur; quod cum experimentis ſonorum in aere rarefacto & condenſato factis probe congruit.

Coroll. (9.) Unde ſequitur, ſonos in altiſſimorum montium cacuminibus, ubi aer rarior eſt, minores eſſe, & tardiores, quam in vallibus.

Coroll. (10.) Si Ventus cum motu aeris conſpiret, ſonitus, vel fragor, ſive pulſuum violentia augebitur, & longius perget; utpote ex *ſumma* motuum ipſius ſoni & venti conflata. Si Ventus eidem motui repugnet, ſonitus minuetur, & citius ſiſtetur; utpote ex *differentia* motuum eorundem ſolummodo oriundus. Salva ſemper ipſius ſoni propagati velocitate ſuperius deſignata. Sonus enim non ex motu aeris continuo, ſed ex pulſibus ejuſdem undarum more per vibrationes ſive itus redituſque vicibus alternis ſe invicem ſequentes propagatis dependet; uti ſtatim oſtendetur. Et qualiſcunque ſit fragoris differentia, à differenti corporis ſonori vel venti ſtatu orta, manent tamen aeris denſitas & elaterium;

terium; & inde manebit quoque eorum effectus, ſive ſonorum propagatorum velocitas.

Coroll. (11.) Eadem itaque fere velocitate Soni qualeſcunque, ſive magni ſint, ſive parvi, per aerem denſitate datum propagantur: Uti oſtendunt quoque ea de re experimenta à Philoſophis capta.

Coroll. (12.) Data itaque jam ſonorum ubicunque locorum velocitate, ea nempe qua 1060 pedes Anglicos ſcrupulo ſecundo conficiunt, Ex dato ſonorum temporis intervallo datur una diſtantiæ corporis ſonori intervallum. Sic ſane ſi inter Bombardæ ignem viſum, auditumque ſonum decem minuta ſecunda pertranſire obſervemus; liquet bombardam à nobis 10600 pedes, ſive mille paſſus duos circiter diſtare. Pariter ſi inter fulgur viſum & tonitru auditum intercedant minuta ſecunda quinque; liquet nubes iſtas unde erumpunt à ſpectatore 5300 pedes, ſive quaſi millepaſſum unicum diſtare.

Scholium. Notandum autem hic loci, me velocitatem ſonorum paulo quam ipſe Auctor majorem ponere; utpote quæ, ut opinor, tum calculo geometrico, tum experimentis pleriſque accuratius congruit.

Decemb. 2°. 1706.

XXX.

LXIV. RESISTENTIA Fluidorum ut in diverſis velocitatibus eſt in ratione duplicata velocitatis; ita in diverſis denſitatibus data velocitate in ipſa denſitatis ratione directa: datis autem denſitate & velocitate in diametrorum ratione duplicata: atque adeo in univerſum Reſiſtentia eſt in ratione compoſita ex duplicata ratione velocitatis; ex duplicata ratione diametrorum; & ex ſimplici ratione denſitatis medii directe.

Facilia hæc ſunt, nec demonſtratione indigent. Si enim ſphæræ duæ quoad diametros altera alteram in ratione dupla excidat, ſive ſit ut 2 ad 1: & moveatur major velocitate alterius dupla; & in medio fluido alterius denſitate duplo; palam eſt, dato quovis temporis ſpatio, univerſam ſphæræ majoris reſiſtentiam, ſive motum amiſſum, eſſe ad univerſam ſphæræ reſiſtentiam, ſive motum amiſſum, ut $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$, ad $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$, ſive, ut 32 ad 1. atque ita ubique. Notandum tantum corporum reſiſtentiam à fluidis & à ſolidis cæteris paribus æqualiter oriri; niſi quatenus in motibus tardioribus medium fluidiſſimum, impetu per circulum in poſticam projectorum vel motorum corporum partem facto, aliquantulum ea iterum promovere poſſit; quod in velocioribus minus fieri debet, & in longe velociſſimis neutiquam: uti quoque per experimenta accuratiſſime inſtituta Auctor noſter Celeberrimus rem ſe habere deprehendit.

Coroll. (1.) Media itaque in quibus corpora projectilia ſine ſenſibili motus diminutione longiſſime proprogrediuntur, non ſolum fluidiſſima ſunt, ſed etiam longe rariora quam ſunt corpora illa quæ in ipſis moventur: alias projectorum motum cito ſiſterent, & ad quietem reducerent.

Coroll. (2.) Unde ſequitur aerem noſtrum, ſive omnem materiam in aere contentam parvam eſſe, ſi cum materia in corporibus per eandem longiſſime & velociſſime progredientibus componatur; tantumque à Pleno Carteſiano abeſſe, ut ne millecuplam ſpatii integri continentis partem revera occupet.

Coroll. (3.) Unde etiam ſequitur, ætherem, ſive materiam omnem in ſpatiis planetariis contentam, per quam Planetæ tot millenniis tanta cum velocitate revolverunt, idque ſine omni fere motus jactura, perexiguam ſane eſſe, ſi cum materia in ipſis planetis contenta comparetur: ita ut, quod inſtituto calculo facile patebit, ſpa-

tium

tium potius revera vacuum, quam æthercam aliquam materiam nuncupare præſtiterit.

Coroll. (4.) Corruit ergo in univerſum Philoſophia Carteſiana, materiæ cuidam cæleſti, quam materiam tum *primi* tum *ſecundi elementi* appellat, in ſolidum inædificata. Neque exploſa jam per experimenta atque demonſtrata Newtoniana materia hac ſubtili, Hypotheſeωs Carteſianæ baſi & fundamento, ultra ſubſiſtere figmentum iſtud ingenioſum ullo modo poteſt. Præſertim cum non ſolum plenitudinem materiæ iſtius ſubtilis ſuſtulerit Newtonus, ſed & nihil omnino hujuſmodi materiæ Corporum poris ineſſe oſtenderit. Per experimentum enim penduli prælongi in aere diutius oſcillantis & motum inde amiſſum cum aeris reſiſtentia in ſuperficiem facta collatum æſtimando, invenit, aut nullam omnino, aut plane inſenſibilem reſiſtentiam in partibus internis oriri. Unde recte concludendum, nullam omnino, aut plane inſenſibilem eſſe in poris corporum materiæ cujuſvis ſubtilis quantitatem: cum è contra ex Carteſii plenitudine, cum ſpecifica penduli gravitate collata, debuerit eſſe quam ipſa penduli ſubſtantia longe major. Omnino contra experientiam.

LXV. Preſſio quævis rectilinearis per fluidum ſecundum lineas rectas ſolas propagari nequit.

Cum enim fluidum ſit ea natura ut aut ejus partes ſint ſemper in motu omnifariam, aut ſaltem facillime omnifariam mobiles, & data quavis occaſione revera motæ; atque adeo particulæ ſitu & loco admodum variæ & obliquæ quoad ſe invicem ſemper exiſtant; fieri non poteſt quin preſſio quævis etiam per rectam lineam primitus communicata particulas oblique poſitas plerumque urgeat; & illæ oblique poſitæ alias oblique etiam poſitas pariter urgeant; & ſic deinceps in infinitum. Preſſio igitur quamprimum propagatur ad particulas quæ non accurate in directum jacent, divaricare incipiet, & oblique propagabitur in infinitum: & poſtquam incepit oblique propagari, quotieſcunque incide-

rit

rit in particulas ulteriores quæ non in directum jacent, hoc eſt, fere ſemper, iterum divaricabit. Sic etiam ſi preſſionis à dato loco per fluidum propagatæ pars aliqua obſtaculo intercipiatur, pars reliqua quæ non intercipitur pariter ac prius divaricabit in ſpatia quævis ultra obſtaculum.

Coroll. (1.) Hinc ratio redditur, quare Soni vel muris interpoſitis, vel in cubiculum per feneſtram admiſſi, ſeſe in omnes cubiculi partes dilatent; inque angulis omnibus audiantur, non ſolum reflexi quidem à parietibus oppoſitis, ſed & à feneſtra per aerem undique propagati.

Coroll. (2.) Lucis radii qui per ætherem, & aerem, & aquam aliaque fluida per rectas lineas ſemper propagantur, non ſunt pulſus quidam per fluida iſta, ſonorum inſtar, propagati; ſed particulæ ſeu corpuſcula realia à Sole & ſtellis emanantia, & per pellucida media quæcunque vero motu propagata; ut etiam alia pleraque lucis phænomena omnino ſuadent.

LXVI. Corpus omne Tremulum in medio elaſtico propagabit motum pulſuum undique in directum: In medio vero non elaſtico motum per circulum excitabit.

Casus (1.) Nam partes corporis tremuli vicibus alternis eundo & redeundo itu ſuo urgebunt & propellent partes Medii ſibi proximas, & urgendo compriment eaſdem & condenſabunt: dein reditu ſuo ſinent partes compreſſas recedere, & ſeſe expandere. Igitur partes medii corpori tremulo proximæ ibunt & redibunt per vices ad inſtar partium corporis illius tremuli: & qua ratione partes corporis hujus agitabant haſce medii partes, hæ ſimilibus tremoribus agitatæ agitabunt partes ſibi proximas, eæque ſimiliter agitatæ agitabunt ulteriores: & ſic deinceps in infinitum. Et quemadmodum medii partes primæ eundo condenſantur & redeundo relaxantur, ſic partes reliquæ quoties eunt condenſabuntur, & quoties redeunt ſeſe expandent. Et

prop-

propterea non omnes ſimul ibunt, & ſimul redibunt; (ſic enim datas ab invicem diſtantias ſervando, non rarefierent & condenſarentur per vices;) ſed accedendo ad invicem, ubi condenſantur; & recedendo, ubi rarefiunt, aliquæ earum ibunt, dum aliæ redeunt; idque vicibus alternis in infinitum. Partes autem euntes, & eundo condenſatæ ob motum ſuum progreſſivum quo feriunt obſtacula, ſunt pulſus: & propterea pulſus ſucceſſivi à corpore omni tremulo per fluidum elaſticum propagabuntur: idque æqualibus circiter ab invicem diſtantiis, ob æqualia temporis intervalla, quibus corpus tremoribus ſingulis ſingulos pulſus excitat. *Q.E.D.*

Corollarium. Quanquam corporis tremuli partes eant & redeant ſecundum plagam aliquam certam & determinatam, tamen pulſus inde per medium fluidum propagati ſeſe dilatabunt ad latera, per Propoſitionem præcedentem; & à corpore illo tremulo, tanquam centro communi, ſecundum ſuperficies propemodum ſphæricas & concentricas undique propagabuntur. Cujus etiam rei aliquod exemplum habemus in Undis: quæ ſi digito tremulo excitentur, non ſolum pergent hinc inde ſecundum plagas motus digiti, ſed in modum circulorum concentricorum digitum ſtatim cingent, & undique propagabuntur. Nam Undarum gravitas ſupplet quodammodo locum vis elaſticæ.

Coroll. (2.) Hinc colligi poteſt, quod numerus pulſuum propagatorum idem ſit cum numero vibrationum corporis tremuli, neque multiplicetur in eorum progreſſu. Lineola enim quævis phyſica quamprimum ad locum ſuum primum ſemel rareſcendo redierit, quieſcet; neque deinceps movebitur, niſi vel ab impetu corporis tremuli, vel ab impetu pulſuum, qui à corpore tremulo propagantur, novo motu cieatur. Quieſcet igitur quamprimum pulſus à corpore tremulo propagari deſinunt.

Coroll. (3.) Unde facile innoteſcit cauſa, cur Soni, ceſſante motu corporis ſonori, ſtatim ceſſant; neque diu-

diutius audiuntur ubi longiſſime diſtamus, quam cum proxime abſumus. Ceſſante enim Cauſa, Ceſſare effectum eſt Neceſſe.

Coroll. (4.) Hinc etiam cauſa intelligi poteſt, cur Soni in Tubis ſtenterophonicis valde augeantur. Motus enim omnis reciprocus ſingulis recurſibus à cauſa generante augeri ſolet. Motus autem in Tubis, dilatationem ſonorum impedientibus, tardius amittitur, & fortius recurrit; & propterea à motu novo ſingulis recurſibus impreſſo magis augetur. Et cum omnis ille corporis aut vocis ſonoræ impetus, qui alias ad ſphæram uſque integram, cujus radius eſſet tubi longitudo, eodem tempore propagari debuiſſet, nunc intra tubi ſpatiū concavum concludatur, & ex ejuſdem apertura junctis viribus exeat, obſcurum eſſe non poteſt, tremulum aeris motum, ſive pulſuum ſonorum violentiam longe exinde augeri, & ita ad intervalla longe majora pervenire debere: ita tamen ubique, ut propagationis velocitas eadem etiamnum ac prius atque invariata permaneat. Ea autem, ut opinor, ratione ſonus augetur in hiſce tubis, ut omnem fere ejuſdem quantitatem, quæ alias dato tempore ſuperficiem ſphæricam cujus radius ſit tubi longitudo, occuparet intra aperturam tubi coarctetur. Id eſt, in ratione ſuperficiei ſphæricæ integræ, ad ejuſdem partem intra tubi aperturam contentam quam proxime. Operæ autem pretium videtur ut adhibeantur experimenta huc ſpectantia, quo determinetur tandem, num ſonorum per hoſce tubos augmentum rationem jam definitam obtineat, necne: ut de iiſdem in poſterum certius pronunciare, eoſdemque utilius tractare atque uſibus humanis adhibere valeamus.

Cas. (2.) Quod ſi medium non ſit elaſticum; quoniam ejus partes à corporis tremuli partibus vibratis preſſæ condenſari nequeunt, propagabitur motus in inſtanti ad partes ubi medium facillime cedit: hoc eſt, ad partes quas corpus tremulum alioqui vacuum à tergo relinqueret. Idem eſt caſus cum caſu corporis in medio

quo-

quocunque projecti. Medium cedendo projectilibus non recedit in infinitum, ſed in circulum eundo pergit ad ſpatia quæ corpus relinquit à tergo. Igitur quoties corpus tremulum pergit in partem quamcunque, Medium cedendo perget per circulum ad partes quas corpus relinquit; & quoties corpus regreditur ad locum priorem, medium inde repelletur, & ad locum ſuum priorem redibit.

Corollarium. Hallucinantur igitur Carteſiani, qui credunt agitationem partium flammæ ſive Solis ad preſſionem ſeu lucis propagationem per medium ambiens ſecundum lineas rectas conducere. Debebit ejuſmodi preſſio non ab agitatione ſola partium flammæ, vel Solis, ſed à totius dilatatione derivari. Atque hæc impræſentiarum ſufficiant. Reliqua Termino poſt Natalitia proximo expectabitis.

Decemb. 9°. 1706.

XXXI.

LXVII. SI Cylindrus ſolidus infinite longus in fluido uniformi & infinito circa axem ſuum poſitione datum uniformi cum motu revolvatur, & ab hujus impulſu ſolo agatur fluidum in orbem; perſerveret autem fluidi pars unaquæque uniformiter in motu ſuo; Tempora periodica partium fluidi erunt ut ipſarum diſtantiæ ab axe cylindri directe; & velocitates ubique æquales.

Diſtinguatur enim fluidum in orbes ſolidos cylindricos innumeros cylindro concentricos, ejuſdem ubique craſſitudinis. Et quoniam fluidum ſupponitur eſſe homogeneum, & Cylindrus motu ſuo circulari conatur omnes fluidi partes contiguas, & per partes contiguas partes ulteriores in infinitum communi ſuo motu angulari,

lari, atque adeo velocitate in ratione diſtantiæ directa concitare, & ſecum eodem tempore periodico circumvolvere; Liquet orbes quoſcunque tum demum ceſſare ab ulteriori acceleratione, & partes perſeverare in motibus ſuis uniformiter, ubi reſiſtentia ſive impreſſio in partem concavam, æquetur reſiſtentiæ vel impreſſioni in partem convexam; (alias enim prævalente vi fortiori motus ex iſta parte mutabitur.) Proinde, ubi velocitas reſpectiva, ſecundum quam in data ſuperficie orietur reſiſtentia, fuerit in ipſa ſuperficiei ratione reciproca, Impreſſiones ex parte utraque ſibi invicem erunt æquales: Id eſt, in hoc caſu ubi velocitas angularis ſit in ipſa diſtantiæ ratione reciproca, ſive ubi velocitas abſoluta ſit ſemper æqualis, & tempora periodica in ipſa diſtantiæ ratione directa. *Q. E. D.*

Coroll. (1.) Si fluidum non ſit infinitum, ſed in vaſe cylindrico contineatur, circumagetur etiam cylindrus exterior, & accelerabitur ejus motus quoad uſque tempora periodica cylindri utriuſque & fluidi incluſi æquentur inter ſe. Quod ſi cylindrus exterior violenter detineatur, conabitur is motum fluidi retardare; & niſi cylindrus interior vi aliqua continuo impreſſa motum ſuum conſervet, efficiet ut idem paulatim ceſſet.

Coroll. (2.) Cum autem Planetarum tempora periodica non ſint in ratione ipſa diſtantiarum à Sole, ſed in ejuſdem ſeſquialtera; atque proinde velocitates abſolutæ non ſint ubique æquales, ſed in ſubduplicata diſtantiarum ratione; uti apud omnes Aſtronomos eſt in confeſſo; Liquet hujuſmodi fluidi ætherei conſtitutionem ſyſtemati Solari minime convenire; nec ex eadem ſuppoſita quicquam auxilii vorticibus Carteſianis accedere.

LXVIII. Si ſphæra ſolida in fluido uniformi & infinito circa axem poſitione datum, uniformi cum motu, revolvatur; & ab hujus impulſu ſolo agatur fluidum in orbem; perſeveret autem fluidi pars unaquæque uniformiter in motu ſuo; Tempora periodica partium fluidi erunt ut quadrata diſtantiarum à centro ſphæræ.

Di-

Diſtinguatur fluidum in orbes ſphæricos innumeros concentricos ejuſdem craſſitudinis. Et, ut prius, tum ſolum perſeverabit fluidum in motu ſuo uniformi, ſine ulteriore acceleratione vel retardatione, ubi motus angulares partium fluidi circa axem globi ſint reciproce ut ipſæ ſuperficies ſphæricæ concentricæ, ſive ut quadrata diſtantiarum à centro globi reciproce, ſive demum, ut tempora periodica partium, iiſdem velocitatibus angularibus reciproce proportionalia, ſint ut quadrata diſtantiarum à centro globi directe.

Coroll. (1.) Si fluidum non ſit infinitum, ſed in vaſe ſphærica contineatur, circumagetur etiam vas ſphæricum, & accelerabitur ejus motus quoad uſque tempora periodica ſphæræ, & vaſis, fluidique incluſi æquentur inter ſe. Quod ſi vas ſphæricum violenter detineatur, conabitur is motum fluidi retardare; & niſi ſphæra vi aliqua continuo impreſſa motum ſuum conſervet, efficiet ut idem, velut in caſu priori, paulatim ceſſet.

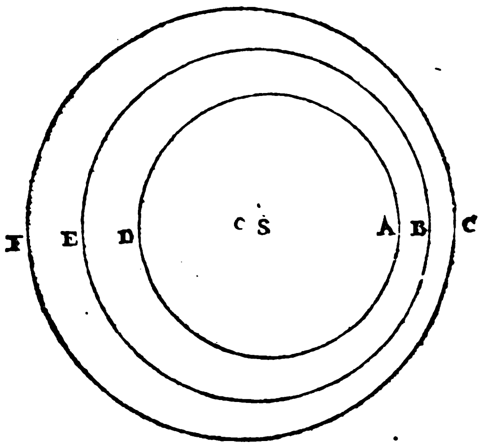
Coroll. (2.) Cum autem Planetarum tempora periodica non ſint in ratione diſtantiarum à Sole duplicata; uti jam vidimus; Liquet hujuſmodi fluidi ætherei conſtitutionem ſyſtemati Solari minime etiam convenire; nec ex eadem ſuppoſita quicquam auxilii vorticibus Carteſianis accedere.

Coroll. (3.) Cum enim Corpora quæ in vortice delata in orbem eundem ſine acceſſu ad centrum, vel ab eodem receſſu perpetuo redeunt; (uti in omnibus planetis tum primariis tum ſecundariis res ſe habet;) ejuſdem ut ſint denſitatis cum vortice, & ſimul cum partibus contiguis ferantur ſit neceſſe: & cum Vortices hujuſmodi debeant ita moveri, ut tempora periodica ſint in duplicata diſtantiarum ratione; (contra quam fit in omnibus planetis;) Liquet Planetas à Corporeis vorticibus non deferri. Quod etiam adhuc certius ex proxima Propoſitione conſtabit.

LXIX. Velocitates Planetarum omnium ſive primariorum, ſive ſecundariorum circa corpora ſua centralia, in ratione

tione nempe ſubduplicata diſtantiarum ab illis centris reciproca, Vorticum Carteſianorum hypotheſin omnino ſubruunt, & è medio tollendam demonſtrant.

Planetæ enim, ut jam ubique notum, circa ſuum quique centrale corpus ita in Ellipſibus, umbilicos in eorum centris habentibus moventur, ut radiis ad centra ductis areas deſcribant temporibus proportionales; & ut velocitates ſint in ſubduplicata diſtantiarum ratione reciproca. At Partes vorticis ætherei tali motu revolvi nequeunt. Deſignent enim *AD*, *BE*, *CF*, Orbes tres primarios circa Solem *S* deſcriptos: quorum



extimus *CF* circulus ſit Soli concentricus; & interiorum duorum Aphelia ſint *A*, *B*, & Perihelia *D*, *E*. Ergo corpus quod revolvitur in orbe *CF* radio ad Solis centrum ducto areas temporibus proportionales deſcribendo movebitur uniformi cum motu; Corpus autem quod revolvitur in Orbe *BE* tardius movebitur in aphelio *B*, & velocius in perihelio *C*, ſecundum leges Aſtronomicas, & demonſtratis Geometricis & obſervatis cæleſtibus innixas; cum tamen ſecundum leges mechanicas

mechanicas materia vorticis in ſpatio anguſtiore inter *A* & *C* velocius moveri debeat quam in ſpatio latiore inter *D* & *F*: id eſt, in aphelio velocius quam in perihelio: Quod fieri per obſervata non poteſt. Sic ſane, exempli gratia, In principio ſigni Virginis, ubi Martis aphelium jam verſatur, diſtantia inter orbes Martis & Veneris eſt ad eorundem diſtantiam in principio ſigni Piſcium in ratione fere ſeſquialtera; ſive ut tria ad duo. Et propterea Materia Vorticis inter orbes illos in principio Piſcium debet eſſe velocior quam in principio Virginis in ratione eadem ſeſquialtera. Nam quo anguſtius eſt ſpatium per quod eadem materiæ quantitas eodem revolutionis unius tempore tranſit, eo majori cum velocitate tranſire debet. Igitur ſi terra in hac materia cœlêſti relative quieſcens ab eadem deferatur, & una circa Solem revolvatur, foret hujus velocitas in principio Piſcium, ad ejuſdem velocitatem in principio Virginis, in ratione ſeſquialtera. Unde Solis motus annuus apparens unius diei tempore, in principio Virginis major eſſet quam 70′, & in principio Piſcium minor quam 48′. cum tamen (experientia teſte) apparens iſte Solis motus velocior ſit in principio Piſcium quam in principio Virginis; & propterea Terra velocior in principio Virginis quam in principio Piſcium. Itaque Hypotheſis Vorticum cum Phænomenis Aſtronomicis omnino pugnat; & non tam ad explicandos, quam ad perturbandos motus cœleſtes conducit.

Scholium. Hactenus Principia Philoſophiæ Naturalis è Cl. Newtono tradidimus. Non tamen proprie loquendo ea Philoſophice, vel Phyſice, ſed Mathematice potius tradidimus. Generales quippe motuum & virium leges & conditiones Aſtronomiam & Philoſophiam Naturalem maxime ſpectantes hucuſque methodo præcipue Mathematica & univerſali Conſideravimus. Omnia tamen, ne ſterilia viderentur, Scholiis non paucis & Corollariis Aſtronomicis, Phyſicis, & Opticis etiam, atque Mechanicis per totam tractationis

ſeriem ubique illuſtravimus: atque ita veræ Philoſophiæ & Aſtronomiæ, hoc eſt, Newtonianæ, haud parum prælusimus, & viam ſtravimus. Supereſt jam ut ad ipſam Rerum Naturam & Philoſophicas phænomenorum tum Aſtronomicorum cum Phyſicorum cauſas, & verum Mundi Syſtema diveniamus; & ut ejuſdem Syſtematis Conſtitutionem, quatenus ex principiis prius poſitis dependet, doceamus: omiſſis hic loci aut leviter tactis iis quæ prius inter prælegendum per Scholia vel Corollaria huc ſpectantia obſervavimus. Sed cum Novum materiæ campum & Tertium Newtoni Librum ingreſſuri ſimus, paululum reſpirare præſtiterit. Manum itaque de Tabula.

Jan. 29°. 170$\frac{6}{7}$.

XXXII.

LXX. PLANETÆ Sex Primarii, cum ſuo quiſque, ſi quod habent, Satellitio Solem Orbibus ſuis cingunt; vel circa Solem revolvunt.

Mercurium & Venerem circa Solem revolvi ex eorum phaſibus phaſes Lunares ad amuſſim referentibus, quod per obſervata Teleſcopica ubique jam notum, liquido demonſtratur. Nonnunquam enim plena facie circa ipſas conjunctiones diametris Apparentibus tum minimis, lucent; ultra Solem nimirum ſiti; & plenilunium imitati: nonnunquam obſcura facie circa conjunctiones alteras, diametris apparentibus tum maximis, viſuntur; citra Solem nimirum poſiti, & novilunium imitati. Et pariter facie gibba aut cava circa octantes, dimidiata atque dichotoma circa quadras, Lunæ ad inſtar; per diſcum Solis aut inſtar macularum nonnunquam tranſeunt; partialem eclipſin inducentes: Non-

nunquam

nunquam vero ultra Corpus Solare pertranſeunt nobis interea inviſibiles. Unde certum eſt, hoſce Planetas Solem circumire, & orbibus ſuis Solem non autem Terram cingere. Et quanquam Mercurius ita raro videatur, nempe circa elongationes ſolum maximas, & dum per Solem tranſit, ut non ita clare omnes iſtæ phaſes actu obſervari queant; Cum tamen quæ Mercurii phaſes videri poſſunt, huic poſituræ reſpondent optime, & cum eæ Veneris,ejuſdem conditionis Planetæ, obſervationibus frequentiſſimis aptæ ſint, & ubique plenario reſpondeant, non eſt quod de reliquis etiam in Mercurio dubitemus. Ex Martis quoque plena facie prope Solis Conjunctionem, & gibboſa facie in quadraturis certum eſt quod is Solem ambit. Idem etiam de Jove & Saturno, ex eorum faciebus ſemper plenis, ut ad tantam diſtantiam accidere debuit, demonſtratur. Quanquam enim hi Planetæ facies ſuas à plenitudine nonnihil diminutas circa quadras oſtentare debeant; Cum tamen iſta lucis diminutio tantilla eſſe debeat ut inter obſervandum vix aut ne vix quidem ullo pacto poſſet ſentiri, Plena horum facies cum hac poſitura optime congruere eſt cenſenda. Quod vero Telluris Orbita Solem cingit, è parallaxi annua alibi expoſita abunde conſtat.

Corollarium. Hinc cum Carteſio, reliquiſque etiam ſuperioris ſeculi Aſtronomis, colligimus Syſtema Mundi Ptolemaicum, per tot retro ſecula ante Copernicanum unice excultum & celebratum, in nihilum abire. Quin & colligimus, Syſtema Mundi Tychonicum, à tot & tantis Aſtronomis poſtea receptum & nobilitatum penitus corruere: nec cum phænomenis nuperrime obſervatis ullatenus congruere. Tandem colligimus, Syſtema Copernicanum ab optimis Aſtronomis pleriſque omnibus aliquamdiu approbatum, Verum eſſe Mundi Syſtema, & Planetarum omnium ordinem ipſi rerum naturæ & obſervatis Aſtronomicis congruentem unice exhibere. Mirum itaque videri debet Aſtronomiæ Newtonianæ vel Copernicanæ Interpretem Optimum Cl. Gregorium,

ſyſtematis veri adeo gnarum, tantum olei & operis in falſis iſtis aliiſque id genus imaginariis hypotheſibus tradendis & exornandis inſumere animum induxiſſe ſuum. Ubi certo certius conſtat Copernicanum Planetarum Ordinem Verum eſſe & genuinum; reliquaſque hypotheſes fictitias plane eſſe cerebri humani fœtus; Quorſum ipſam veritatem meris umbris, & naturam rerum inficetis mendaciis immiſcere ſtudemus? Exulent itaque, in æternum exulent, ſyſtemata iſta quondam nobiliſſima, quondam celeberrima è campo noſtro Aſtronomico: & Admittatur illud ſolum, excolatur, exornetur, Quod rerum conditarum vero ordini, veriſque cauſis naturalibus unice correſpondere tandem aliquando grati agnoſcimus. Sed hæc Obiter.

LXXI. Planetarum ſex Primariorum Tempora Periodica ſunt in ratione ſeſquialtera mediocrium diſtantiarum à Sole. Hæc à Keplero primum inventa ratio, Philoſophiæ Newtonianæ Parens, in confeſſo jamjam eſt apud omnes. Ac de Temporum Periodicorum menſura convenit inter Aſtronomos Univerſos: Magnitudines autem Orbium Idem Keplerus & Bullialdus omnium diligentiſſime ex obſervationibus determinaverunt: & diſtantiæ mediocres quæ temporibus periodicis reſpondent non differunt ſenſibiliter à diſtantiis quas illi adinvenerunt; ſuntque inter ipſas utplurimum intermediæ, uti in Tabula ſequente videre licet.

Planetarum diſtantiæ mediocres à Sole.

	Saturn.	*Jup.*	*Mart.*	*Terra.*	*Ven.*	*Merc.*
Sec. Keplerum.	951000	519650	152350	100000	72400	38806
Sec. Bullialdum.	954198	522520	152350	100000	72398	38585
Sec. Temp. Period.	953806	520116	152399	100000	72333	38710

Planetarum autem Veras Periodos jam dabimus: Diſtantias etiam à Sole Veris proximas, ex parallaxi nimirum Telluris Flamſtediana 10 ſecundorum.

Mer-

		D.	H.	′.
Mercurius	*circa Solem revolvit ſpatio*	87	23	16
Venus		224	16	49
Terra cum Luna		365	6	9
Mars		686	23	27
Jupiter cum Satellitibus 4.		4332	12	20
Saturnus cum Satellitibus 5.		10759	6	36

Mercurius	*diſtat à Sole*	32.000.000	*Mille-paſſus Anglicos.*
Venus		59.000.000	
Terra		81.000.000	
Mars		123.000.000	
Jupiter		424.000.000	
Saturnus		777.000.000	

Quod autem methodos attinet diſtantias haſce inveniendi, ſic ſtatuendum. De diſtantiis Mercurii & Veneris à Sole cum Telluris diſtantia collatis Diſputandi non eſt locus; cum hæ per eorum Elongationes à Sole Maximas facili obſervatione notas, ex Trigonometria plana colligantur. De diſtantiis etiam ſuperiorum Planetarum à Sole ex arcu retrogradationis facile deducendis tollitur inſuper omnis diſputatio per eclipſes Satellitum Jovis ad calculum accuratum juxta hanc diſtantiam reductas, & cum phænomenis congruentes. Etenim per Eclipſes illas determinatur poſitio umbræ quam Jupiter projicit: & eo nomine habetur Jovis Longitudo Heliocentrica. Longitudo autem Jovis Geocentrica per obſervationes immediate habetur. In triangulo itaque plano Solis, Jovis, & Telluris centra connectente dantur omnes anguli, & proinde ratio Laterum etiam datur: Sive Ratio Diſtantiarum Jovis & Terræ à Sole,

Corollarium. Datur itaque diſtantiarum à Sole Ratio in omnibus Planetis accurate. Quod ſi qua diſtantia ſemel in menſura nota, puta millepaſſibus vel telluris ſemidiametris data eſſet accurate, Omnium diſtantias ve-

ras una accurate datas habuiſſemus: Quod quidem e-tiamnum deſideratur.

LXXII. Planetæ ſex primarii radiis ad ſolem ductis areas temporibus æqualibus ſemper æquales, & in univerſum areas temporibus ſemper proportionales deſcribunt.

Hæc etiam areæ deſcriptæ æquabilitas ejuſdem Kepleri obſervationi primario debetur: quæ Alter philoſophiæ Newtonianæ Cardo merito audire debet: & eſt apud omnes in confeſſo. Planetæ quidem quinque reliqui reſpectu Telluris noſtræ nunc progrediuntur; nunc ſtationarii ſunt; nnnc etiam regrediuntur. At Solis reſpectu ſemper progrediuntur, idque propemodum uniformi cum motu, ſed paulo celerius tamen in Periheliis, ac tardius in Apheliis; ſic ut arearum deſcriptio ſit æquabilis. Propoſitio hæc Aſtronomis in univerſum notiſſima in Jove adprime demonſtratur per Satellitum eclipſes ad calculum redactas huic hypotheſi innixas & apparentibus ad amuſſim congruas. Hiſce enim Eclipſibus Heliocentricum Jovis Locum ſive Longitudinem & Diſtantiam à Sole accuratiſſime determinari jam diximus.

LXXIII. Luna radio ad centrum Terræ ducto aream tempori æquali ſemper æqualem fere, & in univerſum aream tempori fere proportionalem ſemper deſcribit.

Patet hoc ex Lunæ motu apparente cum ipſius diametro apparente, ejuſdem diſtantiæ tantum non reciproce proportionali, collata. Tempori autem aream non accurate ſed *fere* proportionalem aſſerui, quod perturbatur iſta areæ proportionalitas aliquantulum à vi Solis; uti olim explicuimus. Sin iſtam perturbationem aliunde natam demamus, Propoſitio erit æque accurata in Luna, ac eſt in reliquis Planetis; idque propter eandem prorſus rationem.

LXXIV. Planetæ circumjoviales radiis ad centrum Jovis ductis areas deſcribunt temporibus quidem æqualibus

libus ſemper æquales, & in univerſum temporibus ſemper proportionales. Eorumque Tempora Periodica ſunt in ratione ſeſquialtera diſtantiarum ab ipſius centro.

Conſtat pars Propoſitionis utraque ex obſervationibus Aſtronomicis. Orbes enim horum Satellitum non differunt ſenſibiliter à circulis Jovi concentricis, & motus eorum in his circulis uniformes deprehenduntur. Tempora etiam Periodica eſſe in ratione ſequialtera ſemidiametrorum orbium conſentiunt Aſtronomi. Et Cl. Flamſtedius, qui omnia micrometro & per eclipſes Satellitum accuratius definivit, literis ad ipſum Newtonum datis; quinetiam numeris ſuis cum ipſo communicatis ſignificavit rationem illam ſeſquialteram tam accurate obtinere quam ſit poſſibile ſenſu deprehendere. Id quod ex Tabellis ſequentibus erit manifeſtum.

Tempora Periodica.

	D.		H.		′.
1	1	—	18	—	$28\frac{3}{5}$
2	3	—	13	—	$17\frac{9}{10}$
3	7	—	3	—	$59\frac{3}{5}$
4	16	—	18	—	$5\frac{1}{5}$

Diſtantiæ à Centro Jovis.

	1	2	3	4	
E Caſſin.	5	8	13	23	*Semidiam. Jovis.*
Borello.	$5\frac{2}{3}$	$8\frac{2}{3}$	14	$24\frac{2}{3}$	
Townleo per microm.	5L51	8L78	13L47	24L72	
Flamſtedio per microm.	5L31	8L85	13L98	24L23	
Flamſt. per eclips. Satel.	5L578	8L876	14L159	24L903	
Ex Tempor. Period.	5L578	8L878	14L168	24L968	

LXXV. Planetæ Circumſaturnii radiis ad centrum Saturni ductis areas deſcribunt temporibus quidem æqualibus ſemper æquales; & in univerſum temporibus ſemper proportionales. Eorumque Tempora Periodica ſunt in ratione ſeſquialtera diſtantiarum ab ipſius centro.

Conſtat etiam pars utraque ex obſervationibus Aſtronomicis. Orbes enim horum ſatellitum vix differunt ſenſibiliter à circulis Saturno concentricis; & motus eorum in his circulis propemodum uniformes deprehenduntur. Tempora etiam Periodica eſſe in ratione ſeſquialtera ſemidiametrorum orbium ſequentes Tabellæ, quas è Cl. Hugenio hic damus, cuilibet rem ad calculum revocanti demonſtrabunt.

Coſmotheor. Pag. 101. 102.

Tempora Periodica.

	D.	H.	′.	″.
1	1 —	21 —	18 —	31
2	2 —	17 —	41 —	27
3	4 —	13 —	47 —	16
4	15 —	22 —	41 —	11
5	79 —	7 —	53 —	57

Diſtantiæ à centro Saturni.

1	$\frac{19}{40}$	*Diametr. Annuli.*
2	$1\frac{1}{4}$	
3	$1\frac{3}{4}$	
4	4	
5	12	

Hiſce ita expoſitis, æquum eſſet ut Gravitatis Vires & Legem ex iiſdem deduceremus. Sed hæc Prælectioni proximæ deputabimus.

Novemb. 17. 1707.

XXXIII.

LXXVI. VIRES quibus ſex Planetæ Primarii cum ſatellitibus ſuis perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis & in orbibus ſuis retinentur, Solem reſpiciunt; & ſunt reciproce ut quadrata diſtatiarum ab ipſius centro.

Ob

Ob æquabilitatem enim arearum circa ſolem deſcriptarum, vires hæ ad Solem tendunt. Et ob Tempora Periodica in ratione diſtantiarum ubique ſeſquialtera, Virium Quantitas eſt ubique in duplicata diſtantiarum à Sole ratione reciproca; uti olim demonſtravimus. Pars etiam ſecunda hujus Propoſitionis accuratiſſime demonſtratur per figuram orbium. Si enim Planetæ moverentur circa Solem in Spiralibus radios in dato angulo ſecantibus, vires centripetæ eſſent in diſtantiarum ratione triplicata, vel ut Cubi diſtantiarum reciproce. Si autem moverentur in Ellipſibus centra ſua in Solis centro habentibus, Vires centripetæ eſſent in ipſa diſtantiarum ratione directa. Cum autem moveantur omnes in Ellipſibus Umbilicos ſuos in Solis centro habentibus, uti apud Aſtronomos in confeſſo eſt, vires centripetæ erunt in ratione diſtantiarum duplicata reciproca.

Quod etiam certiſſime demonſtratur per Apheliorum quietem. Ubi enim ratio hæc reciproca duplicata accurate obtinet, quieſcunt Aphelia: ubi ratio ad triplicatam vergit, Progrediuntur: ubi ad ſimplicem rationem accedit, Regrediuntur. Quies itaque Apheliorum in Planetis Primariis indicio eſt vim centripetam eſſe accurate in ratione diſtantiarum duplicata reciproca.

LXXVII. Vires quibus Planetæ Circumjoviales & Circumſaturnii perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis, & in orbibus ſuis retinentur, reſpiciunt centrum Jovis & centrum Saturni reſpective; & ſunt reciproce ut quadrata diſtantiarum ab iiſdem centris.

Ob æquabilitatem arearum circa centra Jovis & Saturni reſpective deſcriptarum, vires hæ ad centra Jovis & Saturni tendunt. Et ob Tempora Periodica in ratione diſtantiarum à centris Jovis & Saturni ſeſquialtera, virium quantitas eſt ubique in ratione diſtantiarum ab iſtis centris duplicata reciproca. Cum autem Satellites Circumjoviales & Circumſaturnii in circulis aut ellipſibus à circulis haud ſatis ſenſibiliter diverſis moveantur, nihil ex orbium figura inferri poteſt. Nec proinde ex

Aphêlio-

Apheliorum quiete. In circulis enim Apſidum linea eſt nulla; atque proinde nihil de ejuſdem quiete aut motu affirmari poteſt.

LXXVIII. Vires quibus Luna perpetuo retrahitur à motu rectilineo, & in orbe ſuo retinetur, reſpiciunt Centrum Terræ; & ſunt reciproce ut quadratum diſtantiæ locorum ab ipſius centro.

Ob æquabilitatem areæ circa centrum Terræ ubique deſcriptæ, niſi quatenus aliquantulum per vim Solis perturbatricem mutatur; vires hæ ad centrum Terræ tendunt. Et ob figuram Orbis Lunaris Ellipticam circa Telluris centrum in Ellipſeos Umbilico poſitum, virium Quantitas eſt ubique in ratione diſtantiarum ab iſto centro duplicata reciproca. Quanquam enim figura hæc Lunaris orbitæ non ſit prorſus Elliptica, neque proinde motus fiat circa centrum Telluris in Ellipſeos Umbilico accurate poſitum; cum tamen omnis hæc varietas aliunde accedat, & à vi Solis perturbatrice ſolummodo oriatur, Figura per ſe eſſe Ellipſis, & Terra in ejus Umbilico primario collocari eſt intelligenda: & proinde vires propriæ centripetæ ſunt in ratione duplicata diſtantiarum à centro Telluris reciproca. Cum autem unicus hic Satelles Terram ambiat, Tempora periodica inter ſe conferenda nullum hic locum habent. Attamen Motus Lunaris Apogæi tardiſſimus indicio eſt vires centripetas à ratione reciproca duplicata parum admodum diſcrepare. Patet enim per Newtoni calculum ex tardo Apogæi progreſſu, quod vis centripeta Lunæ verſus Terram vicibus pluſquam ſexaginta propius ad rationem hanc duplicatam quam ad triplicatam accedat. Oritur autem tota hæc differentiola ab actione Solis perturbatrice, uti olim expoſuimus: & propterea hic negligenda eſt. Reſtat igitur ut vis illa quæ ad Terram ſpectat ſit reciproce ut quadratum diſtantiæ à centro Terræ: Id quod etiam plenius conſtabit conferendo hanc vim Lunæ centripetam cum vi gravitatis in ſuperficie Telluris; ut fiet in ſequente Propoſitione.

LXXIX.

LXXIX. Luna Gravitat perpetuo in Terram; & vi gravitatis retrahitur ſemper à motu rectilineo, & in orbita ſua retinetur.

Ex calculo enim virium centripetarum Lunam in orbita ſua perpetuo retinentium, cum vi gravitatis per experimenta pendulorum accuratiſſime inſtituta apud nos cognita & collata, conſtat vires haſce ejuſdem omnino eſſe quantitatis, & verſus idem Terræ centrum tendentes, uti olim oſtendimus. Et propterea, vis qua Luna in orbita ſua retinetur illa ipſa eſt quam nos *Gravitatem* dicere ſolemus. Nam ſi gravitas ab ea diverſa ſit, corpora viribus utriſque conjunctis Terram petendo duplo velocius deſcendent, & ſpatio minuti unius ſecundi cadendo deſcribent non pedes 16$\frac{1}{12}$, ut experientia conſtat; ſed 32$\frac{1}{6}$. omnino contra experientiam. Vis itaque centripeta qua Luna in orbita ſua perpetuo retinetur, ea ipſa vis eſt quam nos gravitatem dicimus, & qua omnia corpora in ſuperficie Terræ ab eadem ſeparata verſus eam cadunt; in duplicata nimirum diſtantiæ ratione reciproca; & ea velocitate qua 16$\frac{1}{12}$ pedes Anglicos tempore minuti unius ſecundi cadendo deſcribunt.

LXXX. Planetæ Circumjoviales gravitant in Jovem, & Circumſaturnii in Saturnum, & circumſolares in Solem; & vi gravitatis ſuæ retrahuntur ſemper à motibus rectilineis, & in orbibus curvilineis retinentur. Nam revolutiones Planetarum Circumjovialium circa Jovem, & Circumſaturniorum circa Saturnum, & Circumſolarium circa Solem ſunt Phænomena ejuſdem generis cum revolutione Lunæ circa Terram; & proptereà à cauſis ejuſdem generis dependere debent. Præſertim cum demonſtratum ſit quod vires à quibus revolutiones illæ dependent, reſpiciant centra Jovis, Saturni, ac Solis; & recedendo à Jove, Saturno, & Sole decreſcant eadem ratione ac lege qua vis gravitatis decreſcit in receſſu à Terra.

Coroll. (1.) Igitur Gravitas datur in Planetas univerſos. Nam Venerem, Mercurium, cæteroſque Planetas eſſe corpora ejuſdem generis cum Jove & Saturno

nemo

nemo dubitat. Certe Planeta quivis Circumſaturnius gravis eſt in Saturnum, & Circumjovialis in Jovem: Et cum attractio omnis, per Motus Legem 5. mutua ſit, Saturnus viciſſim gravitabit in Satellites ſuos; & Jupiter in ſuos; Terraque in Lunam; & Sol in Planetas omnes, tum Primarios, tum Secundarios gravitabit.

Coroll. (2.) Gravitas quæ Planetam unumquemque reſpicit, eſt reciproce ut quadratum diſtantiæ locorum ab ipſius centro.

LXXXI. Corpora omnia in Planetas ſingulos gravitant: & Pondera eorum in eundem quemvis Planetam, paribus diſtantiis à centro Planetæ, Proportionalia ſunt quantitati materiæ in ſingulis.

Deſcenſus gravium omnium in Terram, dempta ſaltem inæquali retardatione quæ ex aeris reſiſtentia oritur, æqualibus temporibus fieri jamdudum fuit obſervatum, & nos prius obſervavimus, ſive corpora deſcendentia magna ſint, ſive parva; ſive liquida ſint, ſive dura; ſive ſolida ſint, ſive fluida. Quod quidem ad amuſſim congruit tum experimentis corporum directe deſcendentium, cum præcipue pendulorum in arcubus ſive circularibus ſive cycloidalibus oblique deſcendentium. Hæc enim omnia ad eandem centri oſcillationis à centro ſuſpenſionis diſtantiam per arcus æquales demiſſa æqualia prorſus temporis ſpatia in deſcenſu & aſcenſu impendunt, & eunt ſimul redeuntque diutiſſime. Proinde, cum obliquitas motus curvilinearis ſit in hoc caſu ubique ſimilis & æqualis, eadem corpora ſimul dimiſſa in ſpatio vacuo paribus temporibus paria omnino ſpatia in deſcenſu vel aſcenſu perpendiculari impendunt: & proinde pondere materiæ quantitati ubique ad amuſſim proportionali impelluntur. Ubi enim materiæ quantitas dupla vel tripla, vi etiam in univerſum dupla vel tripla urgetur, nec aliter, velocitas motus erit ſemper æqualis: hoc eſt, ubi quælibet cujuſque corporis particula æqualis æquali gravitatis vi urgetur, ſumma omnium ſive in magno corpore, ſive in parvo proportionali gravitatis

vi

vi urgebitur; & omnes particulæ mutuos conatus neque accelerantes neque retardantes pari ſemper velocitate deſcendent, & æquali vi in terram gravitabunt. Quod vero experimenta corporum pendulorum ſic ſe habeant, prius oſtendimus: & rem ſigillatim tentavit Newtonus in auro, argento, plumbo, vitro, arena, ſale communi, ligno, aqua, & tritico e. g. Duarum Pixidum lignearum rotundarum & æqualium unam implevit ligno; & idem auri pondus ſuſpendit quam potuit exacte in alterius centro oſcillationis. Pixides ab æqualibus pedum undecim filis pendentes conſtituebant pendula quoad pondus, figuram, & aeris reſiſtentiam omnino paria. Et paribus oſcillationibus juxta poſitæ ibant una & redibant diutiſſime. Et in corporibus ejuſdem ponderis, differentia quantitatis materiæ, quæ vel minor eſſet quam pars milleſima materiæ totius, his experimentis manifeſto deprehendi potuit. Jam vero Naturam gravitatis in Planetas reliquos & Solem ipſum eandem eſſe atque in Terram nullus eſt ſatis ſonticus dubitandi locus. Quod etiam ex figura omnium ſphærica, per mutuum partium omnium ad ſe mutuo gravitantium æquipondium nec aliunde facile deducenda, liquere poteſt. Porro, Elevari fingantur corpora hæc terreſtria ad uſque orbem Lunæ, & una cum Luna motu omni privata demitti, ut in terram ſimul cadant: Per nuper Oſtenſa certum eſt quod temporibus æqualibus deſcribent æqualia ſpatia atque Luna ipſa deſcriberet; adeoque quod ſunt ad quantitatem materiæ in Luna, ut pondera ſua, ad ipſius pondus. Præterea, quoniam Satellites Jovis, & Saturni temporibus revolvuntur quæ ſunt in ratione ſeſquialtera diſtantiarum à Centris Jovis & Saturni, erunt eorum gravitates acceleratrices in Jovem & Saturnum reciproce ut quadrata diſtantiarum ab iſtis centris: & propterea æqualibus à Jove & Saturno diſtantiis omnibus, eorum gravitates acceleratrices evadent æquales; & corpora omnia æque afficient. Atque proinde temporibus æqualibus ab æqualibus altitudinibus cadendo deſcriberent

ſcriberent æqualia ſpatia, perinde ut ſit in gravibus in hac terra noſtra. Et eodem argumento Planetæ Circumſolares ab æqualibus à Sole diſtantiis dimiſſi, deſcenſu ſuo in Solem æqualibus temporibus æqualia ſpatia deſcriberent. Porro Jovis & Saturni & eorundem Satellitum pondera in Solem proportionalia eſſe quantitati materiæ earum, patet ex motu Satellitum quam maxime regulari, & orbitis Jovi & Saturno fere concentricis. Nam ſi horum aliqui magis traherentur in Solem, pro quantitate materiæ ſuæ, quam cæteri, motus Satellitum ex inæqualitate attractionis perturbarentur; & in tantum quidem perturbarentur ut ſi, æqualibus à Sole diſtantiis, gravitas acceleratrix Satellitis alicujus Jovialis, verbi gratia in Solem major eſſet vel minor quam gravitas acceleratrix Jovis in Solem parte tantum milleſima totius gravitatis, ex ipſius Newtoni calculo foret diſtantia centri Orbis Satellitis à Sole major vel minor quam diſtantia Jovis à Sole parte bis-*milleſima* diſtantiæ totius; in ſubduplicata nimirum diſtantiæ ratione; id eſt, parte quinta diſtantiæ Satellitis extimi à centro Jovis. Quæ quidem orbis eccentricitas foret valde ſenſibilis. Sed Orbes Satellitum Jovis ſunt Jovi concentrici; & propterea gravitates acceleratrices Jovis & Satellitum in Solem æquantur inter ſe. Et eodem argumento pondera Saturni & Satellitum ejus in Solem, æqualibus à Sole diſtantiis, ſunt ut quantitates materiæ in ipſis. Et pondera Lunæ ac Terræ in Solem pariter ſunt earum maſſæ accurate proportionalia. Eodem modo res ſeſe habet quoad pondera partium ſingularum Planetæ cujuſque in alium quemque; ſive partes ſint internæ, ſive externæ: Nam ſi partes aliquæ plus, aliæ minus gravitarent quam pro quantitate materiæ totius, Planeta totus vel Satelles pro genere partium quibus maxime abundaret, gravitaret magis vel minus quam pro quantitate materiæ totius; omnino contra experientiam. [Sed hæc hactenus. Corollaria enim

hujus

hujus Propoſitionis utiliſſima Prælectioni proximæ reſervabimus.]

Novemb. 24°. 1707.

XXXIV.

Coroll. (1.) HINC Pondera corporum minime pendent ab eorum formis & texturis. Nam ſi cum formis variari & mutari poſſent, forent majora vel minora pro varietate formarum in æquali materia; omnino contra experientiam.

In Scholis recens reparatis.

Coroll. (2.) Igitur corpora univerſa quæ circa terram ſunt, ſive ligna, ſive metalla, ſive lapides, ſive aqua, ſive aer, ſive vapores, gravia ſunt in terram; & pro ratione materiæ æqualiter gravia. Si Cortex, vel Lana, vel Aer, pondo unius libræ in vacuo æquivaleat, & Aurum, vel Argentum vivum, vel Æs eidem pondo ibidem æquivaleat, Quantitas materiæ erit in omnibus omnino æqualis.

Coroll. (3.) Pondus itaque corporum quorumcunque in vacuo eſt certiſſimus quantitatis materiæ Index. In corporibus enim mole æqualibus tanta eſſe ſolet denſitatis diverſitas, ut ex apparente corporis magnitudine nullo modo de materiæ in eodem contentæ quantitate ſtatui poſſit. Cum vero illa ponderi ſit ubique proportionalis, ex eodem pondere certiſſime determinari poteſt.

Coroll. (4.) Itaque Vacuum neceſſario datur. Nam ſi ſpatia omnia Plena eſſent, gravitas ſpecifica fluidi quo Regio aeris impleretur, imo & vacui cujuſvis quod vocamus Boyleanum ob denſitatem materiæ omnino ſummam & perfectiſſimam, ſive potius infinitam, nil cederet gravitati ſpecificæ argenti vivi, vel auri, vel corporis alterius cujuſcunque denſiſſimi. Et propterea nec aurum ipſum

cor-

corporum omnium ſpecifice graviſſimum, in aere deſcendere poſſet: omnino contra experientiam. Ut omittam argumenta omnem omnino motum in ſpatio pleno tollentia; quæ quidem ſatis per ſe ſolida videntur.

Coroll. (5.) Cum ex pondere æque ac reſiſtentia quantitas materiæ ubique innoteſcat; & cum ex pondere liqueat corpora pleraque omnia apud terram multo plus ſpatii vacui quam materiæ ſolidæ in ſe continere; cum etiam ex minima & plane imperceptibili Planetarum Cometarumque reſiſtentia liqueat ſpatia cœleſtia ſive ætherea omni quaſi materia eſſe vacua; quin & Planetas & Cometas ipſos, imo & Solem Stellaſque fixas, quaſi nihili puncta, inſtar ætheris vacui quaſi evaneſcere; Palam eſt rerum naturam adeo non *à Vacuo abhorrere*, quod ſomniarunt haud pauci, præſertim Carteſiani, ut ea potius parum in ſe præter Vacuum contineat. Tantillum poteſt ingenium humanum in Operibus Dei inveſtigandis, ubi Experimenta deſunt, & ratiocinia Mathematica! Vix enim, ut opinor, Sagaciſſima Carteſii ipſius mens, hiſce fundamentis deſtituta, vel ſemel veras rerum cauſas Phyſicas, & inventis nuperis congruas excogitare potuit.

Coroll. (6.) Gravitatis vis eſt generis diverſi à vi magnetica. Attractio enim magnetica non eſt ut materia attracta; cum corpora aliqua magis, alia minus, plurima non omnino attrahantur. Eſtque vis magnetica longe major pro quantitate materiæ quam vis gravitatis, cum magnes perexiguus ipſam totius telluris vim attrahentem exuperare poſſit, & clavem ferream ſuſtollere. Sed & vis magnetica in eodem corpore intendi & remitti poteſt; in receſſu vero à magnete decreſcit in ratione diſtantiæ pluſquam duplicata, quæ tamen eſt ratio gravitatis perpetua, propterea quod vis longe fortior ſit in ſuperficierum contactu quam cum attrahentia vel minimum ab invicem ſeparantur.

LXXXII. Vis gravitatis corpora univerſa, Syſtema ſaltem Solare occupantia, ſpectat; & proportionalis eſt

quan-

quantitati materiæ in ſingulis. Planetas omnes in ſe mutuo graves eſſe; & gravitatem in unumquemque ſeorſim ſpectatum eſſe reciproce ut quadratum diſtantiæ locorum à centro Planetæ jamjam probavimus. Si quid dubii oriri poſſet illud certe eſſet de gravitate unius Primarii Planetæ in alium: nam de communi omnium ad centralia ſua corpora gravitate res per demonſtrata priora planior eſt quam ut ullo modo poſſit labefactari. Quin & non deeſt indicium apertum gravitatis etiam Planetas diverſos ſpectantis. Cum enim ante aliquot annos Saturnus circa conjunctionem cum Jove diu hæſiſſet, & proinde ob corporis magnitudinem & viciniam non potuit non ſenſibiles aliquos effectus in Jovis Satellitibus perturbandis edere, ſi modo Jupiter cum ſuis Satellitibus ad Saturnum pro univerſa hac attractionis mutuæ lege gravitaret, res ipſa revera ita ſe habuiſſe eſt comperta. Ipſe enim Cl. Flamſtedius qui primitus talem ullam in motibus Satellitum Jovis perturbationem abnueret, re melius perpenſa, & obſervationibus cum calculo accuratius collatis ingenue faſſus eſt iſtam univerſalem gravitatis legem etiam hoc caſu valuiſſe; motuſque iſtos, prout fieri debuit, perturbatos à Saturni vicinia, & calculis prioribus minus congruos reapſe apparuiſſe. Conſequens itaque eſt per Prop. 81. ejuſque Corollaria gravitatem dari in omnes Planetas, & eam proportionalem eſſe materiæ in iiſdem contentæ.

Porro, cum Planetæ cujuſvis, puta Mercurii, partes omnes graves ſint in Planetam quemvis alium, puta Venerem; & gravitas particulæ cujuſque, ſit ad gravitatem totius, ut materia partis, ad materiam totius; & actioni omnis reactio (per motus Legem 5.) æqualis ſit, Venus in partes omnes Mercurii viciſſim gravitabit; & erit Gravitas Veneris in partem unamquamque, ad gravitatem ſuam in totum, ut materia partis, ad materiam totius.

Corollarium. Oritur igitur & componitur gravitas in Planetam quemvis totum ex gravitate in partes ſingu-

las; uti ſit in attractionibus Magneticis, & Electricis: ubi quo majus eſt attrahens, eo cæteris paribus major eſt attractio. Oritur enim attractio omnis in totum ex attractionibus in partes ſingulas; nec aliter res rite concipi poteſt. Hoc facilius intelligetur in gravitate, concipiendo Planetas plures minores, omnia corpora ſeorſim attrahentes, in unum globum coire, & majorem Planetam componere. Nam vis totius ex viribus partium componentium oriri omnino debet. Si quis objiciat, Quod corpora omnia quæ apud nos ſunt, hac lege gravitare deberent in ſe mutuo; cum tamen ejuſmodi gravitas neutiquam ſentiatur; Reſponſio facilis eſt; quod gravitas in hæc corpora, cum ſit ad gravitatem in terram totam, pari diſtantia, ut ſunt hæc corpora, ad Terram totam, longe minor eſt, quam ut ullo indicio ſenſibili dignoſci poſſit.

Coroll. (2.) Gravitatio in ſingulas corporis particulas æquales eſt reciproce ut quadratum diſtantiæ locorum à particulis.

LXXXIII. Si Globorum duorum in ſe mutuo gravitantium materia undique in regionibus quæ à centris æqualiter diſtant homogenea ſit, erit pondus Globi alterutrius in alterum reciproce ut quadratum diſtantiæ inter centra.

Poſtquam inveniſſet Cl. Newtonus gravitatem in Planetam totum oriri & componi ex gravitatibus in partes, & eſſe in partes ſingulas reciproce proportionalem quadratis diſtantiarum à partibus, dubitabat, an reciproca illa proportio duplicata obtineret accurate in vi tota ex partibus pluribus compoſita; an vero quamproxime. Nam fieri potuit ut proportio illa in majoribus diſtantiis ſatis obtineret; at prope ſuperficiem Planetæ ob inæquales particularum diſtantias & ſitus diſſimiles notabiliter erraret. Tandem vero per Prop. 44 & 45. & ipſarum Corollaria eandem proportionem in ſphæricis corporibus, ad eandem ubique à centris diſtantiam æque denſis, accurate obtinere intellexit.

LXXXIV.

LXXXIV. *Problema.* Pondera corporum in diverſos Planetas vel in Solem, ad datas diſtantias ab iſtorum centris definire.

Casus (1.) Pondera corporum extra Planetarum ſuperficiem ad diſtantias æquales definire. Nimirum cum pondera ad diſtantias æquales ſint ut quantitates materiæ in Planetis verſus quos fit gravitatio, & cum iſtud pondus vel materiæ quantitas ex ejus attractionis quantitate, tanquam cauſa ab effectu, unice dignoſci poſſit; cum demum iſta attractionis quantitas ſit proportionalis velocitatum in æqualibus hiſce circulis quadratis directe, vel temporum periodicorum quadratis reciproce; ex velocitatum quadratis Rationes Ponderum facillime innoteſcent. Ex Temporibus itaque periodicis Planetarum alios circa ſe revolventes habentium prius exhibitis hujuſmodi orietur ratio ponderum in Solem, Jovem, Saturnum, ac Terram reſpective:

Pondus in	*Solem*	———	229600
	Jovem	———	208L72
	Saturnum	———	97L328
	Terram	———	1
	Et *in Lunam*	———	0$\frac{1}{26}$

Iidem autem numeri qui *ponderis* rationem etiam & *quantitatis materiæ* rationem oſtendunt. Hac autem analogia tempora periodica diſtantiis realibus congrua ad periodica tempora diſtantiæ datæ cuilibet congrua facile reducentur: nimirum ut Diſtantiæ realis Cubus, ſe habet ad diſtantiæ datæ Cubum, ita Temporis realis periodici Quadratum, ad quartum numerum, ſive ad Temporis Periodici quæſiti Quadratum. Hujuſce igitur numeri radix quadratica dabit Tempus ipſum Periodicum quæſitum. Et hoc pacto rationes ponderum & materiæ in Sole, Jove, Saturno, & Terra obtinemus. Luna autem, cum nullum Satellitem circum ſe habeat, & proinde hujuſmodi indicium nullum ponderis

in ſe aut materiæ contentæ exhibeat, in æſtu autem marino aliud indicium olim exponendum exhibeat, Inde nos eandem mutuo acceptam hic loci reliquis adſcribendam duximus.

CAS. (2.) Pondera Corporum ad ſemidiametrorum Planetariarum diſtantias, ſive in Planetarum ſuperficiebus definire. Eadem nempe methodo ac in priore caſu, & ſimili prorſus analogia ad particulares haſce diſtantias accommodata. Quo calculo, ſi ſemidiametros Planetarum juxta Flamſtedium determinatas pro veris habeamus, ſic ſe res habebit,

Sol	*Patet ſecundum diametrum.*	763460	*Milliaria Anglica.*
Saturnus		67870	
Jupiter		81155	
Mars		4444	
Tellus		7935	
Luna		2175	
Venus		7906	
Mercurius		4240	

Pondus ergo corporum æqualium in Planetarum ſuperficiebus ſic ſe habet.

In	*Solem*	24
	Terram	1
	Jovem	1L99
	Lunam	L515
	Saturnum	1L7

Atque hæc impræſentiarum ſufficiant. Reliqua enim in Prælectionem proximam differentur.

April 26. 1708.

XXXV.

XXXV.

LXXXV. PROBLEMA. Denſitates Planetarum definire. Nimirum cum quantitatem materiæ in Planetis quinque in caſu priore ultimæ Propoſitionis determinatam habeamus; & cum Diametros omnium Planetarum ſecundum Flamſtedium in caſu ſecundo etiam habeamus determinatam; Exinde facile fuerit è data materiæ quantitate in datis ſphæris contenta ejuſdem materiæ denſitatem calculo determinare: quam itaque Tabella appoſita exhibebit.

Denſitas	*Lunæ* ——	7,00
	Terræ ——	3,87
	Solis ——	1,00
	Jovis ——	,76
	Saturni ——	,60

LXXXVI. Gravitas pergendo à ſuperficiebus Planetarum deorſum decreſcit in ſimplici ratione diſtantiarum à centris quam proxime.

Si enim Planetæ materia quoad denſitatem uniformis eſſet, obtineret hæc ratio accurate; per Prop. 47. Error igitur tantus eſt, quantus ab inæquali denſitate oriri poſſit.

Corollarium. Gravitas itaque corporum in ipſis Planetarum ſuperficiebus eſt omnium maxima, & utrinque decreſcit; eſtque ſurſum in duplicata reciproca diſtantiæ ratione, deorſum vero in ſimplici ratione directa.

LXXXVII. Motus Planetarum & Cometarum in cœlis diutiſſime conſervari poſſunt.

Cum enim Mediorum reſiſtentia, quæ ſola motus hoſce ſemel incæptos retardare & ſiſtere poſſet, minuatur in ratione ponderis ſive materiæ denſitatis; ſic ut aqua, quæ vicibus fere quatuordecim levior eſt quam argentum vivum, minus reſiſtat in eadem ratione; & aer, qui vicibus fere mille levior eſt quam aqua, minus re-

ſiſtat in eadem ratione; Si ultra Atmoſphæram noſtram, ipſam quoque quaſi in infinitum gradatim rareſcentem, in cœlos, ubi pondus vel denſitas medii, in quo Planetæ moventur, diminuitur in immenſum, reſpiciamus, reſiſtentia tantilla erit ut per millennia aliquot vix evadat ſenſibilis: uti revera fuiſſe inſenſibilem motus cœleſtes à primis Aſtronomiæ incunabulis ſine notabili mutatione aut jactura hucuſque perſiſtentes evincunt.

Corollarium. Cum vero in tempore infinito perexigua iſta Reſiſtentia, ſi qua ſit, omnes iſtos motus debuerit retardare, penituſque ſiſtere, palam eſt ex iſta hypotheſi hodiernum cœlorum ſtatum nec à parte ante fuiſſe, nec à parte poſt futurum æternum. Præſertim autem hoc omnino valebit alio nomine, ſi nempe vim gravitatis in tota rerum Univerſitate, & non tantum in Syſtemate Solari obtinere, cum Newtono, ſtatuamus. Si enim Fixæ ſtellæ, ſive Soles, cum Planetis ſuis Cometiſque qualicunque exiſtunt numero, modo non ſit infinitus, Gravitatis vi ſubjecti fuerint, longo demum tempore vis iſta ea omnia una contraxiſſet, & in Univerſi gravitatis centro communi congeſta quieſcere juſſiſſet. Quod etiam tempore infinito futuro ex eodem hypotheſi, ſine Divinæ Providentiæ interpoſitu, neceſſario eſt eventurum. Ut itaque Præſens rerum ſtatus tempore certo cœpit, à Dei O. M. nutu & potentia inchoatus; ita tandem aliquando fieri poteſt ut finem ſortiatur: cum ſcilicet Beneplacito Divino id viſum fuerit: ſine cujus etiam perenni actione, unde Vis hæc miranda gravitatis dependet tota, ne minimum temporis ſpatiolum perdurare poteſt.

LXXXVIII. Commune centrum gravitatis Terræ, Solis, & Planetarum omnium aut quieſcit, aut movetur uniformiter in linea recta. Hoc ex prius demonſtratis liquet. Neque ſane ullo certo indicio apparet utrum quieſcat an moveatur. Hoc tantum ſtatuere licet, Quod ſi moveatur centrum illud, & cum eo Solare Syſtema ut moveatur eſt neceſſe. Stellæ enim

fixæ nos undique cingentes nec majores ex ulla parte nec minores nobis hodie apparent quam antiquis Aſtronomis ante annos bis mille apparuiſſe narrantur. Quod quidem phænomenon aut centri gravitatis quietem, aut ſaltem motum tardiuſculum monſtrare videtur.

Coroll. (1.) Hinc commune centrum gravitatis Solis & Planetarum omnium pro centro Syſtematis Solaris ſive Mundi Planetarii habendum eſt. Nam cum Sol & Planetæ omnes gravitent in ſe mutuo, & propterea pro vi gravitatis ſuæ ſecundum leges motus prius expoſitas perpetuo agitentur; Perſpicuum eſt quod horum centra mobilia pro Mundi centro quieſcente haberi nequeunt. Si corpus illud in Centro locandum ſit in quod corpora omnia maxime gravitant, & quod centro immobili eſt proximum, uti rationi eſt maxime conſentaneum, privilegium illud concedendum eſt Corpori Solari; quod itaque phyſice loquendo *Centrum Mundi Planetarii* jure merito eſt habendum. Sin accurate & mathematice loqui velimus, cum Sol ipſe moveatur, & nullum corpus ſenſibile quieſcat in centro, Eligendum erit Centrum Gravitatis totius Syſtematis pro Mundi noſtri Centro: quod quidem Centrum revera quieſcere videtur: & à quo Centrum Solis quam minime diſcedit, Phyſice itaque Sol ipſe, Mathematice autem Centrum iſtud Gravitatis eſt Mundi noſtri Centrum.

Coroll. (2.) Nulla ergo datur perfecta quies in natura rerum. Quieſcat enim commune Syſtematis Centrum; at *ſolum* certe quieſcit: omnibus Syſtematis partibus perpetuo motis. Et cum centrum gravitatis ſit non corpus phyſicum, ſive reale, ſed punctum mathematicum, ſive plane nihil, ex hoc ratiocinio ſequitur omnino nihil reale quieſcere; ſive nullam dari in Syſtemate Solari corporum realem & perfectam Quietem.

LXXXIX. Corpus Solare nunquam quieſcit; ſed motu perpetuo agitatur. Nunquam vero longe recedit à communi omnium Planetarum Gravitatis centro.

Nam cum quantitas materiæ in Sole, ſit ad quantitatem materiæ in Jove, ut 229.600 ad 208,72. ſive ut 1100 ad 1. & diſtantia Jovis à Sole, ſit ad ſemidiametrum Solis, ut 424.000.000, ad 381.730. ſive ut 1100 ad 1, hoc eſt, in eadem ratione circiter; Commune centrum gravitatis Jovis & Solis, ad diſtantiam corporibus ipſis reciproce proportionalem poſitum, incidet fere in ſuperficiem Solis. Eodem argumento cum quantitas materiæ in Sole, ſit ad quantitatem materiæ in Saturno, ut 229.600 ad 97,328. ſive ut 2360 ad 1. & diſtantia Saturni à Sole, ſit ad ſemidiametrum Solis ut 777.000.000 ad 381.730. ſive in ratione paulo minori; incidet commune centrum gravitatis Saturni & Solis in punctum paulo infra ſuperficiem Solis. Unde Commune centrum gravitatis Jovis & Saturni ex parte una, & Solis ex altera parte poſitorum integra Solis Diametro à centro Solis minime diſtabit. Et ejuſdem calculi veſtigiis inſiſtendo, ſi Terra & Planetæ omnes ex una Solis parte conſiſterent, propter reliquorum parvitatem & viciniam, Commune omnium centrum gravitatis vix integra Solis Diametro à centro Solis diſtaret. Aliis vero in caſibus, quod plerumque fit, diſtantia centrorum minor erit: & ubi Planetæ hinc inde poſiti ſibi mutuo æquiponderent, plane nulla. Propterea, licet centrum illud gravitatis revera quieſcere ſupponatur, Sol pro vario Planetarum ſitu in omnes partes aliquantulum movebitur; ſed à communi illo gravitatis centro nunquam longe recedet.

XC. Planetæ omnes Primarii moventur in Ellipſibus, Umbilicum communem in Centro Solis habentibus; & radiis ad centrum illud ductis areas deſcribunt temporibus proportionales. Quæ etiam Propoſitio vera eſt in Secundariis circa Primariorum ſuorum centra revolventibus.

Hæc quidem ſupra ex Phænomenis Aſtronomicis deduximus. Jam vero cognitis & ſtabilitis motuum horum principiis, ex his colligimus motus cœleſtes à priori.

Ex

Ex gravitatis enim directione verſus centra Solis & Planetarum Primariorum, arearum deſcriptarum æquabilitas; & ex gravitatis lege verſus iſta centra, nempe in diſtantiæ ratione reciproca duplicata, figura iſta Orbium Elliptica circa Centra iſta in Umbilicis poſita neceſſario ſequitur; uti olim è Newtono demonſtravimus. Et hæc quidem ſe haberent accurate, ſi Sol & Planetæ Primarii quieſcerent, neque ſe in mutuo agerent. Forent enim orbes eorum ad rigorem Geometricum Elliptici, Solem Planetaſque Primarios in Umbilicis habentes; atque areæ deſcriptæ eſſent accurate æquabiles, ſive temporibus proportionales. Actiones autem Solis & Planetarum in ſe mutuo perexiguæ ſunt, ut merito contemni poſſint. Et motus Planetarum in Ellipſibus circa Solem & Primarios mobiles quam ſi immobiles eſſent minus perturbantur, uti olim obſervavimus. Unde phyſice loquendo, Propoſitio etiamnum Vera eſt cenſenda. Actio quidem Jovis in Saturnum ejuſque 5. Satellites; & Saturni in Jovem ejuſque 4. Satellites non eſt omnino contemnenda. Cum hi planetæ ingentes ſint, & ad maximam à Sole diſtantiam poſiti. Unde attractionibus ſuis mutuis circa conjunctiones ſuas heliocentricas, ob motuum tarditatem haud parvo etiam tempore durantes, inæqualites nonnullæ tam in orbitarum figuris quam in motibus utrinque orientur; vix tamen in ipſis Planetarum horum Primariorum, adeo ac in Satellitum, præſertim Jovialium motibus inæqualibus dignoſcendæ.

Scholium. Ex Cl. Newtoni calculo vis perturbatrix ſive Gravitas Saturni in Jovem, eſt ad Gravitatem Saturni in Solem, circa Planetarum iſtorum conjunctionem, ut 1 ad 217 circiter. Et Gravitatum Solis in Saturnum, & Jovis in Saturnum differentia, eſt ad gravitatem Jovis in Solem, ut 1 ad 1867. Cui quidem differentiæ proportionalis eſt vis maxima perturbatrix Saturni in Jovem. Unde perturbatio orbis Jovialis longe minor eſt quam ea Saturnii. Reliquorum autem

Orbium

Orbium perturbationes ex calculo adeo exiguæ deprehendentur, ut omnino debeant contemni.

XCI. Orbium Aphelia & Nodi quieſcunt.

Propter vim gravitatis in diſtantiæ ratione duplicata reciproca, Apſides & Aphelia per ſe quieſcere debent; uti prius monitum. Et propter vim eandem, punctum fere immobile ſemper reſpicientem, Orbium plana etiam debent quieſcere; & quieſcentibus planis ut Nodi ſive planorum interſectiones quieſcant eſt neceſſe. Notandum tamen inæqualitates nonnullas à Planetarum revolventium & Cometarum actionibus in ſe invicem labentibus ſeculis orituras; tantillas tamen, ut ob parvitatem plerumque contemni poſſint. Notandum etiam nos hic loci Centri Gravitatis ſyſtematis totius quietem, cum Aſtronomis omnino omnibus, ſupponere; etſi quietem iſtam, uti prius monuimus, nondum *demonſtrare* licuerit. His autem poſitis ſequentia Corollaria deducemus.

Coroll. (1.) Quieſcunt ſtellæ fixæ, propterea quod datas ad Aphelia Nodoſque quieſcentes poſitiones ſervant. Novum certe hoc ratiocinii Aſtronomici genus! ut ex Planetarum erraticorum ſyſtemate Inerrantium quies inferatur: cum è contra ex fixarum quiete ſuppoſita Planetarum motus determinare hactenus ſoliti fuerimus. Ignoratis nimirum ante Cl. Newtonum veris motuum cœleſtium cauſis hujuſmodi Corollaria nobiliſſima ut ignorarentur erat omnino neceſſum.

Coroll. (2.) Cum fixarum parallaxis, etiam annua, tantilla ſit, ut vix Obſervatoribus accuratiſſimis ſe tandem prodat, vires earum, ob immenſam corporum diſtantiam, nullos effectus ſortientur ſenſibiles in regione ſyſtematis noſtri.

Coroll. (3.) Unde ſequitur *Aſtrologiam Judiciariam*, quam vocant, non ſolum Planetarum ſed & Fixarum poſituris & influentiis innixam, omni certo fundamento carere: cum vires maximas eorum corporum ſupponat quas minimas plane, ſive potius omnino nullas

eſſe ſuperiori Corollario ſit recte obſervatum. Quin & hoc etiam addere liceat, vires Planetarum præter Solem & Lunam reliquorum, quas tantopere crepant Aſtrologi, aut ob diſtantias enormes, aut ob corporum parvitatem tantillas eſſe in Atmoſphæra noſtra, & apud Tellurem, ut vix aut ne vix quidem ullo indicio *ſentiri* poſſint; nedum ut effectus iſtos, magnos certe & admirandos, quos ſupponunt, ullo pacto producere queant. Qui Idololatrarum more Stellas Deos eſſe, vel Deos iis ineſſe Immortales opinantur, habent, quo patrocinentur hypotheſi ſuæ. Qui vero tam craſſo errori olim valedixerunt, mirum quo fato iſtis næniis, omni ſana ratione caſſis, tam pertinaci animo etiamnum adhæreant.

Maii 17°. 1708.

XXXVI.

XCII. PLANETARUM motus diurni uniformes ſunt & æquabiles: & Librationes Lunæ, ex ipſius motu diurno æquabili, cum menſtruo inæquabili collata, & ſecundum axem ad orbitam inclinatam peracto neceſſario oriuntur.

Hæc olim annotavimus; nec multis verbis hic opus. Quoniam vero Lunæ circa axem ſuum uniformiter revolventis dies menſtruus eſt; (periodicum menſem hic volumus:) Hujus facies eadem *ſuperiorem* fere Ellipſeos Umbilicum, non vero Tellurem in *inferiori* poſitam ſemper reſpiciet; eo quod motus angularis quoque circa iſtum Umbilicum fere ſit æquabilis, inæquabilis vero circa Tellurem. Et propterea pro ſitu Umbilici ſuperioris deviabit plerumque hinc inde à Terra, & partes nunc orientaliores nunc occidentaliores nobis exhibe-

bit: quæ eſt *Libratio Lunæ in Longitudinem.* *Libratio* autem *in Latitudinem*, qua partes nunc borealiores nunc auſtraliores nobis oſtenduntur, oriri debet ex inclinatione axis Lunaris ad planum ſuæ orbitæ; uti rem attentius conſideranti erit apertiſſimum.

Corollarium. Hic loci annotare placet quam accurate inter ſe conſentiant motus hi duo Lunares, neutiquam à ſe invicem dependentes; diurnus nempe & menſtruus: ita ut alter alterum ne minimum quidem antevertere, per bis mille ſaltem annos, ſit deprehenſus.. *Non hoc* certe *ſine numine Divûm*, uti alias annotavimus.

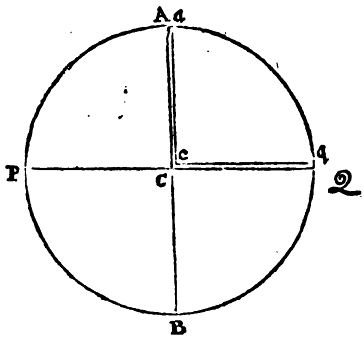
XCIII. Axes Solis & Planetarum motu diurno gaudentium Diametris quæ ad eoſdem axes normaliter ducuntur minores ſunt. Sive Figura Solis & Planetarum in ſe motu diurno revolventium ea eſt ſphæroidis oblatæ; hoc eſt, ſolidi revolutione Ellipſeωs circa axem minorem geniti.

Planetæ & corpora quævis cœleſtia ſublato omni motu circulari diurno figuram ſphæricam, ob æqualem undique partium gravitatem, affectare & induere deberent. Per motum autem circularem diurnum fiet, ut partes ab axe motus neceſſario recedentes, & gravitati detrahentes juxta æquatorem, ubi motus eſt celerrimus, aſcendere conentur. Ideoque eo loci materia Planetæ, niſi admodum ſit ſolida, aſcenſu ſuo ad æquatorem ejuſdem diametros adaugebit; axem vero deſcenſu ſuo, gravitate partium ibi nihil diminuta, ad polos diminuet. Sic Jovis Diameter (conſentientibus obſervationibus Caſſini & Flamſtedii) brevior deprehenditur inter Polos quam ab oriente in occidentem. Eodem Argumento Terra noſtra axem ſuum Æquatoris diametris minorem habere debuit. Niſi enim ita ſe res haberet, & terra noſtra paulo eſſet altior ſub æquatore quam ad polos, maria, ob gravitatem majorem circa polos ſubſiderent, & juxta æquatorem aſcendendo omnia inundarent. Ob majorem vero motus diurni velocitatem & denſitatem minorem, Jupiter differentiam diametrorum multo ma-

gis

gis ſenſibilem quam reliquorum Planetarum quivis, vel Sol ipſe exhibere debet. Unde Obſervatores Aſtronomici in hoc ſolo Planeta hanc differentiam hactenus deprehendere potuerunt. Tellurem autem noſtram eandem figuram olim induiſſe patet, non tantum indicio nuperrime expoſito, ſed & per pendulorum experimenta accuratiſſime inſtituta. Quo enim horologia Oſcillatoria eadem penduli longitudine gaudentia Æquatori proprius admoventur, oſcillationes paulo tardiores, quo ad Polos propius accedunt paulo velociores obſervantur; eo nimirum quod in caſu priori centrum Telluris propius, in poſteriori remotius retardationem & accelerationem corporum pendulorum reſpective procuret, uti ex præſenti Propoſitione fieri erat neceſſe.

Scholium. Si Proportionem Axis Planetæ cujuſvis ad Æquatoris Diametros accurate reſcire cupiatis, Multiplices Calculi Newtoniani ambages obire oportebit. Sin calculi hujuſce fructum ſine calculi tædio percipere placeat, ſic accipitote. Inito nimirũ calculo invenit Newtonus quod vis centrifuga partium terræ ſub æquatore, ex motu diurno oriunda, ſit ad vim gravitatis in terræ ſuperficie ut 1 ad $290\frac{4}{5}$. Unde ſi *APBQ* figurã Terræ deſignet revolutione ellipſeos circa axem minorẽ *PQ* genitam; ſitque *ACQqca* canalis aquæ plena à Polo *Qq* ad centrum *Cc* & inde ad æquatorem *Aa* pergens, debebit pondus aquæ in canalis crure *ACca*, eſſe ad pondus aquæ in crure altero *QCcq*, ut 291, ad 290 fere. Eo quod vis centrifuga ex circulari motu orta partem unam è ponderis partibus 291 ſuſtinebit & detrahet; & pondus 290 in



altero

altero crure ſuſtinebit partes reliquas. Res enim vera eſt non tantum in ſuperficie Telluris, ſed in omnibus utriuſque cruris partibus, propter vim centrifugam & gravitatem partium inferiorum ſecundum diſtantias à centro proportionales ubique acceptas, eadem ſemper ratione in progreſſu ad centrum diminutas. Et calculum continuando, Fiet Gravitas in loco *Q* in Terram, ad gravitatem in loco *A* in Terram, ut 501 ad 500; & vis centrifuga $\frac{1}{290}$ efficiet ut altitudinis exceſſus in crure *ACca* ſit altitudinis in crure altero *QCcq* pars $\frac{3}{689} = \frac{1}{230}$. ſive in Tellure noſtra ut ſemidiameter Terræ ſecundum æquatorem, ejuſdem ſemiaxem ſive ſemidiametrum per Polum exuperet milliaribus 17. Hæc inquam ita ſe habebunt ex hypotheſi quod Terra ex uniformi materia conſtet. Nam ſi materia ad centrum paulo denſior ſit, uti certe eſſe debeat, quam ad ſuperficiem, exceſſus altitudinis ad æquatorem erit paulo major; propterea quod ſi materia ad centrum redundans, qua denſitas ibi major redditur, ſubducatur & ſeorſim ſpectetur, gravitas in terram reliquam uniformiter denſam erit reciproce ut diſtantia ponderis à centro; in materiam vero redundantem reciproce ut quadratum diſtantiæ à materia illa quam proxime. Gravitas igitur ſub æquatore minor erit in materiam illam redundantem quam pro ſuperiore computo; & propterea Terra ibi, propter defectum gravitatis, paulo altius aſcendet quam in præcedentibus eſt definitum. Jam vero Galli factis experimentis invenerunt quod pendulorum minutis ſingulis ſecundis oſcillantium longitudo æquatorem verſus minor ſit eâ verſus polos in majore ratione quam ſuperior calculus poſtulat. Et propterea Terra videtur eſſe aliquanto altior ſub æquatore quam pro calculo ſuperiore, & denſior ad centrum quam in fodinis prope ſuperficiem; prout ratio omnino poſtulat.

Coroll. (1.) Si exceſſus gravitatis in locis circumpolaribus

laribus ſupra gravitatem ad æquatorem experimentis majori cura inſtitutis accurate tandem determinetur, Determinabitur Menſura Univerſalis; ea nempe quæ penduli ſingulis minutis ſecundis in locis inter æquatorem & polos mediis oſcillantis longitudinem accurate definiat. Unde tam Æquatio Temporis per æqualia pendula in locis diverſis indicati, quam Proportio ſemidiametrorum Terræ, ac Denſitatis ejus ad centrum, modo uniformiter creſcere ſupponatur, una innoteſcent.

Coroll. (2.) Cum ratio ſit eadem in canali aqua pleno ac in canali fluido quovis pleno, eadem etiam ac in Terra intus fluida, dum interea in Terra ſolida res aliter ſe habeat; Cum etiam notum ſit per obſervata & experimenta, quod Terra noſtra revera altior ſit ad æquatorem quam ad polos, exinde conſtat aut Terram totam fluidam fuiſſe cum primum inciperet motus ejus diurnus, aut ſaltem ingens fluidum intus continuiſſe, quod cedendo partium ad Polos depreſſioni & ad æquatorem elevationi locum daret.

Coroll. (3.) Si retardaretur gradatim motus terræ diurnus, niſi ea fluidum interius contineat, quod figuræ mutationi locum dare poſſit, maria verſus polos deſcenderent, ibique omnia inundarent.

Coroll. (4.) Si Planetæ majoris vel minoris, datæ tamen denſitatis motus diurnus in ratione quacunque acceleretur vel retardetur, augebitur inde vel minuetur vis centrifuga in duplicata illa ratione; propter auctas inde vel diminutas tam curvaturam quam velocitatem in eadem illa ratione; & propterea Differentia ſemidiametrorum augebitur vel minuetur in eadem duplicata ratione. Sin denſitas augeatur vel minuatur in ratione quacunque, propter gravitatem in eadem ratione auctam vel diminutam, differentia ſemidiametrorum minuetur vel augebitur in eadem illa ratione. Hoc eſt, Differentia ſemidiametrorum erit in ratione compoſita ex ratione Temporum Periodicorum duplicata, & ex ratione denſitatis ſimplici, utraque reciproca. Unde cum differentia

ferentia ſemidiametrorum in Tellure ſit $\frac{3}{689}$ totius ſemidiametri, & Temporis periodici in Jove $9^h. 56'$. quadratum, ſit ad quadratum temporis periodici 24^h. in Tellure, ut 5 ad 29: & denſitas Jovis ſit ad denſitatem Telluris ut 76 ad 387. Differentia ſemidiametrorum Jovis, erit ad Differentiam ſemidiametrorum Telluris, ut $\frac{3 \times 29 \times 387}{689 \times 5 \times 76}$, ad 1. ſive ut $\frac{33669}{261820}$ ad 1. hoc eſt, ut 1 ad $8\frac{1}{2}$. Eſt ergo ſemidiameter æquatoris Jovis ad ſemiaxem ut $9\frac{1}{2}$ ad $8\frac{1}{2}$. Unde obiter mirum non eſt quod tanta differentia Obſervationi Aſtronomicæ pateat. Sed Notandum quod hæc ita ſe habent ubi uniformis eſt Planetæ denſitas. Sin Materia Jovis denſior ſit ad centrum quam ad circumferentiam, uti prius in genere obſervatum, differentia ſemidiametrorum erit adhuc major, & obſervatu facilior. Viderint itaque Obſervatores Aſtronomici, quam accurate hoc Corollarium cum Jovis diametris per micrometrum menſurandis conveniat.

XCIV. Incrementum ponderis pergendo ob æquatore ad polos eſt quam proxime ut Quadratum ſinus recti Latitudinis: ſive, quod perinde eſt, ut ipſi ſinus verſi Latitudinis.

Quoniam pondera inæqualium crurum canalis aqueæ *ACQqca* æqualia ſunt, & in æquilibrio poſita; & pondera partium ſimilium cruribus totis ſimiliter ſitarum ſunt ad invicem ut pondera totorum, adeoque etiam æquantur inter ſe, erunt pondera æqualium & in cruribus ſimiliter ſitarum partium reciproce ut crura. Et par eſt ratio homogeneorum & æqualium quorumvis & in canalis cruribus ſimiliter ſitorum corporum. Horum pondera ſunt reciproce ut crura, id eſt, reciproce ut diſtantiæ corporum à centro Terræ. Proinde, ſi corpora in ſupremis canalium partibus, ſive in ſuperficie Terræ conſiſtant, erunt pondera eorum ad invicem reciproce, ut diſtantiæ eorum à centro. Et eodem argumento pon-

dera

dera in aliis quibuſcunque per totam Terræ ſuperficiem regionibus ſunt reciproce ut diſtantiæ locorum à centro: Et incrementum ponderis in Terra figuræ ſphæroidis oblatæ, quemadmodum demonſtravit Cl. Gregorius, ut quadratum ſinus recti Latitudinis loci; ſive, quod eodem redit, ut ſinus verſus Latitudinis quam proxime.

Aſtron. L.III. Prop. 52.

Vid. Prop. II, Coroll. 2. prius.

Corollarium. Cum itaque demonſtraverit etiam eodem in loco Gregorius longitudines pendulorum æquali tempore oſcillantium eſſe inter ſe ut diſtantiæ à centro Telluris reciproce, erit differentiæ longitudinis pendulorum ut quadratum ſinus recti latitudinis: atque ita ubique.

XCV. Motus inæquales Satellitum Jovis & Saturni motibus Lunæ inæqualibus ſunt plane ſimiles & analogi, & à cauſis ſimilibus & analogis oriuntur.

Motus nempe Nodorum in antecedentia, & Apſidum nunc in antecedentia tardius, nunc in conſequentia velocius, exceſſu vero motus poſterioris ſupra priorem in conſequentia. Motus etiam Variationis Satellitum & reliqui id genus eodem ſe habere debent modo in hiſce ſecundariis Planetis ac ſe habent in Luna, ſecundario pariter Planeta; ita ut eos hic loci ſeorſim tractare nullo modo ſit opus. Notandum tamen, parvitate harum inæqualitatum & tarditate motuum fieri ut motus Satellitum horum Circumjovialium & Circumſaturniorum præ motibus Lunæ conſimilibus ſumme regulares reperiantur; utque Aſtronomi recentiores aut motum omnem Nodis denegent, aut aſſerant tardiſſime retrogradum. Nam Cl. Flamſtedius collatis ſuis cum D. Caſſini obſervationibus nodos Satellitum Circumjovialium tarde regredi deprehendit. Nec dubitandum veniens ævum eccentricitates nonnullas, & apſidum progreſſus, nodos etiam, eorumque regreſſus cum reliquis motibus inæqualibus iis quæ apud Lunam adeo ſunt notabiles analogis certius & explicatius definiturum. Atque hæc impræſentiarum ſufficiant.

Maii 31°. 1708. X XXXVII.

XXXVII.

XCVI. FLuxus & Refluxus Maris à gravitatione aquæ verſus Solem & Lunam, ſive ab attractionibus Solis & Lunæ oriuntur.

Mare ſingulis diebus tam Lunaribus quam Solaribus bis intumeſcere debere, ac bis defluere, ex prius demonſtratis patet. Quod vero aquæ altitudo maxima in maribus profundis & liberis appulſum Luminarium ad meridianum loci non comitatur quidem, ſed ſequitur, idque trium circiter horarum ſpatio, hoc in loco accuratius paulo explicari debet. Quod ita ſe res habet liquet ex obſervatis æſtibus marinis, tam apud Mare Atlanticum & Æthiopici tractum totum orientalem inter Galliam & Promontorium Bonæ ſpei, quam apud Maris Pacifici littus Chilenſe & Peruvianum; in quibus omnibus littoribus æſtus maximus in horam circiter tertiam incidit; niſi ubi motus per loca vadoſa propagatus aliquantulum retardatur. Ratio autem hujus rei hæc eſt: Ubi Luminare eſt in Meridiano, conatus ſive vis attrahens ad maximam ſuam quantitatem pertigit, illico minuenda; effectus autem hujus vis maximæ nondum ad ἀκμὴν ſuam pertigit. Motus enim omnis ſemel impreſſus perſeverat uniformiter, uſque dum motus contrarius eundem deſtruit, aut ſaltem retardat. Unde ſequitur fluxum maris, ſive potius oceani per ſex circiter horas antemeridianas, ſi ita etiam de Luna loqui liceat, adauctum, & cum motu diurno conſpirando acceleratum, celeritate hac ſua majore ulterius pergere debere, & aquas etiam magis magiſque protrudendo accumulare, uſque dum vis eadem contra motum diurnum poſtea tendendo motus iſtius pergentis curſum paulatim ſiſtat & ſufflaminet; & eaſdem aquas mox etiam tardiore gradu incedere & oceani refluxum fieri procuret. Quæ motus retardatio maxime circa octantes ſive horam tertiam notabilis eſſe debet. Exempla hujuſmodi

modi effectuum maximorum poſt cauſas ſuas maximas aliquamdiu inſequentium quotannis habemus in æſtatis calore, hyemiſque frigore, non in ipſis ſolſtitiis æſtivis hybernisque, ſed circa octantes, ut ita dicam, vel ſeſquimenſem abinde maxime intenſis; & quotidie in diei calore ſummo, qui ſecunda aut tertia à meridie hora major eſt quam in ipſo meridie; uti ex experentia indubia omnibus conſtare poteſt. Dum enim poſt vires maximas, & aquas inde maxime concitatas vires maximis proximæ & in partem contrariam vixdum converſæ etiamnum operentur, vires pauxillulum minores motibus à maximis concitatis & vi inſita pergentibus ſuperadditæ majorem illico effectum ut ſortiantur eſt neceſſe, quam vires uſque creſcentes motibus minoribus ſuperadditæ ſortiri queant. Deinde notandum, vires ipſas attractrices, aquas directe ſurſum attrahentes, à maxima ſua quantitate per horam unam vel etiam alteram poſtmeridianam vixdum quoad ſenſum deficere, licet directio attractionis aquas accelerantis vel retardantis in ipſo meridiano ad limitem pertingat, & ibidem ſpeciem mutet. Eo itaque in loco aquæ maxime in cumulum aſſurgent, ubi partes meridianum nuperrime cum velocitate ſumma prætergreſſæ in partes alteras ad quadraturam prius ſumme retardatas incidant, & ita mutuo conatu occurrentes fluxum omnium maximum efficiant, quod circa horam tertiam accidere eſt apertiſſimum. Horas enim hoc in loco non vulgares tantum, quod probe notandum, numeramus; ſed eas quæ ab appulſu Solis aut Lunæ ad meridianum loci tam infra horizontem quam ſupra fluunt, & per Horas diei Lunaris intelligimus vigeſimas quartas partes temporis quo Luna motu apparente diurno ad meridianum loci cujuſlibet revolvitur.

XCVII. Fluxus & refluxus maris, tam à vi Solis quam à vi Lunæ ſeorſim dependentes, non æſtum duplicem ſed unicum ex virium conjunctione æſtimandum procurabunt.

Quemadmodum enim corpus quodvis duplici vi concitatum in lineis duabus pergere nequit, ſed ex conjunctis viribus in parallelogrammi diagonali eodem modo pergit ac ſi vi unica juxta diagonalis directionem concitatum eſſet; ita quidem pari ratione motus hi bini quos luminaria hæc duo excitant non cernentur diſtincte, ſed motum quendam mixtum efficient. In luminarium conjunctione & oppoſitione conjungentur eorum effectus, & componetur fluxus & refluxus maximus, è virium nimirum *ſumma* tum temporis oriundi. In luminarium quadraturis Sol attollet aquam, ubi Luna deprimit, deprimetque, ubi Luna attollit; & æſtus omnium minimus, è virium nimirum *differentia* tum oriundus, obſervabitur. Et quoniam, experientia teſte, multo major eſt effectus Lunæ quam Solis, incidet aquæ maxima altitudo in horam tertiam Lunarem. Extra ſyzygias vero & quadraturas æſtus maximus, qui ſola vi Lunari incidere ſemper deberet in horam tertiam Lunarem, & ſola vi Solari in tertiam Solarem, compoſitis viribus incidet in tempus aliquod intermedium, quod tertiæ Lunari multo propinquius erit quam tertiæ Solari; adeoque in tranſitu Lunæ à ſyzygiis ad quadraturas, ubi Hora tertia Solaris præcedit tertiam Lunarem, maxima aquæ altitudo præcedet etiam tertiam Lunarem; idque maximo intervallo paulo poſt octantes Lunæ. Et paribus intervallis æſtus maximus ſequetur horam tertiam Lunarem in Tranſitu Lunæ à quadraturis ad ſyzygias, idque etiam maximo intervallo paulo poſt octantes Lunæ. Hæc nempe omnia in Oceano ſive aperto mari. Nam in Fluviorum Oſtiis fluxus majores cæteris paribus majus tempus requirent, atque ita tardius paulo ad ἀκμὴν ſuam pervenient.

XCVIII. Æſtus marinus propter diverſas luminarium diſtantias à terra tum per ſingulos annos, tum per ſingulos menſes diverſus eſſe debet; idque in triplicata diſtantiarum iſtarum ratione reciproca, ſive in triplicata diametrorum apparentium ratione directa.

Hoc

Hoc olim ſuo loco demonſtratum dedimus. Neque mirum certe hoſce & hujuſmodi effectus in minoribus diſtantiis majores, in majoribus minores eſſe. Quocirca Sol tempore hyberno circa Perigæon poſitus majores edet effectus, efficietque ut æſtus poſt ſyzygias paulo majores ſint, ob majorem virium *Summam*, & poſt quadraturas paulo minores, ob minorem virium *Differentiam*, quam æſtivo tempore; cæteris nimirum paribus. Et Luna poſt Perigæon ſingulis menſibus majores ciebit æſtus quam ante vel poſt quindecim dies, ubi in Apogæo verſatur. Unde ſi ſitus Lunæ Perigæus circa conjunctionem accidat, augebitur æſtus diurnus, minuetur nocturnus: ſin ſitus iſte circa oppoſitionem accidat, augebitur nocturnus, minuetur diurnus. Unde etiam fit ut æſtus duo omnino maximi poſt ſyzygias continuas ſe mutuo non ſequantur. Si enim Luna in ſyzygiarum altera ſit circa Perigæon, & æſtum maximum conjunctis cum Sole viribus tum temporis concitet; in altera circa Apogæon verſetur, & minores vires poſſideat eſt neceſſe.

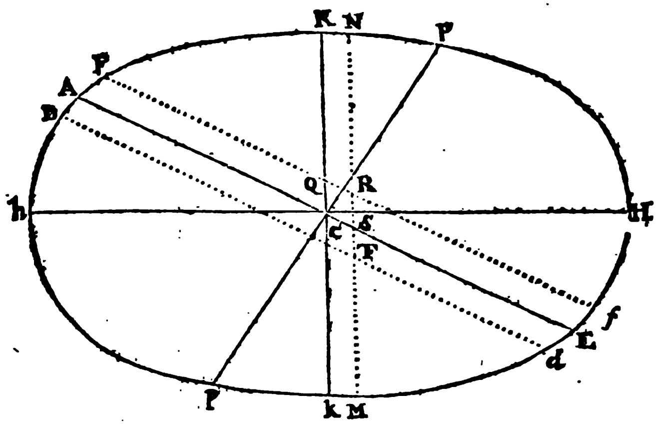
XCIX. Æſtus marini reciprocationes, ſive fluxus & refluxus propter diverſam Luminarium ab æquatore declinationem, tum per ſingulos annos, tum per ſingulos menſes diverſi eſſe debent.

Si enim Luminare in polo utrovis aut utroque conſtitueretur, traheret illud ſingulas aquæ partes conſtanter, abſque actionis intenſione & remiſſione: adeoque nullam motus *reciprocationem* cieret. Igitur Luminaria recedendo ab æquatore polum verſus alterutrum effectus ſuos gradatim amittent, & propterea minores ciebunt æſtus poſt ſyzygias Solſtitiales quam poſt Æquinoctiales. Poſt quadraturas autem Solſtitiales majores evadent æſtus quam poſt quadraturas Æquinoctiales, eo quod Lunæ jam circa æquatorem conſtitutæ effectus maxime ſuperat effectum Solis. Incidunt igitur æſtus maximi poſt ſyzygias, & minimi poſt quadraturas Luminarium, utraſque nimirum Æquinoctiales; & æſtum

maximum poſt ſyzygias comitatur ſemper minimus poſt quadraturas; ut experientia teſtatur. Per minorem autem diſtantiam Solis à Terra tempore hyberno quam æſtivo fit ut æſtus maximi & minimi ſæpius præcedant æquinoctium vernum quam ſequantur; & ſæpius ſequantur autumnale quam præcedant.

C. Æſtus marini Phænomena nonnulla & Luminarium effectus ex diverſa locorum in Tellure Latitudine diverſi ſunt; & præcipue quidem quoad Diurnos & Nocturnos æſtus, ſe invicem immediate conſecutos.

Deſignet nimirum *ApEP* Tellurem, aquis ſi placet profundis undique coopertam. *C* centrum ejus *P*. *p*. Polos. *A*. *E*. æquatorem. *F* locum quemvis extra æ-



quatorem. *Ff* parallelum loci. *Dd* parallelum ei reſpondentem ex altera parte æquatoris. *H* locum Telluris ei loco quem Luna tribus ante Horis occupabat perpendiculariter ſubjectum, ſive punctum medium aquæ maxime elevatæ. *h* locum huic oppoſitum, ſive punctum medium aquæ ex altera Telluris parte maxime elevatæ. *K*, *k* loca inde gradibus 90 diſtantia. *CH*, *Ch* Maris altitudines maximas à Telluris centro men-

ſuratas,

ſuratas. & CK, Ck altitudines minimas. Et ſi axibus Hh, Kk deſcribatur Ellipſis, deinde Ellipſeos hujus revolutione circa axem majorem Hh deſcribatur Sphærois $HPKhpk$, deſignabit hæc figuram maris quam proxime, & erunt CF, Cf; CD, Cd, altitudines Maris in locis F, f & D, d. Quinetiam ſi in præfata Ellipſeos revolutione punctum quodvis N, deſcribat circulum NM, ſecantem parallelos Ff, Dd in locis quibuſvis R, T, & æquatorem AE in S, erit CN altitudo Maris in locis omnibus R, S, T ſitis in hoc circulo. Hinc in diurna revolutione loci cujuſvis F, affluxus erit maximus in F hora tertia poſt appulſum Lunæ ad Meridianum ſupra Horizontem; poſtea defluxus maximus in Q hora tertia poſt occaſum Lunæ; dein affluxus maximus in f hora tertia poſt appulſum Lunæ ad meridianum infra Horizontem, ultimo defluxus maximus in Q hora tertia poſt ortum Lunæ, & affluxus poſterior in f erit minor quam affluxus prior in F. Diſtinguitur enim totus Oceanus in duos omnino fluctus hemiſphæricos, unum in hemiſphærio $KHkC$, ad Boream, alterum in hemiſphærio oppoſito ad Auſtrum vergente, $KhkC$. quos igitur *Fluctum Borealem*, & *Fluctum Auſtralem* nominare licet. Hi fluctus ſemper ſibi mutuo oppoſiti veniunt per vices ad meridianos locorum ſingulorum; interpoſito nempe intervallo horarum Lunarium quaſi duodecim. Cumque regiones boreales magis participant fluctum borealem, & Auſtrales magis Auſtralem, inde oriuntur æſtus alternis vicibus majores & minores in locis ſigulis extra æquatorem. Æſtus autem major Luna in verticem loci declinante incidet in horam circiter tertiam poſt appulſum Lunæ ad meridianum ſupra horizontem; &, Luna declinationem mutante, & in partes à vertice remotiores concedente, vertetur in minorem. Et fluxuum differentia maxima hac de cauſa incidet in tempora Solſtitiorum: præſertim ſi Lunæ nodus aſcendens verſetur in principio Arietis: ut ita Luna & vertici proxima, & ab

eodem remotiſſima eadem revolutione diurna pertranſeat. Sic ſane experientia compertum eſt æſtus matutinos hyberno tempore veſpertinos, & veſpertinos æſtivo tempore matutinos ſuperare; nimirum ad Plimuthum quidem altitudine pedis unius, ad Briſtoliam vero altitudine quindecim digitorum, Obſervantibus Colepreſſio & Sturmio. Quod vero differentiæ hæ non tantæ videntur quantæ in regionibus adeo ab æquatore remotis, jure poſſet ex hac cauſa expectari, ex alia ſane cauſa oriri poteſt. Motus enim hactenus deſcripti mutantur aliquantulum per vim illam reciprocationis aquarum, qua maris æſtus, etiam ceſſantibus Luminarium actionibus, poſſet aliquamdiu perſeverare. Conſervatio hæc motus ſemel impreſſi minuit differentiam æſtuum alternorum, & æſtus proxime poſt ſyzygias majores reddit; eoſque proxime poſt quadraturas minuit. Hinc enim fit ut æſtus alterni ad Plimuthum & Briſtoliam non multo magis differant quam altitudine pedis unius vel digitorum quindecim; utque æſtus omnium maximi in iiſdem portubus non ſint primi à ſyzygiis, ſed tertii; quod cum prius dictis adprime convenit. Retardantur etiam motus omnes in tranſitu per vada, adeo ut æſtus omnium maximus in fretis quibuſdam & fluviorum oſtiis ſint quarti vel etiam quinti à ſyzygiis. Verum hæc hactenus.

Novemb. 8°. 1708.

XXXVIII.

CI. FLuxus Oceani & Refluxus Phænomena in locis particularibus, fretis nimirum, portubus, fluviorum oſtiis, maribus parvis, & cum oceano aut non omnino aut parum communicantibus; in iis etiam quæ longe ab æquatore diſtant; à generali æſtus marini lege

lege haud parum recedunt, & à particularibus locorum circumſtantiis plerumque dependent. Exempli gratia; Fieri poteſt ut æſtus propagetur ob Oceano per freta diverſa ad eundem portum, & citius tranſeat per aliqua freta quam per alia: quo in caſu æſtus idem in duos vel plures ſucceſſive advenientes diviſus, componere poteſt motus novos diverſorum generum: Fieri etiam poteſt ut aut itineris longinquitate, aut flexuoſo ſitu, aut obſtaculorum impedimentis æſtus ſiſtatur fere, & minuatur. (Unde ubi plures Inſulæ, ut in Moluccis, Philippinis, in ſinu Mexicano, in Antillis, aut nullus fere aut longe minor eſt æſtus quam in patente & libero oceano.) Fieri poteſt ut æſtus in oceano mediocris, in fluviis evadat maximus, propter tranſitus anguſtias nimirum, & littorum ſenſim coeuntium convergentiam. In maribus etiam parvis nullus erit aut plane contemnendus aquarum motus. Cum enim æſtus maximus in oceano tantum profundo, per gradus 90 in orientem & occidentem patente, accidere debet; quo minus eſt mare, eo minor ut ſit aquarum acceleratio & retardatio, hoc eſt, minor fluxus & refluxus, eſt neceſſum: niſi ſaltem mare cum Oceano ipſo libere communicet. Si enim nihil aut parum cum Oceano communicet, uti fit in Mediterraneo, æſtus quoque eam ob cauſã minor expectabitur. In iis etiam maribus quæ longe à partibus æquatoreis, ubi æſtus maxime propagari debet, diſtant; præſertim ſi cum Oceano quoque ægre communicent, minimus erit aquarum æſtus, uti fit in Mari Baltico & Septentrionali. Quod etiam fit in maribus Euxino atque Caſpio; non tantum ob ſitum paulo borealiorem, & minimam aut nullam cum Oceano communicationem, ſed ob marium horum etiam parvitatem. In maribus quæ ab oriente in occidentem late patent, uti in mari Pacifico, & Maris Atlantici & Æthiopici partibus extra Tropicos, aqua attolli ſolet ad altitudinem pedum 6. 9. 12. vel 15. In mari autem Pacifico, quod profundius eſt, & latius patet, æſtus dicuntur eſſe majores quam in At-

lantico

lantico & Æthiopico. In mari Æthiopico aſcenſus aquæ intra Tropicos minor eſt quam in Zonis Temperatis, propter anguſtiam maris inter Africam & Auſtralem partem Americæ. In medio mari aqua nequit aſcendere niſi ad littus utrumque & orientale & occidentale ſimul deſcendat; cum tamen vicibus alternis ad littora illa in maribus noſtris anguſtis deſcendere debeat. Ea de cauſa refluxus & fluxus in Inſulis quæ à littoribus longiſſime abſunt perexiguus eſſe ſolet. In portubus quibuſdam, quod nuperrime obſervatum, ubi aqua impetu magno per loca vadoſa ad ſinus anguſtos alternis vicibus implendos & evacuandos influere & effluere cogitur, fluxus & refluxus ſunt ſolito majores; uti ad Plimuthum, & Pontem Chepſtowæ, in Anglia; ad montes S^ti. Michaelis, & Urbem Abrincatuorum (vulgo Auranches) in Normania; ad Cambaiam & Pegu, in India Orientali. His in locis mare magna cum velocitate accedendo & recedendo littora nunc inundat, nunc arida relinquit ad multa milliaria. Neque impetus influendi & remeandi prius frangi poteſt quam aqua attollitur vel deprimitur ad pedes 30. 40. 50. aut interdum 60. Et par eſt ratio fretorum oblongorum, & vadoſorum, & anguſtorum, uti Magellanici, & ejus quo Anglia circundatur. Æſtus in hujuſmodi portubus & fretis per impetum curſus & recurſus ſupra modum augetur. Ad Littora vero, quæ deſcenſu præcipiti ad mare profundum & apertum ſpectant, ubi aqua ſine impetu effluendi & remeandi attolli libere & ſubſidere poteſt, æſtus ad 12. circiter pedum altitudinem, ſi quantitatem generalem mediocrem definire placeat, conſurgere eſt cenſendus; menſurando nimirum ab ima aquarum refluentium depreſſione, ad ſummam affluentium altitudinem. Omnium autem æſtuum mariniorum maxime mirandus ille eſt, quem Cl. Halleius noſtras ex Nautarum Obſervationibus patefecit in Portu Regni Tunquini ad Batſham, ſub latitudine boreali 20°. 50′. Ibi aqua die tranſitum Lunæ per æquatorem

rem ſequente ſtagnat; dein Luna ad boream declinante incipit fluere & refluere; non bis, ut in aliis portubus; ſed ſemel ſingulis diebus; & affluxus maximus incidit in occaſum Lunæ, defluxus maximus in ortum; cum Lunæ declinatione augetur hic æſtus, uſque ad diem ſeptimum vel octavum; dein per alios ſeptem dies iiſdem gradibus decreſcit quibus antea creverat: &, Luna declinationem mutante, ceſſat; ac mox mutatur in defluxum. Incidit enim ſubinde defluxus in occaſum Lunæ, & affluxus in ortum, donec Luna iterum mutet declinationem. Aditus ad hunc Portum fretaque vicina duplex patet, alter ab oceano Sinenſi, inter continentem & Inſulam Luconiam; alter à mari Indico inter continentem & Inſulam Borneo. Veriſimile videtur æſtus duos fere æquales à diverſis iſtis oceani æſtibus in hunc portum venire, quorum prior præcedat alterum ſpatio horarum ſex, incidatque in horam tertiam ab appulſu Lunæ ad meridianum portus. Ubi Luna in hocce ſuo ad meridianum appulſu verſatur in æquatore, venient ſingulis horis ſenis æquales affluxus, qui in mutuos refluxus incidendo eoſdem affluxibus æquabunt; & ſic ſpatio diei illius efficient, ut aqua nullo æſtu cieri videatur. Ubi Luna declinat ab æquatore, fient æſtus in Oceano vicibus alternis majores & minores, uti in Propoſitione penultima explicuimus; & inde propagabuntur in hunc portum affluxus bini majores, & bini minores vicibus alternis. Affluxus autem bini majores aquas ſuas conjungendo component affluxum altiſſimum medio inter utrumque tempore: affluxus major & minor faciet ut aqua aſcendat ad mediocrem altitudinem medio ipſorum tempore, & inter affluxus binos minores aqua aſcendet ad altitudinem minimam. Sic ſpatio 24. horarum Lunarium aqua non bis, ut in aliis locis fieri ſolet, ſed ſemel tantum perveniet ad maximam altitudinem, & ſemel ad minimam; & altitudo maxima, ubi Luna declinat in polum ſupra Horizontem loci, incidet in horam ſextam ab appulſu Lunæ ad meridianum;

atque, Luna declinationem mutante, mutabitur in defluxum. Æſtus itaque alter ſpatio horarum 12. à mari Indico, & alter ſpatio horarum 6. à mari Sinenſi per freta illa prius memorata venientes, & ſic in horam tertiam & nonam Lunarem incidentes, anomalos hos aquarum æſtus componere videntur. Sed Hæc & hujuſmodi particularia phænomena vicinorum littorum & marium obſervationibus ſunt ubique relinquenda.

Scholium. Si calculi Newtoniani ambages refugiamus, & virium quantitates ſolas reſcire velimus, ſic ſtatuendum. Summa virium Solarium tam in deprimendis aquis in regionibus quæ 90. gradibus diſtant à Sole, quam in elevandis in regionibus ſub Sole & Soli oppoſitis, ſi conjunctim ſumantur; ſive vires totæ Solares ad agitandum mare ſe habent ad vim gravitatis apud nos, ut 1, ad 12.868.200. Cum autem vis centrifuga partium Terræ à diurno ejuſdem motu oriunda, quæ eſt ad vim gravitatis ut 1, ad 291, efficiat ut altitudo aquæ ſub æquatore ſuperet ejus altitudinem ſub polis menſura pedum Pariſienſium 85.200. Vis Solaris, de qua jam agimus, cum ſit ad vim gravitatis ut 1 ad 12.868.200, atque adeo ad vim illam centrifugam ut 291 ad 12.868.200, ſeu 1 ad 44.221, efficiet ut altitudo aquæ in regionibus ſub Sole & Soli oppoſitis, ſuperet altitudinem ejus in locis quæ 90. gradibus diſtant à Sole, menſura tantum pedis unius Pariſienſis, & digitorum undecim: nempe juxta hanc analogiam, 44.221 : 1 : : 85.200 : $1\frac{11}{12}$. Vires autem Lunæ ad mare movendum, quæ hic principalem locum obtinent, ex earundem ad ſolares ratione deducendæ ſunt; & per effectus ſive motuum in ſyzygiis *ſummas*, in quadraturis *differentias* dignoſcendæ: ſunt autem Vires Lunæ ex hoc calculo, ad Vires Solis, ex collatis obſervationibus ut $6\frac{1}{3}$, ad 1 quam proxime; ſive numero rotundo Secuplæ,

Coroll. (1.)

Coroll. (1.) Cum igitur, ut prius vidimus, Vires Solis aquam ad altitudinem duorum fere Pedum elevare debeant, Vires Lunæ paulo pluſquam ſecuplæ Solarium aquam ad altitudinem pedum 12. elevare debent: & Vires Lunares & Solares conjunctim in ſyzygiis eandem ad pedes 14, in quadraturis ad pedes 10. elevabunt. Tanta autem vis ad omnes maris motus excitandos abunde ſufficit; & motuum quantitati prius definitæ probe reſpondet; & tam probe reſpondendo æſtuum cauſam recte hic aſſignatam eſſe plane confirmat.

Coroll. (2.) Cum vis Lunæ ad mare movendum ſit ad vim gravitatis, ex prius demonſtratis, tantum ut 1, ad 2.031.821; perſpicuum eſt quod vis illa ſit longe minor quam quæ vel in Experimentis Pendulorum, vel in Staticis, aut Hydroſtaticis quibuſcunque ſentiri poſſit. In æſtu marino ſolo hæc vis ſenſibilem effectum edere poteſt.

Coroll. (3.) Quoniam Vis Lunæ ad mare movendum, eſt ad Solis vim conſimilem ut $6\frac{1}{3}$ ad 1; & vires illæ ſunt ut denſitates corporum, ſive quantitates materiæ æquali ſpatio contentæ, & ut cubi diſtantiarum ſive diametrorum conjunctim: ipſa enim corpora æque denſa ſunt ut cubi diametrorum verarum directe, ad eandem nempe diſtantiam: & vires motrices in hoc caſu ſunt etiam ut cubi diſtantiarum reciproce, ſive ut diametrorum apparentium cubi directe; atque adeo perinde eſt ſive Sol propius ſit ſive remotius, ſive major ſit ſive minor, modo diameter apparens certa ſit ac determinata. Erit itaque denſitas Lunæ, ad denſitatem Solis, ut effectus; ſive ut $6\frac{1}{3}$, ad 1; & ut Cubus diametri apparentis Lunæ, ad Cubum diametri apparentis Solis, hoc eſt, ut $6\frac{1}{3}$ ad 1; & ut 720, ad 672 conjunctim $= 6\frac{1}{3} \times 720$ ad 1×672. ſive ut 34 ad 5. fere, denſitas autem Solis eſt ad denſitatem Terræ, ut 100 ad 387. Erit itaque denſitas Lunæ, ad denſitatem Terræ, ut 9 ad 5 quam proxime: ſive fere dupla. Eſt igitur

corpus

corpus Lunæ fere duplo denſius, &, ut ita dicam, terreſtrius quam Terra noſtra; uti olim anticipando expoſuimus.

Coroll. (4.) Unde cum vera Lunæ diameter, ſit ad veram Terræ diametrum, ut 5 ad 18, ſive ut 1 ad 3,65: erit maſſa Lunæ, ad maſſam Terræ, ut iſtorum numerorum Cubi, cum denſitatis ratione compoſiti; ſive ut 1 X 9 ad 49 X 5. hoc eſt, ut 1 ad 26, quam proxime.

Coroll. (5.) Gravitas acceleratrix, ſive corporum æqualium pondus in ſuperficie Lunæ, erit ut quantitas materiæ in Lunæ, ad quantitatem materiæ in Terra, cum duplicata diſtantiarum à centris ratione reciproca compoſita; hoc eſt, ut 1 X 13, ad 26 X 1, ſive duplo minor quam gravitas acceleratrix in ſuperficie Terræ, uti olim quoque anticipando docuimus.

CII. Figura corporis Lunaris (abſtrahendo nimirum ab elevatione partium æquatorearum & depreſſione polarium, à motu ipſius diurno pendentium,) eſt aliquantulum Ovalis vel Sphæroidis oblongæ; cujus axis maximus productus per centrum terræ tranſit; & ſuperat axes minores eidem normales exceſſu pedum 180 circiter. Si corpus Lunare fluidum eſſet ad inſtar maris noſtri, vis Terræ ad fluidum illud in partibus citimis & remotiſſimis elevandum, eſſet ad vim Lunæ, qua mare noſtrum in partibus & ſub Luna & iiſdem oppoſitis attollitur, ut Vis attrahens Terræ, ad vim attrahentem Lunæ; ſive ut quantitas materiæ in Terra, ad quantitatem materiæ in Luna, ob æquales nempe diſtantias; niſi quatenus minor Lunæ diameter eandem rationem demutat. Eſt ergo Vis illa tota in ratione compoſita ex 26 ad 1, & 5 ad 18; ſive ut 26 X 5 ad 1 X 18: hoc eſt, ut 69 ad 9. Unde cum mare noſtrum ex prius demonſtratis attollatur vi Lunæ ad pedes 12, Fluidum Lunare vi Terræ attolli deberet ad pedes fere 90. Eaque de cauſa figura Lunæ ſphæroïs eſſet, cujus maxima diameter ſive axis major productus

ductus per centrum Terræ tranſiret, & ſuperaret diametros ſive axes perpendiculares exceſſu pedum circiter 180. Talem igitur figuram Luna affectat, eamque ſub initio induere debuit.

Corollarium. Inde vero forte fit ut eadem Lunæ facies directius quam alias oporteret in Terram obvertatur. In alio enim ſitu corpus Lunare quieſcere non poteſt, ſed ad hunc ſitum oſcillando ſemper redibit. Attamen Oſcillationes, ob parvitatem virium in tantillo axis majoris ſupra minores exceſſu, eſſent longe tardiſſimæ, adeo ut facies illa quæ Terram ſemper reſpicere deberet poſſit alterum Orbis Lunaris umbilicum, ob motus angularis circa ipſum æquabilitatem, reſpicere, uti prius expoſitum; neque ſtatim abinde retrahi & in Terram converti.

CIII. Cometæ ſunt Luna ſuperiores, & in regione Planetarum Primariorum verſantur.

CIV. Cometæ in ſectionibus Conicis, Umbilicos in centro Solis habentibus, moventur; & radiis ad Solem ductis areas temporibus quidem æqualibus æquales, & in univerſum temporibus ſemper proportionales deſcribunt.

CV. Cometarum corpora ſunt ſolida, compacta, fixa, ac durabilia, ad inſtar corporum Planetarum; ingentibus autem atmoſphæris plerumque cinguntur; & caudis nunc brevioribus nunc vero longioribus, ex iiſdem in Solis vicinia natis, ſemper ornantur.

Hæ Propoſitiones Cometographiam Newtonianam continent, quatenus ad noſtrum inſtitutum Univerſam. Illæ autem tam clare & plene ab ipſo Authore proponuntur & explicantur, ut noſtro commentario minime indigeant. Manum itaque de tabula.

Novemb. 15°. 1708.

[Quæ ſequuntur, è Newtono verbatim deſcripſimus.]

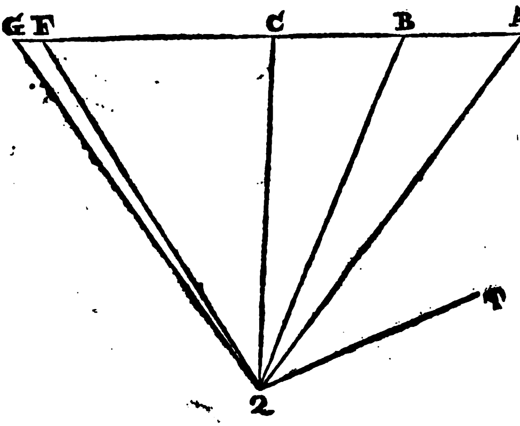
Cometas

Cometas eſſe Lunâ ſuperiores, & in regione Planetarum verſari.

UT defectus Parallaxeos diurnæ extulit Cometas ſupra regiones ſublunares, ſic ex Parallaxi annua convincitur eorum deſcenſus in regiones Planetarum. Nam Cometæ qui progrediuntur ſecundum ordinem ſignorum ſunt omnes, ſub exitu apparitionis, aut ſolito tardiores aut retrogradi, ſi Terra eſt inter ipſos & Solem; at juſto celeriores ſi Terra vergit ad oppoſitionem. Et è contra, qui pergunt contra ordinem ſignorum ſunt juſto celeriores in fine apparitionis, ſi Terra verſatur inter ipſos & Solem; & juſto tardiores vel retrogradi ſi Terra ſita eſt ad contrarias partes. Contingit hoc maxime ex motu Terræ in vario ipſius ſitu, perinde ut fit in Planetis, qui, pro motu Terræ vel conſpirante, vel contrario, nunc retrogradi ſunt, nunc tardius moveri videntur, nunc vero celerius. Si Terra pergit ad eandem partem cum Cometa, & motu angulari circá Solem celerius fertur, Cometa è Terra ſpectatus, ob motum ſuum tardiorem, apparet eſſe retrogradus; ſin Terra tardius fertur, motus Cometæ, (detracto motu Terræ) fit ſaltem tardior. Ac ſi Terra pergit in contrarias partes, Cometa exinde velocior apparet. Ex acceleratione autem vel retardatione vel motu retrogrado diſtantia Cometæ in hunc modum colligitur. Sunto ♈ *QA*, ♈ *QB*, ♈ *QC* obſervatæ tres longitudines Cometæ, ſub initio motus, ſitque ♈ *QF* longitudo ultimo obſervata, ubi Cometa videri deſinit. Agatur recta *ABC*, cujus partes *AB*, *BC* rectis *QA* & *QB*, *QB* & *QC* interjectæ, ſint ad invicem ut tempora inter obſervationes tres primas. Producatur *AC* ad *G*, ut ſit *AG* ad *AB* ut tempus inter obſervationem primam & ultimam, ad tempus inter obſervationem primam & ſecundam; & jungatur *QG*. Et ſi Cometa moveretur uniformiter in linea

atque

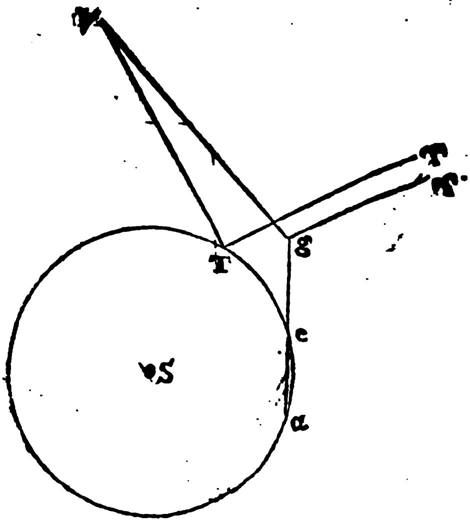
recta, atque Terra vel quieſceret, vel etiam in linea recta, uniformi cum motu, progrederetur; foret angulus ♈ *Q G* longitudo Cometæ tempore Obſervationis ultimæ. Angulus igitur *F Q G*, qui longitudinum differentia eſt, oritur ab inæqualitate motuum Cometæ ac Terræ. Hic autem angulus, ſi Terra & Cometa in contrarias partes moventur, additur angulo *A Q G*, & ſic motum apparentem Cometæ velociorem reddit: Sin Cometa pergit in eaſdem partes cum Terra, eidem ſubducitur, motumque Cometæ vel tardiorem reddit, vel forte retrogradum; uti modo expoſui. Oritur igitur hic an-



gulus præcipue ex motu Terræ, & idcirco pro parallaxi Cometæ merito habendus eſt, neglecto videlicet ejus incremento vel decremento nonnullo, quod à Cometæ motu inæquabili in orbe proprio oriri poſſit. Diſtantia vero Cometæ ex hac parallaxi ſic colligitur. Deſignet *S* Solem, *a c T* orbem magnum, *a* locum Terræ in obſervatione prima, *c* locum Terræ in obſervatione ſecunda, *T* locum Terræ in obſervatione ultima, & *T* ♈ lineam rectam verſus principium Arietis ductam.

 Suma-

Sumatur angulus ♈ *T V* æqualis angulo ♈ *Q F*, hoc eſt, æqualis longitudini Cometæ ubi Terra verſatur in *T*. Jungatur *αc*, & producatur ea ad *g*, ut ſit *αg* ad *αc*, ut *AG* ad *AC*, & erit *g* locus quem Terra tempore obſervationis ultimæ, motu in recta *αc* uniformiter continuato, attingeret. Ideoque ſi ducatur *g* ♈ ipſi *T* ♈ parallela, & capiatur angulus ♈ *g V* angulo ♈ *QG* æqualis, erit hic angulus ♈ *g V* æqualis lon-



gitudini Cometæ è loco *g* ſpectati; & angulus *T V g* parallaxis erit, quæ oritur à tranſlatione Terræ de loco *g* in locum *T*: ac proinde *V* locus erit Cometæ in plano Eclipticæ. Hic autem locus *V* orbe Jovis inferior eſſe ſolet.

Idem colligitur ex curvatura viæ Cometarum. Pergunt hæc corpora propemodum in circulis maximis quamdiu moventur celerius; at in fine curſus, ubi motus apparentis pars illa quæ à parallaxi oritur majorem habet

bet proportionem ad motum totum apparentem, deflectere ſolent ab his circulis, & quoties Terra movetur in unam partem abire in partem contrariam. Oritur hæc deflexio maxime ex Parallaxi, propterea quod reſpondet motui Terræ; & inſignis ejus quantitas meo computo collocavit diſparentes Cometas ſatis longe infra Jovem. Unde conſequens eſt quod in Perigæis & Periheliis, ubi propius adſunt, deſcendunt ſæpius infra orbes Martis & inferiorum Planetarum.

Confirmatur etiam propinquitas Cometarum ex luce capitum. Nam corporis cœleſtis à Sole illuſtrati & in regiones longinquas abeuntis diminuitur ſplendor in quadruplicata ratione diſtantiæ: in duplicata ratione videlicet ob auctam corporis diſtantiam à Sole, & in alia duplicata ratione ob diminutam diametrum apparentem. Unde ſi detur & lucis quantitas, & apparens diameter Cometæ, dabitur diſtantia, dicendo quod diſtantia ſit ad diſtantiam Planetæ in ratione integra diametri ad diametrum directe, & ratione dimidiata lucis ad lucem inverſe. Sic minima Capillitii Cometæ anni 1682 diameter, per Tubum opticum ſexdecim pedum à Cl. Flamſtedio obſervata & micrometro menſurata, æquabat 2′. 0″. Nucleus autem ſeu ſtella in medio capitis vix decimam partem latitudinis hujus occupabat, adeoque lata erat tantum 11″ vel 12″. Luce vero & claritate capitis ſuperabat caput Cometæ anni 1680, ſtellaſque primæ vel ſecundæ magnitudinis æmulabatur. Ponamus Saturnum cum annulo ſuo quaſi quadruplo lucidiorem fuiſſe: & quoniam lux annuli propemodum æquabat lucem globi intermedii, & diameter apparens globi ſit quaſi 21″, adeoque lux globi & annuli conjunctim æquaret lucem globi, cujus diameter eſſet 30″: erit diſtantiæ Cometæ ad diſtantiam Saturni ut 1 ad $\sqrt{4}$ inverſe, & 12″ ad 30″ directe, id eſt, ut 24 ad 30 ſeu, 4 ad 5. Rurſus Cometa anni 1665 menſe Aprili, ut Author eſt Hevelius, claritate ſua pene fixas omnes ſuperabat, quinetiam ipſum Saturnum, ratione coloris vide-

licet longe vividioris. Quippe lucidior erat hic Cometa altero illo, qui in fine anni præcedentis apparuerat, & cum ſtellis primæ magnitudinis conferebatur. Latitudo capillitii erat quaſi 6′, at nucleus cum Planetis ope Tubi optici collatus, plane minor erat Jove, & nunc minor corpore intermedio Saturni, nunc ipſi æqualis judicabatur. Porro cum diameter Capillitii Cometarum raro ſuperet 8′ vel 12′, diameter vero Nuclei ſeu ſtellæ centralis ſit quaſi decima vel forte decima quinta pars diametri capillitii, patet Stellas haſce ut plurimum ejuſdem eſſe apparentis magnitudinis cum Planetis. Unde cum lux eorum cum luce Saturni non raro conferri poſſit, eamque aliquando ſuperet; manifeſtum eſt quod Cometæ omnes in Periheliis vel infra Saturnum collocandi ſint, vel non longe ſupra. Errant igitur toto cœlo qui Cometas in regionem Fixarum prope ablegant: qua certe ratione non magis illuſtrari deberent à Sole noſtro, quam Planetæ, qui hic ſunt, illuſtrantur à Stellis fixis.

Hæc diſputavimus non conſiderando obſcurationem Cometarum per fumum illum maxime copioſum & craſſum, quo caput circundatur, quaſi per nubem obtuſe ſemper lucens. Nam quanto obſcurius redditur corpus per hunc fumum, tanto propius ad Solem accedat neceſſe eſt, ut copia lucis à ſe reflexa Planetas æmuletur. Inde veriſimile fit Cometas longe infra Sphæram Saturni deſcendere, uti ex Parallaxi probavimus. Idem vero quam maxime confirmatur ex Caudis. Hæ vel ex reflexione fumi ſparſi per æthera, vel ex luce capitis oriuntur. Priore caſu minuenda eſt diſtantia Cometarum, ne fumus à Capite ſemper ortus per ſpatia nimis ampla incredibili cum velocitate & expanſione propagetur. In poſteriore referenda eſt lux omnis tam caudæ quam capillitii ad Nucleum capitis. Igitur ſi imaginemur lucem hanc omnem congregari & intra diſcum Nuclei coarctari, Nucleus ille jam certe, quoties caudam maximam & fulgentiſſimam emittit, Jovem ipſum ſplen-

ſplendore ſuo multum ſuperabit. Minore igitur cum diametro apparente plus lucis emittens, multo magis illuſtrabitur à Sole, adeoque erit Soli multo propior. Quinetiam capita ſub Sole deliteſcentia, & caudas cum maximas tum fulgentiſſimas inſtar trabium ignitarum nonnunquam emittentia, eodem argumento infra orbem Veneris collocari debent. Nam lux illa omnis ſi in ſtellam congregari ſupponatur, ipſam Venerem, ne dicam Veneres plures conjunctas quandoque ſuperaret.

Idem denique colligitur ex luce capitum creſcente in receſſu Cometarum à Terra Solem verſus, ac decreſcente in eorum receſſu à Sole verſus Terram. Sic enim Cometa poſterior Anni 1665 (obſervante Hevelio,) ex quo conſpici cœpit, remittebat ſemper de motu ſuo, adeoque præterierat Perigæum; Splendor vero capitis nihilominus indies creſcebat, uſque dum Cometa radiis Solaribus obtectus deſiit apparere. Cometa Anni 1683, obſervante eodem Hevelio, in fine Menſis Julii ubi primum conſpectus eſt, tardiſſime movebatur, minuta prima 40 vel 45 circiter ſingulis diebus in orbe ſuo conficiens. Ex eo tempore motus ejus diurnus perpetuo augebatur uſque ad Sept. 4. quando evaſit graduum quaſi quinque. Igitur toto hoc tempore Cometa ad Terram appropinquabat. Id quod etiam ex diametro capitis micrometro menſurata colligitur: quippe quam Hevelius reperit Aug. 6. eſſe tantum 6′. 5″. incluſa coma, at Sept. 2. eſſe 9′. 7″. Caput igitur initio longe minus apparuit quam in fine motus, at initio tamen in vicinia Solis longe lucidius extitit quam circa finem, ut refert idem Hevelius. Proinde toto hoc tempore, ob receſſum ipſius à Sole, quoad lumen decrevit, non obſtante acceſſu ad Terram. Cometa Anni 1618 circa Medium Menſis Decembris, & iſte Anni 1680 circa finem ejuſdem Menſis, celerrime movebantur, adeoque tunc erant in Perigæis. Verum ſplendor maximus capitum contingit ante duas fere ſeptimanas, ubi modo exierant de radiis Solaribus; & ſplendor maximus

caudarum paulo ante, in majore vicinitate Solis. Caput Cometæ prioris, juxta obſervationes Cyſati, Decem. 1. majus videbatur ſtellis primæ magnitudinis, & Decem. 16. (jam in Perigæo exiſtens) magnitudine parum, ſplendore ſeu claritate luminis plurimum defecerat. Jan. 7. Keplerus de capite incertus finem fecit obſervandi. Die 12 menſis Dec. conſpectum & à Flamſtedio obſervatum eſt caput Cometæ poſterioris, in diſtantia novem gradum à Sole; id quod ſtellæ tertiæ magnitudinis vix conceſſum fuiſſet. Decem. 15 & 17 apparuit idem ut ſtella tertiæ magnitudinis, diminutum utique ſplendore Nubium juxta Solem occidentem. Decem. 26. velociſſime motus, inque Perigæo propemodum exiſtens, cedebat ori Pegaſi, Stellæ tertiæ magnitudinis. Jan. 3. apparebat ut Stella quartæ, Jan. 9. ut Stella quintæ, Jan. 13. ob ſplendorem Lunæ creſcentis diſparuit. Jan. 25. vix æquabat Stellas magnitudinis ſeptimæ. Si ſumantur æqualia à Perigæo hinc inde tempora, capita quæ temporibus illis in longinquis regionibus poſita, ob æquales à Terra diſtantias, æqualiter lucere debuiſſent, in plaga Solis maxime ſplenduere, ex altera Perigæi parte evanuere. Igitur ex magna lucis in utroque ſitu differentia concluditur magna Solis & Cometæ vicinitas in ſitu priore. Nam lux Cometarum regularis eſſe ſolet, & maxima apparere ubi capita velociſſime moventur, atque adeo ſunt in Perigæis; niſi quatenus ea major eſt in vicinia Solis.

Coroll. (1.) Splendent igitur Cometæ luce Solis à ſe reflexa.

Coroll. (2.) Ex dictis etiam intelligitur cur Cometæ tantopere frequentant regionem Solis. Si cernerentur in regionibus longe ultra Saturnum deberent ſæpius apparere in partibus Soli oppoſitis. Forent enim Terræ viciniores qui in his partibus verſarentur, & Sol interpoſitus obſcuraret cæteros. Verum percurrendo hiſtorias Cometarum reperi quod quadruplo vel quintuplo plures detecti ſunt in Hemiſphærio Solem verſus, quam

in

in Hemiſphærio oppoſito, præter alios procul dubio non paucos quos lux Solaris obtexit. Nimirum in deſcenſu ad regiones noſtras neque caudas emittunt, neque adeo illuſtrantur à Sole, ut nudis oculis ſe prius detegendos exhibeant, quam ſint ipſo Jove propiores. Spatii autem tantilli intervallo circa Solem deſcripti pars longe major ſita eſt à latere Terræ quod Solem reſpicit; inque parte illa majore Cometæ Soli ut plurimum viciniores magis illuminari ſolent.

Coroll. (3.) Hinc etiam manifeſtum eſt, quod cœli reſiſtentia deſtituuntur. Nam Cometæ vias obliquas & nonnunquam curſui Planetarum contrarias ſecuti, moventur omnifariam liberrime, & motus ſuos etiam contra curſum Planetarum diutiſſime conſervant. Fallor ni genus Planetarum ſint, & motu perpetuo in orbem redeant. Nam quod Scriptores aliqui Meteora eſſe volunt, argumentum à capitum perpetuis mutationibus ducentes, fundamento carere videtur. Capita Cometarum Atmoſphæris ingentibus cinguntur; & Atmoſphæræ inferne denſiores eſſe debent. Unde nubes ſunt non ipſa Cometarum corpora, in quibus mutationes illæ viſuntur. Sic Terra ſi è Planetis ſpectaretur, luce nubium ſuarum proculdubio ſplenderet, & corpus firmum ſub nubibus prope deliteſceret. Sic cingula Jovis in nubibus Planetæ illius formata, ſitum mutant inter ſe, & firmum Jovis corpus per nubes illas difficilius cernitur. Et multo magis corpora Cometarum ſub Atmoſphæris & profundioribus & craſſioribus abſcondi debent.

Orbem Cometæ Anni 1680 & 168$\frac{0}{1}$ ſpectanti & reliqua Phænomena in animo revolventi haud difficulter conſtabit quod corpora Cometarum ſunt ſolida, compacta, fixa ac durabilia ad inſtar corporum Planetarum. Nam ſi nihil aliud eſſent quam vapores vel exhalationes Terræ, Solis, & Planetarum, Cometa hicce in tranſitu ſuo per viciniam Solis ſtatim diſſipari debuiſſet. Eſt enim calor Solis ut radiorum denſitas, hoc eſt reciproce ut quadratum diſtantiæ locorum à Sole, Ideoque cum di-

ſtantia Cometæ à Sole Dec. 8. ubi in Perihelio verſabatur, eſſet ad diſtantiam Terræ à Sole ut 6 ad 1000 circiter, calor Solis apud Cometam eo tempore erat ad calorem Solis æſtivi apud nos ut 1.000.000 ad 36, ſeu 28.000 ad 1. Sed calor aquæ ebullientis eſt quaſi triplo major quam calor quem terra arida concipit ad æſtivum Solem; ut expertus ſum: & calor ferri candentis (ſi recte conjector) quaſi triplo vel quadruplo major quam calor aquæ ebullientis; adeoque calor quem terra arida apud Cometam in perihelio verſantem ex radiis Solaribus concipere poſſet; quaſi 2000 vicibus major quam calor ferri candentis. Tanto autem calore vapores & exhalationes, omniſque materia volatilis ſtatim conſumi ac diſſipari debuiſſent.

Cometa igitur in perihelio ſuo calorem immenſum ad Solem concepit, & calorem illum diutiſſime conſervare poteſt. Nam globus ferri candentis digitum unum latus, calorem ſuum omnem ſpatio horæ unius in aere conſiſtens vix amitteret. Globus autem major calorem diutius conſervaret in ratione diametri, propterea quod ſuperficies (ad cujus menſuram per contactum aeris ambientis refrigeratur) in illa ratione minor eſt pro quantitate materiæ ſuæ calidæ incluſæ. Ideoque globus ferri candentis huic Terræ æqualis, id eſt pedes plus minus 40.000.000 latus, diebus totidē, & idcirco annis 50.000, vix refrigeſceret. Suſpicor tamen quod duratio Caloris ob cauſas latentes augeatur in minore ratione quam ea diametri: & optarem rationem veram per experimenta inveſtigari.

Porro notandum eſt quod Cometa Menſe Decembri, ubi ad Solem modo incaluerat, caudam emittebat longe majorem & ſplendidiorem quam antea Menſe Novembri, ubi perihelinm nondum attigerat. Et univerſaliter caudæ omnes maximæ & fulgentiſſimæ è Cometis oriuntur ſtatim poſt tranſitum eorum per regionem Solis. Conducit igitur calefactio Cometæ ad magnitudinem

dinem caudæ. Et inde colligere videor quod cauda nihil aliud ſit quam vapor longe tenuiſſimus, quem caput ſeu Nucleus Cometæ per calorem ſuum emittit.

Cæterum de Cometarum caudis triplex eſt opinio, eas vel jubar eſſe Solis per tranſlucida Cometarum capita propagatum; vel oriri ex refractione lucis in progreſſu ipſius à capite Cometæ in Terram: vel denique nubem eſſe ſeu vaporem à capite Cometæ jugiter ſurgentem & abeuntem in partes a Sole averſas. Opinio prima eorum eſt qui nondum imbuti ſunt ſcientia rerum opticarum. Nam jubar Solis in cubiculo tenebroſo non cernitur niſi quatenus lux reflectitur è pulverum & fumorum particulis per aerem ſemper volitantibus: adeoque in aere fumis craſſioribus infecto ſplendidius eſt, & ſenſum fortius ferit; in aere clariore tenuius eſt & ægrius ſentitur: in cœlis autem abſque materia reflectente nullum eſſe poteſt. Lux non cernitur quatenus in jubare eſt, ſed quatenus inde reflectitur ad oculos noſtros. Nam viſio non fit niſi per radios qui in oculos impingunt. Requiritur igitur materia aliqua reflectens in regione Caudæ, ne cœlum totum luce Solis illuſtratum uniformiter ſplendeat. Opinio ſecunda multis premitur difficultatibus. Caudæ nunquam variegantur coloribus: qui tamen refractionum ſolent eſſe comites inſeparabiles. Lux Fixarum & Planetarum diſtincte ad nos tranſmiſſa demonſtrat medium cœleſte nulla vi refractiva pollere. Nam quod dicitur fixas ab Ægyptiis comatas nonnunquam viſas fuiſſe, id quoniam rariſſime contingit, aſcribendum eſt nubium refractioni fortuitæ. Fixarum quoque radiatio & ſcintillatio ad refractiones tum Oculorum tum aeris tremuli referendæ ſunt: quippe quæ admotis oculo Teleſcopiis evaneſcunt. Aeris & aſcendentium vaporum tremore fit ut radii facile de anguſto pupillæ ſpatio per vices detorqueantur, de latiore autem vitri objectivi apertura neutiquam. Inde eſt quod ſcintillatio in priori caſu generetur, in poſteriore autem ceſſet; & ceſſatio in poſteriore caſu demonſtrat regularem

gularem tranſmiſſionem lucis per cœlos abſque omni refractione ſenſibili. Nequis contendat quod caudæ non ſoleant videri in Cometis cum eorum lux non eſt ſatis fortis, quia tunc radii ſecundarii non habent ſatis virium ad oculos movendos, & propterea caudas fixarum non cerni: ſciendum eſt quod lux fixarum plus centum vicibus augeri poteſt mediantibus Teleſcopiis, nec tamen caudæ cernuntur. Planetarum quoque lux copioſior eſt, caudæ vero nullæ: Cometæ autem ſæpe caudatiſſimi ſunt, ubi capitum lux tenuis eſt & valde obtuſa: ſic enim Cometa Anni 1680, Menſe Decembri, quo tempore caput luce ſua vix æquabat ſtellas ſecundæ magnitudinis, caudam emittebat ſplendore notabili uſque ad gradus 40, 50, 60 longitudinis & ultra: poſtea Jan. 27 & 28 caput apparebat ut ſtella ſeptimæ tantum magnitudinis, cauda vero luce quidem pertenui ſed ſatis ſenſibili longa erat 6 vel 7 gradus, & luce obſcuriſſima, quæ cerni vix poſſet, porrigebatur ad gradum uſque duodecimum vel paulo ultra: ut ſupra dictum eſt. Sed & Feb. 9 & 10 ubi caput nudis oculis videri deſierat, caudam gradus duos longam per Teleſcopium contemplatus ſum. Porro ſi cauda oriretur ex refractione materiæ cœleſtis, & pro figura cœlorum deflecteretur de Solis oppoſitione, deberet deflexio illa in iiſdem cœli regionibus in eandem ſemper partem fieri. Atqui Cometa Anni 1680 Decemb. 28. hora $8\frac{1}{2}$ P. M. Londini, verſabatur in ♓ 8 *gr.* 41 cum latitudine boreali 28 *gr.* 6′, Sole exiſtente in ♑ 18 *gr.* 26′. Et Cometa Anni 1577 Dec. 29. verſabatur in ♓ 8 *gr.* 41′. cum latitudine boreali 28 *gr.* 40′. Sole etiam exiſtente in ♑ 18 *gr.* 26′ circiter. Utroque in caſu Terra verſabatur in eodem loco & Cometa apparebat in eadem cœli parte: in priori tamen caſu cauda Cometæ (ex meis & aliorum obſervationibus) declinabat angulo graduum $4\frac{1}{2}$ ab oppoſitione Solis Aquilonem verſus; in poſteriore vero (ex Obſervationibus Tychonis) declinatio erat graduum 21 in auſtrum. Igitur repudiata

cœlorum

cœlorum refractione, ſupereſt ut Phænomena Caudarum ex materia aliqua reflectente deriventur.

Caudas autem à capitibus oriri & in regiones à Sole averſas aſcendere confirmatur ex legibus quas obſervant. Ut quod in planis orbium Cometarum per Solem tranſeuntibus jacentes, deviant ab oppoſitione Solis in eas ſemper partes quas capita in orbibus illis progredientia relinquunt. Quod ſpectatori in his planis conſtituto apparent in partibus à Sole directe averſis; digrediente autem ſpectatore de his planis, deviatio paulatim ſentitur, & indies apparet major. Quod deviatio cæteris paribus minor eſt ubi cauda obliquior eſt ad orbem Cometæ, ut & ubi caput Cometæ ad Solem propius accedit; præſertim ſi ſpectetur deviationis angulus juxta caput Cometæ. Præterea quod caudæ non deviantes apparent rectæ, deviantes autem incurvantur. Quod curvatura major eſt ubi major eſt deviatio, & magis ſenſibilis ubi cauda cæteris paribus longior eſt: nam in brevioribus curvatura ægre animadvertitur. Quod deviationis angulus minor eſt juxta caput Cometæ, major juxta caudæ extremitatem alteram, atque adeo quod cauda convexo ſui latere partes reſpicit à quibus fit deviatio, quæque in recta ſunt linea à Sole per caput Cometæ in infinitum ducta. Et quod caudæ quæ prolixiores ſunt & latiores, & luce vegetiore micant, ſint ad latera convexa paulo ſplendidiores & limite minus indiſtincto terminatæ quam ad concava. Pendent igitur Phænomena caudæ à motu capitis, non autem à regione cœli in qua caput conſpicitur; & propterea non fiunt per refractionem cœlorum, ſed à capite ſuppeditante materiam oriuntur. Etenim ut in aere noſtro fumus corporis cujuſvis igniti petit ſuperiora, idque vel perpendiculariter ſi corpus quieſcat, vel oblique ſi corpus moveatur in latus; ita in cœlis ubi corpora gravitant in Solem, fumi & vapores aſcendere debent à Sole (uti jam dictum eſt) & ſuperiora vel rectà petere, ſi corpus fumans quieſcit; vel obliquè, ſi corpus progrediendo

endo loca ſemper deſerit à quibus ſuperiores vaporis partes aſcenderant. Et obliquitas iſta minor erit ubi aſcenſus vaporis velocior eſt: nimirum in vicinia Solis & juxta corpus fumans. Ex obliquitatis autem diverſitate incurvabitur vaporis columna: & quia vapor in columnæ latere præcedente paulo recentior eſt, ideo etiam is ibidem aliquanto denſior erit, lucemque propterea copioſius reflectet, & limite minus indiſtincto terminabitur. De caudarum agitationibus ſubitaneis & incertis, deque earum figuris irregularibus, quas nonnulli quandoque deſcribunt, hic nihil adjicio; propterea quod vel à mutationibus aeris noſtri, & motibus nubium caudas aliqua ex parte obſcurantium oriantur; vel forte à partibus Viæ Lacteæ, quæ cum caudis prætereuntibus confundi poſſint, ac tanquam earum partes ſpectari.

Vapores autem, qui ſpatiis tam immenſis implendis ſufficiant, ex Cometarum Atmoſphæris oriri poſſe, intelligetur ex raritate aeris Noſtri. Nam aer juxta ſuperficiem Terræ ſpatium occupat quaſi 850 vicibus majus quam aqua ejuſdem ponderis, ideoque aeris columna Cylindrica pedes 850 alta ejuſdem eſt ponderis cum aquæ columna pedali latitudinis ejuſdem. Columna autem aeris ad ſummitatem Atmoſphæræ aſſurgens æquat pondere ſuo columnam aquæ pedes 33 altam circiter; & propterea ſi columnæ totius aereæ pars inferior pedum 850 altitudinis dematur, pars reliqua ſuperior æquabit pondere ſuo columnam aquæ altam pedes 32. Inde vero (ex Hypotheſi multis experimentis confirmata, quod compreſſio aeris ſit ut pondus Atmoſphæræ incumbentis, quodque gravitas ſit reciproce ut quadratum diſtantiæ locorum à centro Terræ) computationem per Coroll. Prop. XXII. Lib. II. ineundo, inveni quod aer, ſi aſcendatur à ſuperficie Terræ ad altitudinem ſemidiametri unius terreſtris, rarior ſit quam apud nos in ratione longe majori, quam ſpatii omnis infra orbem Saturni ad globum diametro digiti unius deſcriptum. Ideoque globus aeris noſtri digitum unum

latus

latus, ea cum raritate quam haberet in altitudine ſemidiametri unius terreſtris, impleret omnes Planetarum regiones ad uſque ſphæram Saturni & longe ultra. Proinde cum aer adhuc altior in immenſum rareſcat; & coma ſeu Atmoſphæra Cometæ, aſcendendo ab illius centro, quaſi decuplo altior ſit quam ſuperficies nuclei, deinde cauda adhuc altius aſcendat, debebit cauda eſſe quam rariſſima. Et quamvis, ob longe craſſiorem Cometarum Atmoſphæram, magnamque corporum gravitationem Solem verſus, & gravitationem particularum Aeris & vaporum in ſe mutuo, fieri poſſit ut aer in ſpatiis cœleſtibus inque Cometarum caudis non adeo rareſcat; perexiguam tamen quantitatem aeris & vaporum ad omia illa caudarum phænomena abunde ſufficere ex hac computatione perſpicuum eſt. Nam & caudarum inſignis raritas colligitur ex aſtris per eas tranſlucentibus. Atmoſphæra terreſtris luce Solis ſplendens, craſſitudine ſua paucorum milliarium, & aſtra omnia & ipſam Lunam obſcurat & extinguit penitus: per immenſam vero caudarum craſſitudinem, luce pariter Solari illuſtratam, aſtra minima abſque claritatis detrimento tranſlucere noſcuntur. Neque major eſſe ſolet caudarum plurimarum ſplendor, quam aeris noſtri in tenebroſo cubiculo latitudine digiti unius duorumve, lucem Solis in jubare reflectentis.

Quo tempore vapor à capite ad terminum caudæ aſcendit, cognoſci fere poteſt ducendo rectam à termino caudæ ad Solem, & notando locum ubi recta illa Trajectoriam ſecat. Nam vapor in termino caudæ, ſi rectà aſcendat à Sole, aſcendere cœpit à capite quo tempore caput erat in loco interſectionis. At vapor non rectà aſcendit à Sole, ſed motum Cometæ, quem ante aſcenſum ſuum habebat, retinendo, & cum motu aſcenſus ſui eundem componendo, aſcendit oblique. Unde verior erit Problematis ſolutio, ut recta illa quæ orbem ſecat, parallela ſit longitudini caudæ, vel potius (ob motum curvilineum Cometæ) ut eadem à linea caudæ di-

divergat. Hoc pacto inveni quod vapor qui erat in termino caudæ Jan. 25. aſcendere cæperat à capite ante Decemb. 11. adeoque aſcenſu ſuo toto dies plus 45 conſumpſerat. At cauda illa omnis quæ Dec. 10. apparuit, aſcenderat ſpatio dierum illorum duorum, qui à tempore perihelii Cometæ elapſi fuerant. Vapor igitur ſub initio in vicinia Solis celerrime aſcendebat, & poſtea cum motu per gravitatem ſuam ſemper retardato aſcendere pergebat; & aſcendendo augebat longitudinem caudæ: cauda autem quamdiu apparuit ex vapore fere omni conſtabat qui à tempore perihelii aſcenderat; & vapor, qui primus aſcendit, & terminum caudæ compoſuit, non prius evanuit quam ob nimiam ſuam tam à Sole illuſtrante quam ab oculis noſtris diſtantiam videri deſiit. Unde etiam caudæ Cometarum aliorum quæ breves ſunt, non aſcendunt motu celeri & perpetuo à capitibus & mox evaneſcunt, ſed ſunt permanentes vaporum & exhalationum columnæ, à capitibus lentiſſimo multorum dierum motu propagatæ, quæ participando motum illum capitum quem habuere ſub initio, per cœlos una cum capitibus moveri pergunt. Et hinc rurſus colligitur ſpatia cœleſtia vi reſiſtendi deſtitui; utpote in quibus non ſolum ſolida Planetarum & Cometarum corpora, ſed etiam rariſſimi caudarum vapores motus ſuos velociſſimos liberrime peragunt ac diutiſſime conſervant.

Aſcenſum caudarum ex Atmoſphæris capitum & progreſſum in partes à Sole averſas Keplerus aſcribit actioni radiorum lucis materiam caudæ ſecum rapientium. Et auram longe tenuiſſimam in ſpatiis liberrimis actioni radiorum cedere, non eſt à ratione prorſus alienum, non obſtante quod ſubſtantiæ craſſæ, impeditiſſimis in regionibus noſtris, à radiis Solis ſenſibiliter propelli nequeant. Alius particulas tam leves quam graves dari poſſe exiſtimat, & materiam caudarum levitare, perque levitatem ſuam à Sole aſcendere. Cum autem gravitas corporum terreſtrium ſit ut materia in

cor-

corporibus, adeoque ſervata quantitate materiæ intendi & remitti nequeat, ſuſpicor aſcenſum illum ex rarefactione materiæ caudarum potius oriri. Aſcendit fumus in camino impulſu aeris cui innatat. Aer ille per calorem rarefactus aſcendit, ob diminutam ſuam gravitatem ſpecificam, & fumum implicatum rapit ſecum. Quidni cauda Cometæ ad eundem modum aſcenderit à Sole? Nam radii Solares non agitant Media quæ permeant, niſi in reflexione & refractione. Particulæ reflectentes ea actione calefactæ calefacient auram æthream cui implicantur. Illa calore ſibi communicato rareſiet, & ob diminutam ea raritate gravitatem ſuam ſpecificam qua prius tendebat in Solem, aſcendet & ſecum rapiet particulas reflectentes ex quibus cauda componitur: Ad aſcenſum vaporum conducit etiam quod hi gyrantur circa Solem & ea actione conantur à Sole recedere, at Solis Atmoſphæra & materia cœlorum vel plane quieſcit, vel motu ſolo quem à Solis rotatione acceperint, tardius gyratur. Hæ ſunt cauſæ aſcenſus caudarum in vicinia Solis, ubi orbes curviores ſunt, & Cometæ intra denſiorem & ea ratione graviorem Solis Atmoſphæram conſiſtunt, & caudas quam longiſſimas mox emittunt. Nam caudæ quæ tunc naſcuntur, conſervando motum ſuum & interea verſus Solem gravitando, movebuntur circa Solem in Ellipſibus pro more capitum, & per motum illum capita ſemper comitabuntur & iis liberrime adhærebunt. Gravitas enim vaporum in Solem non magis efficiet ut caudæ poſtea decidant à capitibus Solem verſus, quam gravitas capitum efficere poſſit ut hæc decidant à caudis. Communi gravitate vel ſimul in Solem cadunt, vel ſimul in aſcenſu ſuo retardabuntur, adeoque gravitas illa non impedit, quo minus caudæ & capita poſitionem quamcunque ad invicem à cauſis jam deſcriptis aut aliis quibuſcunque facillime accipiant & poſtea liberrime ſervent.

Caudæ igitur quæ in Cometarum periheliis naſcuntur, in regiones longinquas cum eorum capitibus abibunt,

bunt, & vel inde poſt longam annorum ſeriem cum iiſdem ad nos redibunt, vel potius ibi rarefacti paulatim evaneſcent. Nam poſtea in deſcenſu capitum ad Solem caudæ novæ breviuſculæ lento motu à capitibus propagari debebunt, & ſubinde, in Periheliis Cometarum illorum qui aduſque Atmoſphæram Solis deſcendunt, in immenſum augeri. Vapor enim in ſpatiis illis liberrimis perpetuo rareſcit ac dilatatur. Qua ratione fit ut cauda omnis ad extremitatem ſuperiorem latior ſit quam juxta caput Cometæ. Ea autem rarefactione vaporem perpetuo dilatatum diffundi tandem & ſpargi per cœlos univerſos, deinde paulatim in Planetas per gravitatem ſuam attrahi & cum eorum Atmoſphæris miſceri rationi conſentaneum videtur. Nam quemadmodum Maria ad conſtitutionem Terræ hujus omnino requiruntur, idque ut ex iis per calorem Solis vapores copioſe ſatis excitentur, qui vel in nubes coacti decidant in pluviis, & terram omnem ad procreationem vegetabilium irrigent & nutriant; vel in frigidis montium verticibus condenſati (ut aliqui cum ratione philoſophantur) decurrant in fontes & flumina: ſic ad conſervationem marium & humorum in Planetis Cometæ requiri videntur; ex quorum exhalationibus & vaporibus condenſatis, quicquid liquoris per vegetationem & putrefactionem conſumitur & in terram aridam convertitur, continuo ſuppleri & refici poſſit. Nam vegetabilia omnia ex liquoribus omnino creſcunt, dein magna ex parte in terram aridam per putrefactionem abeunt, & limus ex liquoribus putrefactis perpetuo decidit. Hinc moles Terræ aridæ indies augetur, & liquores, niſi aliunde augmentum ſumerent, perpetuo decreſcere deberent, ac tandem deficere. Porro ſuſpicor ſpiritum illum, qui aeris noſtri pars minima eſt ſed ſubtiliſſima & optima, & ad rerum omnium vitam requiritur, ex Cometis præcipue venire.

Atmoſphæræ Cometarum in deſcenſu eorum in Solem excurrendo in caudas diminuuntur, & (ea certe in parte

parte quæ Solem reſpicit) anguſtiores redduntur: & viciſſim in receſſu eorum à Sole, ubi jam minus excurrunt in caudas, ampliantur; ſi modo Phænomena eorum Hevelius recte notavit. Minimæ autem apparent ubi capita jam modo ad Solem calefacta in caudas maximas & fulgentiſſimas abiere, & nuclei fumo forſan craſſiore & nigriore in Atmoſphærarum partibus infimis circundantur. Nam fumus omnis ingenti calore excitatus craſſior & nigrior eſſe ſolet. Sic caput Cometæ de quo egimus, in æqualibus à Sole ac Terra diſtantiis, obſcurius apparuit poſt perihelium ſuum quam antea. Menſe enim *Decem.* cum ſtellis tertiæ magnitudinis conferri ſolebat, at Menſe *Novem.* cum ſtellis primæ & ſecundæ. Et qui utrumque viderant, majorem deſcribunt Cometam priorem. Nam Juveni cuidam *Cantabrigienſi Novem.* 19. Cometa hicce luce ſua quamtumvis plumbea & obtuſa æquabat Spicam Virginis, & clarius micabat quam poſtea. Et *D. Storer* literis quæ in manus noſtras incidere, ſcripſit caput ejus Menſe *Decembri*, ubi caudam maximam & fulgentiſſimam emittebat, parvum eſſe & magnitudine viſibili longe cedere Cometæ qui Menſe *Novembri* ante Solis ortum apparuerat. Cujus rei rationem eſſe conjectabatur quod materia capitis ſub initio copioſior eſſet & paulatim conſumeretur.

Eodem ſpectare videtur quod capita Cometarum aliorum, qui caudas maximas & fulgentiſſimas emiſerunt, deſcribantur ſubobſcura & exigua. Nam Anno 1668 Mart. 5. St. nov. hora ſeptima Veſp. *R. P. Valentinus Eſtancius, Braſiliæ* agens, Cometam videt Horizonti proximum ad occaſum Solis brumalem, capite minimo & vix conſpicuo, cauda vero ſupra modum fulgente, ut ſtantes in littore ſpeciem ejus è mari reflexam facile cernerent. Speciem utique habebat trabis ſplendentis longitudine 23 graduum, ab occidente in auſtrum vergens, & Horizonti fere parallela. Tantus autem ſplendor tres ſolum dies durabat, ſubinde notabiliter decreſcens; & interea decreſcente ſplendore aucta eſt magnitudine cauda.

Unde etiam in Portugallia quartam fere cœli partem (id eſt gradus 45) occupaſſe dicitur, ab occidente in orientem ſplendore cum inſigni protenſa; nec tamen tota apparuit, capite ſemper in his regionibus infra Horizontem deliteſcente. Ex incremento caudæ & decremento ſplendoris manifeſtum eſt quod caput à Sole receſſit, eique proximum fuit ſub initio, pro more Cometæ anni 1680. Et ſimilis legitur Cometa anni 1101 vel 1106. *cujus Stella erat parva & obſcura* (ut ille anni 1680) *ſed ſplendor qui ex ea exivit valde clarus & quaſi ingens trabs ad orientem & Aquilonem tendebat*, ut habet *Hevelius* ex *Simeone Dunelmenſi* Monacho. Apparuit initio Menſis Feb. circa veſperam ad occaſum Solis brumalem. Inde vero & ex ſitu caudæ colligitur caput fuiſſe Soli vicinum. *A Sole*, inquit Matthæus Pariſienſis, *diſtabat quaſi cubito uno, ab hora tertia* [rectius ſexta] *uſque ad horam nonam radium ex ſe longum emittens*. Talis etiam erat ardentiſſimus ille Cometa ab *Ariſtotele* deſcriptus Lib. I. Meteor 6. *cujus caput primo die non conſpectum eſt, eo quod ante Solem vel ſaltem ſub radiis ſolaribus occidiſſet, ſequente vero die quantum potuit viſum eſt. Nam quam minima fieri poteſt diſtantia Solem reliquit, & mox occubuit. Ob nimium ardorem* [caudæ ſcilicet] *nondum apparebat capitis ſparſus ignis, ſed procedente tempore* (ait Ariſtoteles) *cum* [cauda] *jam minus flagraret, reddita eſt* [capiti] *Cometæ ſua facies. Et ſplendorem ſuum ad tertiam uſque cœli partem* [id eſt ad 60 gr.] *extendit. Apparuit autem tempore hyberno, & aſcendens uſque ad cingulum Orionis ibi evanuit.* Cometa ille anni 1618, qui è radiis Solaribus caudatiſſimus emerſit, ſtellas primæ magnitudinis æquare vel paulo ſuperare videbatur, ſed majores apparuere Cometæ non pauci qui caudas breviores habuere. Horum aliqui Jovem, alii Venerem, vel etiam Lunam æquaſſe traduntur.

Diximus Cometas eſſe genus Planetarum in Orbibus valde excentricis circa Solem revolventium. Et quemadmodum è Planetis non caudatis, minores eſſe ſolent qui

qui in orbibus minoribus & Soli propioribus gyrantur, ſic etiam Cometas, qui in Periheliis ſuis ad Solem propius accedunt, ut plurimum minores eſſe, & in orbibus minoribus revolvi rationi conſentaneum videtur. Orbium vero tranſverſas diametros & revolutionum tempora periodica ex collatione Cometarum in iiſdem orbibus poſt longa temporum intervalla redeuntium determinanda relinquimus.

XXXIX.

EXPOSITA jamjam Philoſophia Newtoniana, *Halleianam Cometographiam*, Newtonianæ ſuccenturiatam, & inædificatam, exponere conabimur. Et cum Opus hocce Cl. Halleii ſit per ſe nobiliſſimum, at ſuccinctius paulo atque obſcurius traditum, utpote grandioris tantum operis prodromum; neque alibi in Tyronum uſum facilius explicatum etiamnum extet, Integrum illud hoc in loco, verum perpetuo Commentario auctum atque illuſtratum exponere, & iterato in publicum dare volui. Præfatio quidem Hiſtorica eidem præfixa commentario non indiget; eandem tamen, nequid præclari hujuſce operis hic loci deſideretur, exſcribere non gravabor. Sic vero ſe habet.

Aſtronomiæ Cometicæ Synopſis.

Act. Philoſoph. Num. 297. pag. 1881, &c. An. Domini. 1705. Menſe Martio.

" Veteres Ægyptii & Chaldæi, ſiqua Fides Dio-
" doro Siculo, longa obſervationum ſe-
" rie inſtructi, Cometarum ἐπιτολὰς [ſive
" exortus] prænunciare valuerunt. Cum
" autem iiſdem artibus etiam Terræ Mo-
" tus ac Tempeſtates prævidiſſe dican-
" tur, extra dubium eſt Aſtrologiæ potius calculo fa-
" tidico, quam Aſtronomicis motuum Theoriis, eo-

" rum de his rebus ſcientiam referendam eſſe. Ac vix
" alia à Græcis, utriuſque populi victoribus, reperta
" eſt apud eos doctrina; adeo ut eam, quam nunc eo
" uſque proveximus, Aſtronomiam, Græcis ipſis, præ-
" ſertim magno Hipparcho, uti inventoribus, accep-
" tam debeamus. Apud hos vero Ariſtotelis ſenten-
" tia, qui Cometas nihil aliud eſſe voluit quam vapo-
" res ſublunares, vel etiam Meteora aerea, tantum ef-
" fecit, ut hæc Aſtronomicæ ſcientiæ pars longe ſub-
" tiliſſima omnino neglecta manſerit; cum nemini o-
" peræ pretium viſum fuerit vagas & incertas fluitan-
" tium in æthere vaporum ſemitas adnotare, ſcriptiſque
" mandare; unde factum ut ab illis nihil certi de motu
" Cometarum ad nos tranſmiſſum reperiatur.

" Seneca autem Philoſophus, perpenſis duorum in-
" ſignium ſui temporis Cometarum Phænomenis, non
" dubitavit iis loca inter corpora cœleſtia aſſignare, Sy-
" dera eſſe cum mundo duratura exiſtimans, quanquam
" motus eorum legibus nondum compertis regi fateatur.
" Tandemque Vaticinio non irrito promittit aliquando
" futura ſecula, quibus hæc tam occulta *dies extraheret*
" *ac longioris ævi diligentia*: quibuſque admirationi fo-
" ret hæc *Veteres* neſcire potuiſſe; poſtquam *Demon-*
" *ſtraverit aliquis* Naturæ Interpres *in quibus Cœli parti-*
" *bus Cometæ errent, quanti, qualeſque ſint.* Ab hac
" autem Senecæ ſententia in diverſas partes abiit pene
" omnis Aſtronomorum Cohors; ac ipſe Seneca, neque
" phænomena motus, quibus opinionem hanc tueretur,
" neque tempora adſcribere dignatus eſt quæ poſteris
" ad hæc definienda uſui forent. Ac evolutis pluri-
" mis Cometarum hiſtoriis nihil omnino invenio quod
" huic negotio inſervire poſſit ante annum à Chriſto
" nato 1337 quo Nicephorus Gregoras Hiſtoricus &
" Aſtronomus Conſtantinopolitanus nobis Cometæ ſe-
" mitam inter fixas ſatis accurate deſcripſit: tempora
" autem nimis laxe conſignavit:' ita ut non niſi
" quod abhinc quadringentis pene annis apparuerit lu-

" bri-

" bricus & incertus hic Cometa Catalogo, quem damus, " inſeri mereatur. Dein Cometa Anni 1472 om- " nium velociſſimus ac terris proximus Regiomonta- " num habuit Obſervatorem. Hic magnitudine ac " Coma terribilis, unius diei ſpatio 40 gradus ſub cir- " culo cœli maximo emenſus eſt, ac omnium primus " eſt de quo obſervata idonea ad nos pervenere. Quot- " quot autem Cometas conſiderarunt, uſque ad tem- " pora Tychonis Brahe, magni illius Aſtronomiæ re- " ſtauratoris, eos ſublunares eſſe autumarunt, adeoque " parvi penderunt, utpote pro Vaporibus habitos. Anno " autem 1577. (Tychone jam ſtudio aſtrorum ſerio " incumbente, comparatiſque Machinis ingentibus pro " dimetiendis cœli arcubus majori cum cura & certitu- " dine quam Veteribus ſperare fas erat) Emerſit Co- " meta ſatis conſpicuus; cui obſervando ſtrenue ſeſe ac- " cinxit Tycho; multiſque & fidis experimentis de- " prehendit nulli, quæ ſentiretur, Parallaxi diurnæ " obnoxium fuiſſe; adeoque non tantum non fuiſſe " Vaporem aereum, ſed & etiam multo ſuperiorem " extiſſe Luna: imo nihil obſtabat quin inter ipſos " Planetas collocaretur; fruſtra interim contra obſtre- " pentibus Scholaſticorum nonnullis.

" Tychonis vero eximiam in obſervando induſtri- " am excepit Kepleri ſagaciſſimum & pene divinum " ingenium. Hic Tychonis laboribus fretus, & Sy- " ſtema Mundi verum & Phyſicum adinvenit, ac ſci- " entiam Aſtronomicam in immenſum auxit. Mon- " ſtrato ſcilicet Planetas omnes in planis per Solis Cen- " trum tranſeuntibus revolvi, Curvaſque Ellipticas de- " ſcribere; ea lege, ut Areæ Sectorum Ellipticorum " ad Centrum Solis in Ellipſeos foco conſtituti tem- " poribus, quibus deſcribantur arcus, ſemper propor- " tionales ſint. Invenit etiam Diſtantias Planetarum à " Sole eſſe in ſeſquialtera ratione temporum periodico- " rum; ſive Cubos Diſtantiarum eſſe ut Quadrata Tem- " porum. Tanto autem artifici affulſere duo Cometæ;

" quorum alter maxime illuſtris. Ex horum obſerva-
" tis concluſit Keplerus, non uno parallaxis annuæ in-
" dicio Cometas inter Orbes Planetarum liberrime qua-
" quaverſum ferri: motu quidem non multum à recti-
" lineo diverſo; ſed quem nondum definire licuit. Ac
" Hevelius, Tychonis æmulus, Kepleri veſtigiis inſi-
" ſtens eandem Hypotheſim Motus rectilinei amplexus
" eſt; ipſe plurium Cometarum Obſervator perquam
" ſubtilis. Cœlo tamen Calculum ſuum non penitus
" conſentire queſtus eſt; Viamque Cometicam verſus
" Solem incurvari ei ſuboluit. Tandem de ſummo
" cœlo lapſus eſt prodigioſus ille Cometa Anni 1680.
" quaſi Caſu perpendiculari Solem petens, & exinde
" pari velocitate aſſurgens: Hic per quatuor Menſes
" continuos viſus, inſigni ac peculiari curvitate Or-
" bitæ ad inveſtigationem Motus Theoriæ præ cæteris
" idoneus erat: inſtructis autem jampridem Regiis
" Obſervatoriis, Pariſienſi & Grenovicenſi, ac Aſtro-
" nomorum Clariſſimorum curæ commiſſis, accidit ut
" hujus Cometæ Motus apparens, quantum forſan Mor-
" talibus fas eſt, accuratiſſime à Caſſino & Flamſtedio
" obſervaretur.

" Non multo poſt, dum Geometrarum Princeps il-
" luſtriſſimus Newtonus operam dabat *Principiis Philo-
" ſophiæ Mathematicis*; Non ſolum inventa Kepleri in
" Syſtemate Planetario locum habere demonſtravit, ve-
" rum etiam Cometarum Phænomena omnia ex iiſdem
" Principiis evidenter conſequi. Id quod exemplo
" prædicti Cometæ Anni 1680 abunde illuſtravit;
" modumque docuit Geometrice conſtruendi Orbitas
" Cometarum, Problemaque arduum, ac tanto Oedipo
" dignum ſumma cum omnium admiratione reſolvit.
" Cometam autem hunc in orbe parabolico Solem cir-
" cumiiſſe probat; ita ut areæ ad centrum Solis æſti-
" matæ tamporibus proportionales fuerint.

" Tanti Viri veſtigia inſecutus eandem methodum
" calculo arithmetico accommodare aggreſſus ſum,

" inquit

" inquit Cl. Halleius, nec irrito conamine. Undique
" enim conquiſitis Cometarum Obſervationibus, Ta-
" bellam immenſi pene calculi fructum obtinui; exi-
" guum quidem, ſed non ingratum Aſtronomis munus.
" Hi etenim numeri vim habent omnia quæ de motu
" Cometarum hactenus obſervata ſunt accuratiſſime re-
" præſentandi, ope ſolius Tabulæ Generalis inſequentis;
" cui adornandæ nullis ſane peperci laboribus, ut per-
" fecta prodiret; utpote poſteritati conſecrata, ac cum
" ſcientia Aſtronomica duratura.

Hactenus Cl. Halleius ſine Interprete. Jam vero reliquam Cometographiæ partem in membra diſcerptam ut Commentario illuſtremus res ipſa poſtulat.

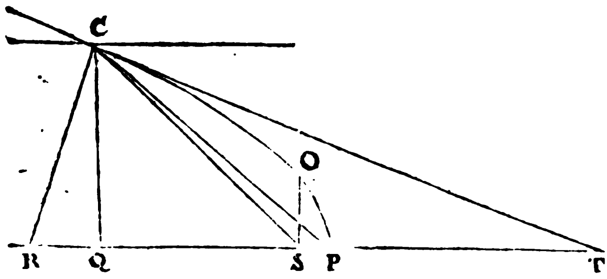
Tabulæ generalis Conſtructio & Uſus.

" Ut Planetæ in Orbibus Ellipticis, ita Cometæ
" in Parabolicis, Solem in Foco communi ſitum am-
" biunt; ea lege, ut Areæ æquales æqualibus tempori-
" bus deſcribantur. Quoniam vero Parabolæ omnes in-
" ter ſe ſimiles ſunt, ſi determinata aliqua pars Areæ
" datæ Parabolæ dividatur in partes quotlibet; in om-
" nibus Parabolis fiet ſimilis diviſio, ſub iiſdem angu-
" lis: atque diſtantiæ erunt proportionales. Ideoque
" una noſtra Tabula pro Cometis omnibus ſufficiet.
" Hactenus Halleius.

Notandum autem Autorem Clariſſimum non hic loci aſſerere trajectorias Cometarum eſſe revera Parabolicas; ſed id ſolum velle, eas eſſe ellipticas potius, uti poſtmodum liquebit; ſed adeo eccentricas, ut pars illa orbitarum ellipticarum quæ mundum Planetarium ſpectat, & quæ circa Solem & Tellurem verſatur, ſive quam nos Terricolæ videre poſſumus, tantillum à lineæ parabolicæ parte curvata & congeneri diſcrepare, ut vice ellipſeos Parabola tuto & ſine ſenſibili errore aſſumi poſſit. Prius enim monitum ellipſes omnium ſpecierum eſſe poſſe, & concentricas in Circulos, infinite eccentri-

cas in Parabolas degenerare. Neque proinde mirum ſi loco ellipſeos, figuræ difficilioris contemplationis, & ignotæ, in hoc caſu, ſpeciei, Parabolam contemplatu longe faciliorem, & unius ſemper ſpeciei adhibere cu- piamus: eo nempe in loco ubi phænomena Comet- rum trajectorias tantum non Parabolicas nobis planiſſime exhibere dignoſcuntur. Areæ æquabilitatem, Planeta æque ac Cometas ſpectantem, olim expoſuimus; ne- que actum prius nunc agere ſuſtinebimus. Palam au- tem eſt ſimiles figuras, ut circulos & parabolas, qualeſ- cunque ſint, ſimiles partium, atque proportionales line- arum correſpondentium diviſiones, numeris iiſdem ex- primendas, admittere & poſtulare. Pergat Halleius.

“ Calculi autem hujus Tabulæ hæc eſt ratio. In
“ Schemate, ſit *S*. Sol. *P O C* Orbita Cometæ. *P*
“ perihelion. *O* Locus ubi Cometa quadrante diſtat à
“ Perihelio. *C* locus quivis alius. Junge *CP*. *CS*.
“ ac fiant *ST*. *SR* æquales ipſi *CS*. ac ductis rectis



“ *CR*, *CT*. (quarum hæc Curvæ Tangens eſt, illa per-
“ pendicularis,) in axem *P S R* demitte Normalem
“ *CQ*. Jam data quavis Area *COPS* oportet angu-
“ lum *CSP*, & diſtantiam *CS* inquirere. Hæc Au-
“ thor.

Nimirum uti in Aſtronomia Planetaria locum Pla-

netæ,

petæ, ſive diſtantiam ab Axe Ellipſeos angularem, quam ejuſdem *anomaliam veram* dicimus una cum *diſtantia à Sole* abſoluta, imprimis quærimus; ita & in Cometis, ſimilem angulum & diſtantiam ut primo inveſtigemus eſt neceſſe. Notandum autem ex natura Parabolarum omnium Lineam *SO* eſſe Lateris recti dimidiam. *SP* ejuſdem Lateris recti partem quartam, ſive ipſius *SO* dimidiam: atque ducta ad punctum quodvis ut *C* tangente *CT*, erectaque ad eandem linea perpendiculari *CR*, axem ſecante, & dimiſſa ab eodem puncto *C* ad axem perpendiculari *CR*, axem ſecante *CQ*; eſſe *SC*, *SR*, & *ST* inter ſe æquales: eſſe quoque lineas *PQ*, *PT*, inter ſe æquales; & lineam *QR* eſſe ipſi *SO*, ſive Lateris recti ſemiſſi æqualem. Quæ omnia ex Conicis ſunt notiſſima. Pergat Author.

"Jam data quavis Area *COPS* oportet angulum *CPS*, " & diſtantiam *CS*, inquirere. Quoniam ob naturam " Parabolæ recta *RQ* ubique æqualis eſt ſemilateri " recto. Ponatur latus rectum $= 2$; adeoque $RQ =$ " 1: ac ſit recta $CQ = z$. erit itaque $PQ = \frac{1}{2} zz$; " ac Segmentum Parabolicum $COP = \frac{1}{12} zzz$; Tri- " angulum autem *CSP* erit $\frac{1}{4} z$. adeoque area mixti- " linea *COPS* erit $= \frac{1}{12} z^3 + \frac{1}{4} z = a$. ac $z^3 +$ " $3z = 12a$. Quare reſoluta hac æquatione Cubica, " z, ſive ordinatim applicata *CQ* innoteſcet. Hæc " Halleius.

Obſervandum autem probe viam hic analyticam ſterni inveniendæ anomaliæ coæquatæ in parabola, ex data ſemper anomalia media, hoc eſt, area deſcripta, tempori deſcriptionis ubique proportionali. Neque ſine analyſi ex data area ſive anomalia media, angulus *CST* ſive anomalia coæquata directe inveniri poteſt. Quod vero ex hypotheſi quod linea primo quærenda *CQ* (ex ea enim inventa angulus *CST* facile reperietur, uti mox patebit.) dicatur z, linea *PQ* æquabitur $\frac{1}{2} zz$ demonſtratu eſt perfacile: nam ut $RQ = 1$, ad $CQ = z$, ita eadem $CQ = z$, ad *QT*, ſive zz, cujus pars dimi-

dimidia proinde OP æquabitur $\frac{1}{2}zz$. Quod vero ſegmentum Parabolicum COP ex eadem hypotheſi recte exprimetur per $\frac{1}{12}zzz$ ex Conicis etiam facillime conſequitur. Eſt enim area $COPSQ$, ad triangulum CPQ, ſive CPT eidem æquale. ut 4 ad 3: atque adeo area parabolica COP ad CPQ ut 1 ad 3. & cum triangulum CPQ ex perpendiculari CQ ſive z in dimidiam baſin $\frac{1}{4}zz$ ducta, fit $\frac{1}{4}zzz$, erit ejus pars tertia neceſſario $\frac{1}{12}zzz$, æqualis areæ parabolicæ COP. Eſt quoque triangulum CSP, ex perpendiculari z in dimidiam baſin $\frac{1}{4}$, æquale $\frac{1}{4}z$: atque adeo ſumma arearum COP, & CPS, ſive integra area $COPS$ tempori proportionalis erit æqualis ſummæ harum quantitatum, quæ dicitur a: ſive orietur æquatio hæc $\frac{1}{12}z^3 * + \frac{1}{4}z * = a$: & multiplicando utrinque per 12. $z^3 + 3z = 12a$. Quæ eſt æquatio cubica, cujus termini ſecundus & quartus deſunt. Inventa itaque hujus æquationis radice, ſive ipſius z valore in numeris, per methodum, ſi placet, Halleianam alibi exhibitam, vel aliter, Lineæ CQ longitudo innoteſcet. *Q. E. I.*

Audiamus jam ipſum Authorem.

" Proponatur jam area OPS in partes centenas di-
" videnda. Hæc area duodecima pars eſt quadrati late-
" ris recti: adeoque $12a$ æquantur quadrato illo $= 4$.
" Si itaque ſucceſſive extrahantur radices æquationum
" $z^3 + 3z = 0{,}04 : 0{,}08 : 0{,}12 : 0{,}16$: &c. habe-
" buntur totidem z, ſive ordinatim applicatæ CQ
" reſpective; ac diviſa erit area SOP in partes cente-
" nas. Eodemque modo ultra locum O continuan-
" dus eſt calculus. Radix autem hujus æquationis cum
" RQ ſit $= 1$. Tangens eſt tabularis anguli CRQ,
" ſive dimidii anguli CSP; adeoque angulus CSP
" datur. Ejus denique anguli CRQ ſecans RC me-
" dia proportionalis eſt inter RQ, ſive unitatem, &
" RT, quæ dupla eſt ipſius SC; ut ex Conicis notiſ-
" ſimum eſt. Quod ſi SP ponatur 1, adeoque la-
" tus rectum $= 4$, ut in Tabula noſtra, ipſa RT erit

" diſtan-

" diſtantia quæſita, duplum ſcilicet ipſius *SC* in pri-
" ore parabola. Ad hunc modum ſequentem Tabulam
" elaboravi, repræſentandis omnium Cometarum mo-
" tibus inſervientem: hactenus enim nullus ex Obſer-
" vatis Parabolæ leges reſpuit. Hæc Author.

Quod vero area *OPS* ſit pars duodecima quadrati lateris recti hinc liquet; quod ex co[illegible]s area *OPS* ſit $\frac{2}{3}$ rectanguli *OS* in *SP*; hoc eſt, [illegible]anguli dimidii lateris recti, in ejuſdem partem quartam. Nam $\frac{2}{3}$ in $\frac{1}{8} = \frac{1}{12}$. Numeri autem quivis ut 4. 8. 12. 16. Si in ſecundo Decimalium loco ponantur, uti hic ſit, partes centenas rite exprimenr. Ideo autem angulo recto tanquam norma principali computationis contenti ſumus, quod periodo integra in parabolis caremus. Ob æquales vero *S C*, *S R*, angulus externus trianguli iſoſcelis *CRS*, duplo angulo *CRS* æquabitur. Datoque proinde per tabulas Tangentium angulo *CRQ* duplum ejus, ſive angulus *CST*, hoc eſt, *anomalia* Cometæ *coæquata* habetur. Pariter, dato jam angulo *CST*, ſi per auream regulam ſit, Ut *RQ* = 1, ad anguli iſtius ſecantem, ex iiſdem Tabulis deſumendam; ita iſta ſecans, ad tertiam proportionalem *RT*; Hujus ſemiſſis *RS* æquatur ipſi *SC*, ſive diſtantiæ Cometæ à Sole, *Q. E. I.*

Novemb. 29°. 1708.

XL.

" RESTAT jam, inquit Halleius, præcepti calculi
tradere, modumque ſupputandi locum Cometæ
" viſum ex his numeris exhibere. Cometæ autem in
" Parabola moventis Velocitas ubique, eſt ad Veloci-
" tatem Planetæ gyrantis in circulo circa Solem, ad eandem à Sole diſtantiam; ut $\sqrt{2}$, ad 1. ut conſtat ex

" Prin-

" Principiis Phil. Nat. Math. Lib. I. Prop. 16. Coroll.
" 7. Si itaque Cometa in perihelio ad diſtantiam æqua-
" lem diſtantiæ terræ à Sole ſupponatur, erit area diurna,
" quam deſcriberet Cometa, ad aream quam deſcri-
" bit Terra, ut $\surd 2$ ad 1: ac proinde tempus annuum,
" ad tempus quo Cometa talis deſcriberet quadrantem
" Orbitæ ſuæ à Perihelio, ut 3.14159, &c. (hoc eſt,
" ut area circuli) ad $\surd \frac{8}{9}$. Hæc ille.

Prop. XXII. *prius.*

Quod velocitas in parabola ſit ad velocitatem, pro eadem diſtantia, in circulo ut $\surd 2$ ad 1. vel ut 10 ad 7 fere, olim demonſtravimus: ſive potius ex natura curvaturæ circularis & parabolicæ, & ratione ſubtenſarum anguli contactuum in hiſce curvis, inſtar Corollarii, deduximus. Tempus autem in circulo ecliptico annuum, ſive tempus revolutionis integræ per circuli aream integram, ex ſemiperipheriæ in radium ductu æſtimandam, expoſitum; erit ad tempus deſcriptionis arcus quadrantalis in parabola, per parabolæ aream quadrantalem ex ductu $\frac{2}{3}$ ſemilateris recti in ejuſdem *lateris* ſive *radii* quadrantem æſtimandam, expoſitum; ut ipſæ areæ; ſive ut altitudines rectangulorum ad communem baſin: niſi quatenus velocitas deſcriptionis in Parabola iſtam temporum rationem turbat, & minuit, in ratione 1 ad $\surd 2$. itaque vice $\frac{2}{3}$ adhibeatur $\surd \frac{4}{9}$: & duplicetur numerator propter numerum quadratum, ſcilicet binarium, unitatis duplum, hoc eſt, pro circulo adhibeatur ejus area 3.141.59. pro Parabola $\surd \frac{8}{9}$. atque ita facile intelligetur ratiocinii Halleiani veritas. " Pergat autem ille:
" Cometa igitur deſcriberet quadrantem illum diebus
" 109. 14^h. 46′, adeoque area illa parabolica, areæ
" *POS* analoga, in centum particulas diſtributa, ſin-
" gulis diebus competunt particulæ 0.912.280. cujus
" Logarithmus, nempe 9.960.128 in perpetuum uſum
" ſervandus eſt. Tempora autem quibus Cometa in
" diſtantia majore vel minore quadrantes ſimiles deſcri-
" beret, ſunt ut revolutiones in circulis, hoc eſt, in

" ſeſqui-

" ſeſquiplicata ratione diſtantiarum; adeoque areæ di-
" urnæ, in partibus centeſimis quadrantis æſtimatæ,
" (quas medii motus menſuras, inſtar graduum poni-
" mus) ſunt in ſingulis in ſubſeſquialtera ratione diſtan-
" tiæ periheliæ à Sole.

Medius nempe motus diurnus 0.912.280 Logarithmo *Negativo* — 0.039.872 ex antiquiore more exprimendus, more hic loci novo *Poſitivo* 9.960.128. ad evitandas nempe characteriſticæ negativæ moras, exprimitur: rejecto nimirum in additione denario, cum uſus venerit, ut formæ conſuetæ æquivaleat. Recte autem hic notat Halleius in diverſis Parabolis quadrantem eodem quidem partium numero, nempe centenario, ubique cenſeri; ita tamen ut partes iſtæ revera inæquales, & pro magnitudine Parabolæ majores, pro parvitate minores ſint, & ea quidem ratione majores vel minores, non qua ipſæ à Sole diſtantiæ creſcunt, vel decreſcunt, ſed in ejuſdem ſubſeſquialtera: ita ut diſtantiarum Quadrata ſint inter ſe ut harum partium Cubi reciproce.

" His neceſſario præmiſſis proponatur alicujus è Co-
" metis noſtris Locum viſum ad datum tempus ſuppu-
" tare. Primum itaque Solis locus ab æquinoctio in
" promptu ſit; ejuſdemque diſtantiæ à Terra Loga-
" rithmus. 2°. Capiatur intervallum temporis inter
" tempus Perihelii & tempus datum, in diebus parti-
" buſque diei decimalibus. Hujus numeri Logarithmo
" addatur Logarithmus conſtans 9.960.128. ac com-
" plementum Arithmeticum ſeſquialterius Logarithmi
" diſtantiæ periheliæ à Sole. Summa, Logarithmus
" erit motus medii in prima columna tabulæ generalis
" quærendi. 3°. Cum motu medio capiatur in ta-
" bula correſpondens angulus à Perihelio; & Loga-
" rithmus pro diſtantia à Sole: ac in Cometis directis
" *adde*, in retrogradis *ſubduc*; ſi fuerit tempus poſt
" perihelium: vel in directis *ſubduc*, & in retrogradis
" *adde*; ſi fuerit ante Perihelium; angulum ſic inven-
" tum à loco, [ſubtrahe] vel ad locum Perihelii [adde]

" &

" & habebitur Locus Cometæ in Orbita propria: & ad
" Logarithmum pro diſtantia ibidem inventum adda-
" tur Logarithmus diſtantiæ periheliæ: Summa erit
" Logarithmus diſtantiæ veræ Cometæ à Sole. 4°. Cum
" Loco Cometæ in Orbita, dato loco Nodi, Capiatur
" diſtantia Cometæ à Nodo; ac dato Inclinatione plani,
" dabuntur notiſſimis Trigonometriæ præceptis Locus
" Cometæ ad Eclipticam reductus, cum inclinatione
" ſive Latitudine Heliocentrica; ac diſtantiæ curtatæ
" Logarithmus. 5°. Ex his datis iiſdem omnino re-
" gulis quibus loca Planetarum ex dato loco & diſtan-
" tia Solis, obtinebitur Locus Viſus, ſeu Geocentri-
" cus, cum Latitudine Viſa. Id quod exemplo uno
" vel altero operæ pretium erit illuſtrare. Hæc ille.
Quod ad Locum Solis attinet, ejuſque à Terra diſtan-
tiam, utrumque calculo Aſtronomico reperire alibi do-
cuimus. Diſtantiarum autem Logarithmos, incuria qua-
dam illic omiſſos, ad calcem hic dabimus; ut huic nego-
tio æque ac reliquis Aſtronomiæ uſibus poſſit inſervire.
Ideo autem Logarithmus dierum additur dato unius
diei Logarithmo, ut motus unius diei, per dierum nu-
merum multiplicatus intelligatur: notum enim eſt ad-
ditionem Logarithmorum, numerorum Logarithmis
correſpondentium multiplicationem inferre. Atque
hæc ſuffecerint, modo Cometa in Perihelio ſuo ad di-
ſtantiam Radio Orbis magni æqualem pertranſire ſup-
ponatur. Sin, quod plerumque (ſi non ſemper) uſu
venire ſolet, ad majorem diſtantiam, uti nonnunquam
fit; aut ad minorem, uti ſæpius, Cometæ pertranſeat;
area iſta tempori proportionalis augenda eſt vel minu-
enda; idque in ſubſeſquialtera iſtius minimæ à Sole di-
ſtantiæ ratione: ut ita demum area iſta *anomaliam mediam*
recte exponere poſſit. Unde priori Logarithmorum
ſummæ addendus eſt iſtius diſtantiæ ſeſquiplicatæ Lo-
garithmus, & radius ſubducendus, juxta aureæ regulæ
per Logarithmos adminiſtrandæ exigentiam: ſive, quod
perinde eſt, iſtius Logarithmi ſeſquialterius comple-
men-

mentum Arithmeticum ſolummodo adjiciamus. Neque mirum videri debet quod in diſtantiis numeris addendo Logarithmum, veram rationem diſtantiam æque ac eandem in majoribus diſtantiis diminutam retineamus. Multiplicatio enim per fractiones vel partes decimales non minus minuit ſummam, quam multiplicatio per numeros integros eandem auget. Et par eſt ratio additionis Logarithmicæ: uti facile patet. Obſervandum autem Logarithmos in tertia Tabulæ generalis columella conſignatos non eſſe numerorum diſtantiarum à Sole præter radium ſive præter diſtantiam minimam ipſi radio addendorum, ſed numerorum quorum multiplicatione diſtantiam iſtam veram concinnetur. Unde eorundem Logarithmi ſibi invicem ſuperadditi Logarithmum iſtius diſtantiæ à Sole integræ facile exhibebunt. Hiſce rite intellectis calculus haud ægre adminiſtrabitur; nempe ut apud Halleium ſequitur.

EXEMPLUM I.

Quæritur Locus Cometæ Anni 166⅘ Martii 1^d.7^h.00′. P. M. Londini. Hoc eſt 96°. 19^h. 8′. poſt Perihelion ejus Novemb. 24°. 11^h.52′. Celebratum.

Log.Diſt.Perihel.	10.011.044		°. ′. ″.
Log.ſeſquialt. —	10.016.566	*Perihel.* ♌ ——	10.41.25
	———	*Ang. Correſpond.*	83.38. 5
Comp. Arith. ——	9.983.434	*Comet. in Orb.* ♉	17. 3.20
	9.960.128	☊. ♊.	21.14.00
Log. Temp.	1.985.862	*Com. à Nodo.*	34.10.40
	———	*Red. ad Eclip.*	32.19. 5
Log. Med. Mot.	1.929.424		———
	———	*Com. Helioc.* ♉	.18.54.55
Medius Motus.	85.001	*Incl. Bor.*	11.46.50

Log. pro diſt.	0. 2 5 5. 3 9 6
Log. Perihel.	0. 0 1 1. 0 4 4
Co-ſin. Incl.	9. 9 9 0. 7 5 4
Log. diſt. Curt.	0. 2 5 7. 1 6 7
Log. diſt. ☉.	9. 9 9 7. 9 1 8

	°	′	″
☉. ♓. —	21.	44.	45.
Com. Viſ. ♈.	29.	18.	30.
Lat. Vis. Bor.	8.	36.	15.

EXEMPLUM II.

Quæritur Locus Cometæ Anni 1683 Julii 23°. 13^h. 35′. P. M. Londini. Vel 13^h. 40′. T. æquat hoc eſt 21°. 10′. 50″. poſt Perihelion.

			° ′ ″
Log. Diſt. Perihel.	9.748.343		
Log. ſeſquialt. —	9.622.514	*Perihel.* ♊. — —	25.29.30
		Ang. Correſpond.	56.47.20
Comp. Arith.	0.377.486	*Comet. in Orb.* ♈.	28.42.10
	9.960.128	☊. ♓.	23.23.00
Log. Temp.	1.310.723	*Com. à* ☊.	35.19.10
		Red. ad Eclip.	4.48.30
Log. Med. Mot.	1.648.337	*Com. Helioc.* ♓.	28.11.30
Medius Motus.	44.498	*Incl. Bor.*	35. 2. 0

Log. pro diſt.	0. 1 1 1. 3 3 6
Log. Perihel.	9. 7 4 8. 3 4 3
Co-ſin. Incl.	9. 9 1 3. 1 8 7
Log. diſt. Curt.	9. 7 7 2. 8 6 6
Log. diſt. ☉.	0. 0 0 6. 1 0 4

	°	′	″
☉ *Locus* ♌.	10.	41.	25.
Com. Viſus ♋.	5.	11.	50.
Lat. Bor. —	28.	52.	00.

Jam

Jam vero, ut Calculus hicce Cometicus rite adminiſtretur, Notandum (1°) Logarithmum diſtantiæ minimæ, ſive periheliæ, ea tantum de cauſa hic apponi, ut alterum Logarithmum, ejuſdem ſeſquialterum, ſive ad priorem ut 3 ad 2, rationis nempe ſeſquialteræ indicem, obtineamus. (2°) Hujus Logarithmi poſtremi complementum Arithmeticum Logarithmo conſtanti unius diei additum conficere Logarithmum integri temporis ante vel poſt perihelion. Per Logarithmos enim operando numeri ex. gr. in exemplorum priore ſic ſeſe habebunt. Logarithmus unius diei eſt 9.960.128. & dierum Logarithmus eſt 1.985.862. Hi ſoli ſimul additi Logarithmum medii motus conficicerent, ſi modo diſtantia perihelia eſſet unitati, ſive radio Orbis magni æqualis: Sed cum augenda ſit iſta medii motus area in ratione iſtius diſtantiæ periheliæ ſeſquialterius, ad radium Orbis magni, addendus eſt Logarithmus iſte ſeſquialter 0.016.566, ad priorem Logarithmum; & ſubtrahendus numeri denarii Logarithmus; ſive, quod perinde eſt, addendum ſolummodo Logarithmi ſeſquialterius Complementum Arithmeticum: quod hoc in loco factitatum: Medius vero motus ex ejuſdem Logarithmo jam dato facile innoteſcet. (3°) Dato jam motu medio, ſive *anomalia media*, eidem in Tabula generali angulus correſpondens eſt 83°. 38′. 5″. (inventis nimirum ubi opus, per auream regulam partibus ubique intermediis proportionalibus.) qui ex loco Perihelii apud Leonem 10°. 41′. 25″. *ſubductus*, propter motum nempe Cometæ retrogradum, & poſt perihelion, dat Locum Cometæ in Orbita Propria, ſive *Anomaliam Coæquatam*, apud Taurum 17°. 3′. 20″. (4°). Locum hunc à Loco Nodi deſcendentis apud Geminos 21°: 14′. 00″. ſubtrahe: Reliqua erit diſtantiæ Cometæ à Nodo, 34°. 10′. 40″. (5°) Ut jam Locum Cometæ in Orbita propria ad Eclipticam, pro Planetarum more, reducamus, reſolvendum eſt Triangulum Sphæricum Rectangulum, atque ex dato Angulo &

Hypotenuſa, invenienda ſunt Latera reliqua. Nimirum pro reductione ad Eclipticam ſecundum Longitudinem Heliocentricam, ſequens analogia ſufficiet.

Ut Radius —— ——		10.000.000
	°. ′. ″.	
Ad Co-ſin. Ang.	21.18.30.	9.969.248
Ita Tangens ——	34.10.40.	9.831.890
Ad Tangentem —— ——		9.801.138 = 32°.19′.5″.

Pro Inclinatione ſive Latitudine Heliocentrica ſequens analogia eſt adhibenda.

Ut Radius —— ——		10.000.000
	°. ′. ″.	
Ad Sin. ——	34.10.40.	9.749.553
Ita Sin. Ang. Dat.	21.18.30.	9.560.369
Ad Sin. Ang. Quæſit. ——		9.309.922 = 11°.46.44″

(6°) Ut Logarithmum veræ Cometæ à Sole Diſtantiæ obtineamus, Logarithmum *pro diſtantia à Sole* in Tabula generali motui medio congruum Logarithmo diſtantiæ minimæ, ſive Periheliæ addere oportebit: *viz.* 0.255.369 + 0.011.044 = 0.266.413: & dein ſequentem inſtituere analogiam.

Ut Radius — —	10.000.000
Ad Diſt. à Sole --	0.266.413
Ita Co-ſin. Inclin.	9.990.754
Ad Diſt. Curt. --	0.257.167

Sive, quod eodem recidit, addendi ſunt tres Logarithmi, & abjiciendus, Radii Logarithmus; uti fit in exemplis noſtris. (7°) Ad Obtinendam Cometæ Longitudinem Geocentricam ſive Locum Viſum in Ecliptica, hac methodo utendum. Longitudinem Cometæ Heliocentricam 1ˢ. 18°. 54′. 55″. ſubtrahe à vero Solis

ſis Loco in Ecliptica. 11ˢ. 21°. 44′. 45″. reſtabit *Angulus Commutationis* 10ˢ. 2°. 49′. 50″. Cujus ad circulum complementum eſt 1ˢ. 27°. 10′. 10″. ſive graduum 57°. 10′. 10″. Hujus dimidium eſt 28°. 35′. 5″. Unde inſtituenda eſt hæc analogia.

Ut Diſt. Telluris —	9.997.918			
Ad Diſt. Com. Curtat.	10.257.167			
Ita Radius ——— —	10.000.000	°.	′.	″.
Ad Tangentem ———	10.259.249 =	61.	10.	3.
Rejectis vero gradibus 45 *reſt.* ———		16.	10.	3. *Ergo*
Ut Radius ——— —	10.000.000			
AdTang. 16°. 10′. 3″.	9.462.265	°.	′.	″.
Ita Tangens ſemiſumma	9.736.294 =	28.	35.	5.
AdTang. ſemidifferentia	9.198.559 =	8.	58.	36.

Qua ſemidifferentia ex ſemiſumma ablata, reſtant 19°. 36′. 29″. hoc eſt, *Orbis Parallaxis*. Hac autem Parallaxi à Loco Cometæ Heliocentrico hoc in caſu ſubtracta, datur Locus ejuſdem Geocentricus ♈. 29°. 18′. 26″. paulo accuratius, opinor, quam calculus Halleianus eundem exhibet. Quod ſi Cometæ Diſtantia à Sole Curtata minor ſit diſtantia Telluris à Sole, uti ſit in exemplorum altero, calculus eſt inſtituendus juxta morem pro Planetis inferioribus; (uti hic inſtituitur juxta morem pro ſuperioribus.) Et ſemidifferentia angulorum, *elongationem à Sole* eo in caſu exhibitura, Longitudini Solis in Ecliptica addenda eſt, vel ab eadem auferenda, ut Locum Cometæ Geocentricum habeamus.

(8°) Ad Latitudinem Cometæ Geocentricam definiendam hæc anologia eſt adhibenda. (Angulo Elongationis ex aggregato ſemiſummarum conflato.)

	°. ′. ″.	
Ut Sinus Anguli Commutationis	57.10.10.	9.924.423
Ad Sinum Anguli Elongationis —	37.33.41.	9.785.053
Ita Tangens Inclinationis ———	11.46.44.	9.319.161
Ad Tangentem Latitudinis ———	(8.36.09)	9.179.791

A a 2 Mo-

" Momento autem primi Exempli, *Londini* obſerva-
" tum eſt Cometam applicari ad Stellam ſecundam *A-*
" *rietis*; ita ut novem minutis illa borealior repertus ſit,
" ac tribus minutis orientalior: Obſervante D^no. *Ro-*
" *berto Hookio*. In ſecundo autem Exemplo ipſe, in
" vicinia *Londini*, inſtrumentis quibus olim Stellas Au-
" ſtrales obſervaveram, Cometæ locum deprehendi ♉.
" 5°. 11′. ½, cum Latitudine Boreali, 28°. 52′, con-
" ſentiente ad amuſſim obſervatione *Grenovicenſi* eodem
" pene momento facta.

" Cometa autem Anni 1680, qui pene Solem attigit,
" (non enim triente ſemidiametri corporis Solaris à ſu-
" perficie ejus diſtabat in Perihelio) cum Latus rectum
" exiguum admodum ſit, Tabula Generali haud coer-
" ceri potuit, ob immanem Motus medii velocitatem:
" præſtat itaque in hoc, poſtquam inventus fuerit Mo-
" tus medius, ex eodem, ope præcedentis æquationis
" $zzz + 3z = \frac{1}{30}$ *Mot. med.* Tangentem dimidii
" anguli à Perihelio elicere, una cum Logarithmo pro
" diſtantia à Sole. Quibus datis iiſdem omnino regu-
" lis ac in cæteris procedendum eſt.

" Ad hunc itaque modum Aſtronomico Lectori exa-
" minare licet numeros à me poſitos, quos ſumma cura
" ex obſervationibus quæ ſuppetebant exantlavi; neque
" enim, antequam probe ad incudem redacti fuerint,
" ac multorum annorum ſtudio quantum fieri poſſit po-
" liti, in publicum prodeunt. Hoc autem ſpecimen
" Aſtronomiæ Cometicæ, futuri operis Prodromum,
" editum eſſe volui; ne forte ſuperveniente fato peri-
" rent lucubrationes noſtræ, ob Calculi difficultatem
" non cuivis homini denuo ſuſcipiendæ. Monendus
" autem eſt Lector, quinque priores ordine Cometas,
" quorum tertius & quartus eſt à *Petro Apiano* obſer-
" vatus, quintus vero à *Paulo Fabricio*, uti & decimus
" à *Mæſtlino* (ni fallor) anno 1596 conſpectus, non e-
" undem certitudinis gradum cum reliquis præ ſe ferre.
" Neque enim debitis organis nec cura ad hoc requiſita

" ob-

" obſervationes ipſæ peractæ ſunt; adeoque inter ſe
" diſſidentes nullo modo cum computo regulari conci-
" liari poſſunt. Cometam anni 1684 unus videt *Blan-*
" *chinus* obſervator *Romanus:* ultimum vero Anni ſc.
" 1698 *Pariſienſes* ſoli conſpexerunt, ejuſque curſum
" inſolito modo deſignarunt. Obſcurus hic admodum,
" etiamſi velox ac terris ſatis vicinus, noſtros ſane o-
" culos alioquin non incurioſos effugit. Inſignes au-
" tem duos hac noſtra ætate Cometas, alterum Anno
" 1689 Menſe *Novembri* ortum, alterum Menſe *Febru-*
" *ario* Anni 1702, Catalogo ſubjungere non licuit,
" propter defectum obſervationum. Etenim verſus
" mundi plagas Auſtrales curſum dirigentes, ac in *Eu-*
" *ropa* vix conſpicui, contemplatores non habuere ne-
" gotio pares. Quod ſi forſan ex partibus *Indicis* ad-
" vectæ fuerint accuratæ obſervationum ſeries ad hoc
" neceſſariæ; lubens calculum repetere, horumque Or-
" bitas, reliquorum ad modum, Numeris deſignandi
" laborem ſuſcipere non gravabor.

" Quibus perpenſis, ac collatis inter ſe cæteris ho-
" rum Cometarum motuum Elementis, videre eſt,
" nullo ordine diſpoſitos eſſe Orbitas; neque ipſos,
" Planetarum more, Zodiaco comprehendi poſſe, qua-
" quaverſum tam retrograde quam directe indifferen-
" ter latos; unde manifeſtum eſt eos motu verticali
" nullo modo circumagi. Quinetiam diſtantiæ Perihe-
" liæ nunc majores nunc minores reperiuntur; unde pro-
" num eſt ſuſpicari etiam multo plures eſſe Cometas,
" qui in partibus à Sole remotioribus, obſcuri cauda-
" que deſtituti, adeoque nobis inconſpicui, prætérlabi
" poſſunt.

" Hactenus Cometarum Orbes conſideravimus ut
" perfecte Parabolicos; quo ſuppoſito conſequeretur
" Cometas, vi Centripeta verſus Solem impulſos, à
" ſpatiis infinite diſtantibus deſcendere, caſuque ſuo ve-
" locitatem tantam acquirere, ut iterum in ſpatia Mundi
" remotiſſima ſeſe abdere poſſent, perpetuo niſu furſum

 " tendentes,

“ tendentes, ac ad Solem nunquam reverſuri. Cum au-
“ tem ſatis frequentes ſint Cometarum adventus; ac
“ eorum nullus reperiatur motu ferri Hyperbolico, ſeu
“ velociore quam cadendo ad Solem acquirere debeat,
“ credibile eſt potius in Orbibus valde Excentricis re-
“ volvi eos circa Solem, ac poſt longiſſimas periodos
“ reverti. Sic enim Numerus eorum præfinitus eſſet,
“ ac fortaſſe non uſque adeo magnus. Spatia autem
“ inter Solem Fixaſque tanta ſunt, ut Cometæ revol-
“ venti cum Periodo quantumvis longa ſatis loci ſit.
“ Latus autem rectum Ellipſis eſt ad Latus rectum Pa-
“ rabolæ eandem Periheliam diſtantiam habentis, ut
“ diſtantia Aphelia in Ellipſi eſt ad Axem totum Ellip-
“ ſis; Velocitates autem ſunt in dimidiata ratione eo-
“ rundem: quapropter in Orbibus valde Excentricis
“ ratio hæc accedit proxime ad rationem æqualitatis.
“ Tantilla autem differentia, quæ intercedit ratione ma-
“ joris in Parabola velocitatis, facillime in ſitu Orbis de-
“ terminando compenſatur. Hujus itaque Tabulæ Ele-
“ mentorum Motuum uſus præcipuus eſt, atque etiam
“ propter quem illam conſtruere operæ prætium duxi,
“ ut, ſi quando novus Cometa emerſerit, poſſimus col-
“ latis elementis dignoſcere an poterit eſſe aliquis ex an-
“ tiquis, necne; ac proinde Periodum Orbitæque Axem
“ determinare, reditumque prædicere. Ac ſane multa
“ me ſuadent ut credam Cometam anni 1531 ab *Apiano*
“ obſervatum, eundem fuiſſe cum illo qui anno 1607
“ deſcriptus eſt à *Keplero* & *Longomontano*, quemque
“ ipſe iterum reverſum vidi ac obſervavi anno 1682.
“ Quadrant Elementa omnia, ac ſola inæqualitas pe-
“ riodorum adverſari videtur: hæc autem tanta non
“ eſt ut cauſis Phyſicis non poſſit attribui. *Saturni* enim
“ motus à cæteris, præſertim *Jove*, ita interturbatur,
“ ut per aliquot dies integros incertum ſit hujus Planetæ
“ tempus Periodicum. Qanto magis talibus erroribus
“ obnoxius erit Cometa, qui quatuor pene vicibus al-
“ tius excurrit *Saturno*, cujuſque velocitas, vel tantil-

“ lum

" lum auĉta, Orbem ab Elliptico in Parabolicum poſ-
" ſit immutare? Confirmatur etiam eundem eſſe potu-
" iſſe ex eo, quod anni 1456 æſtate, conſpectus fuerit
" Cometa eodem pene modo inter Solem & Terram
" tranſiens retrograde: quem, licet à nemine obſerva-
" tus fuerit Aſtronomice, ex periodo modoque tranſi-
" tus non diverſum à prædictis extitiſſe conjicio. Unde
" auſim ejuſdem reditum fidenter prædicere, anno ſcil.
" 1758. Quod ſi hoc evenerit, nulla amplius erit du-
" bitandi cauſa, quin redire debeant cæteri. Habebunt
" ergo Aſtronomi in hac arenâ quo ſe exerceant per
" multa Secula, priuſquam tot tantorumque Corporum
" circa commune centrum Solis revolventium numerus
" cognoſcatur, ac motuum ſymptomata certis regulis
" coerceantur. Crediderim equidem Cometam etiam
" anni 1532, eundem fuiſſe cum illo, qui ab *Hevelio*
" obſervabatur ineunte anno 1661: ſed obſervationes
" *Apiani*, quas ſolas de primo habemus, nimis rudes
" ſunt, nec quicquam certi in re tam ſubtili ex iiſdem
" elici poteſt. Juſto volumine hæc omnia exequi mihi
" animus eſt, nec Aſtronomiæ promovendæ hac in re
" deero, ſi Deo O. M. viſum fuerit vitam facultateſ-
" que prorogare. Interim quicunque modum Con-
" ſtruendi Cometarum Orbes per tres obſervationes ac-
" curate habitas addiſcere cupit, ſub finem libri de Sy-
" ſtemate Mundi, ſive tertii *Philoſophiæ Nat. Princip.*
" *Math.* magni ipſius Inventoris methodum inveniet:
" Quam poſtea Digniſſimus Collega meus *D. Gregorius*,
" Lib. V. pereruditæ Aſtronomiæ ſuæ Phyſicæ & Geo-
" metricæ plene & luculenter illuſtravit.

" Unicum autem non abs re erit nec injucundum,
" hic loci Lectorem monere Aſtronomum; nempe
" quod nonnulli ex his Cometis Nodos ſuos habeant
" adeo Orbi Terræ annuo vicinos, ut ſi forte accide-
" rit, tempore reditus Cometæ *Terram* occupare Loca
" in orbe ſuo Nodo proxima, dum Cometa incredibili
" cum Velocitate præterierit, Parallaxin etiam habitu-

" rus ſit valde obſervabilem, quæque fuerit ad Solis
" parallaxin in ratione data. Unde occaſione talium
" tranſituum oblata erit anſa, rara quidem ſed optima,
" determinandi Solis à *Terra* diſtantiam; quam hacte-
" nus non niſi mediante parallaxi *Martis* Acronychii,
" vel *Veneris* perigææ, triplo quidem ſolari majore, ſed
" quæ vix ullis inſtrumentis ſentiatur, laxè admodum
" concludere licuit. Quem Cometarum uſum ſug-
" geſſit Clariſſimus Geometra D^s. *Nic. Facio.* Cometa
" etenim anni 1472 parallaxin habuit pluſquam vigeſies
" Solari majorem. Ac ſi Cometa anni 1618 appulif-
" ſet, juxta medium Menſis *Martii*, ad Nodum ejus
" Deſcendentem; vel ſi Cometa anni 1684 paulo ci-
" tius ad Nodum Aſcendentem perveniſſet, profecto
" Terris admodum propinqui etiam adhuc magis nota-
" biles habuiſſent parallaxes: Inter omnes vero nullus
" propiore appulſu Terris minatus eſt quam ille anni
" 1680: Hic initio Calculo non amplius ad Boream
" diſtabat ab Orbe noſtro annuo, quam ſemidiametro
" ſolari (ſive Radio Lunaris Orbitæ uti exiſtimo) id-
" que Novemb. 11°. 1^h. 6′. P. M. Quo tempore, ſi
" Terræ quoad Longitudinem conjunctus fuiſſet, pa-
" rallaxis ſane Lunari æqualis in Cometæ motu obſer-
" vari potuiſſet. Hæc Aſtronomis dicta ſunto. Quæ
" vero ab hujuſmodi allapſu, vel contactu vel denique
" colliſione Corporum cœleſtium (quæ quidem om-
" omnino non impoſſibilis eſt) conſequi debeant, re-
" rum Phyſicarum ſtudioſis diſcutienda relinquo.

Come-

Cometarum omnium hactenus rite Obſervatorum, Motuum in Orbe Parabolico Elementa Aſtronomica.

Com. An.	Nodus Aſcend.	Inclin. Orbitæ.	Perihelion.	Diſtan. Perihel. à Sole.	Log. Diſt. Periheli à Sole.	Temp. æquat. Perihelii.	Perihelion à Nodo.	
	gr. ′. ″	gr. ′. ″	gr. ′. ″			d. h. ′.	gr. ′. ″	
1337	♊ 24.21. 0	32.11. 0	♉ 5.79. 0	40666	9.609236	*Jun.* 2. 6.25	46.22. 0	Retrog.
1472	♑ 11.46.20	5.20. 0	♉ 15.33.30	54273	9.734584	*Feb.* 28.22.23	123.47.10	Retrog.
1531	♉ 19.25. 0	17.56. 0	♒ 1.39. 0	56700	9.753583	*Aug.* 24.21.18½	107.46. 0	Retrog.
1532	♊ 20.27. 0	32.36. 0	♋ 21. 7. 0	50910	9.706803	*Octob.* 19.22.12	30.40. 0	Direct.
1556	♍ 25.42. 0	32. 6.30	♑ 8.50. 0	46390	9.666424	*April* 21.20. 3	103. 8. 0	Direct.
1577	♈ 25.52. 0	74.32.45	♌ 9.22. 0	18342	9.263447	*Octob.* 26.18.45	103.30. 0	Retrog.
1580	♈ 18.57.20	64.40. 0	♋ 19. 5.50	59628	9.775450	*Nov.* 28.15.00	90. 8.30	Direct.
1585	♉ 7.42.30	6. 4. 0	♈ 8.51. 0	109358	0.038850	*Sept.* 27.19.20	28.51.30	Direct.
1590	♍ 15.30.40	29.40.40	♏ 6.54.30	57661	9.760882	*Jan.* 29. 3.45	51.23.50	Retrog.
1596	♒ 12.12.30	55.12. 0	♏ 18.16. 0	51293	9.710058	*Jul.* 31.19.55	83.56.30	Retrog.
1607	♉ 20.21. 0	17. 2. 0	♒ 2.16. 0	58680	9.768490	*Octob.* 16. 3.50	108.05. 0	Retrog.
1618	♊ 16. 1. 0	37.34. 0	♈ 2.14. 0	37975	9.579498	*Octob.* 29.12.23	73.47. 0	Direct.
1652	♊ 28.10. 0	79.28. 0	♈ 28.18.40	84750	9.928140	*Nov.* 2.15.40	59.51.20	Direct.
1661	♊ 22.30.30	32.35.50	♋ 25.58.40	44851	9.651772	*Jan.* 16.23.41	33.28.10	Direct.
1664	♊ 21.14. 0	21.18.30	♌ 10.41.25	102575½	0.011044	*Nov.* 24.11.52	49.27.25	Retrog.
1665	♏ 18.02. 0	76.05. 0	♊ 11.54.30	10649	9.027309	*April* 14. 5.15½	156. 7.30	Retrog.
1672	♑ 27.30.30	83.22.10	♉ 16.59.30	69739	9.843476	*Feb.* 20. 8.37	09.29. 0	Direct.
1677	♏ 26.49.10	79.03.15	♌ 17.37. 5	28059	9.448072	*April* 26.00.37½	99.12. 5	Retrog.
1680	♑ 2. 2. 0	60. 56.0	♐ 22.39.30	00612½	7.787106	*Dec.* 8.00. 6	9.22.30	Direct.
1682	♉ 21.16.30	17.56. 0	♒ 2.52.45	58328	9.765877	*Sept.* 4.07.39	108.23.45	Retrog.
1683	♍ 23.23. 0	83.11. 0	♊ 25.29.30	56020	9.748343	*Jul.* 3. 2.50	87.53.30	Retrog.
1684	♐ 28.15. 0	65.48.40	♏ 28.52. 0	96015	9.982339	*Maii* 29.10.16	29.23.00	Direct.
1686	♓ 20.34.40	31.21.40	♊ 17.00.30	32500	9.511883	*Sept.* 6.14.33	86.25.50	Direct.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Retrog.

Hæc Tabula vix indiget explicatione, cum ex Titulis ſatis pateat quid ſibi velint Numeri. Diſtantiæ autem Periheliæ æſtimantur in ejuſmodi partibus quales media diſtantia Terræ a Sole habet centies millenas.

Tabula Generalis pro ſupputando motu Cometarum in Orb. Parabolico.

Med. mot.	Ang. a perihelio.	Logar. pro diſt. à Sole.	Med. mot.	Ang. a perihelio.	Logar. pro diſt. à Sole.
0	gr. '. ''.		0	gr. '. ''.	
1	1.31.40	0.000077	31	42.55.06	0.062400
2	3. 3.15	0.000309	32	44. 3.20	0.065838
3	4.34.43	0.000694	33	45.10.29	0.069319
4	6. 6. 0	0.001231	34	46.16.35	0.072839
5	7.37. 1	0.001921	35	47.21.36	0.076396
6	9. 7.43	0.002759	36	48.25.33	0.079984
7	10.38. 2	0.003745	37	49.28.27	0.083600
8	12. 7.54	0.004876	38	50.30.19	0.087244
9	13.37.17	0.006151	39	51.31. 8	0.090910
10	15. 6. 7	0.007564	40	52.30.56	0.094596
11	16.34.20	0.009115	41	53.29.44	0.098300
12	18. 1.54	0.010798	42	54.27.32	0.102019
13	19.28.47	0.012609	43	55.24.21	0.105752
14	20.54.54	0.014550	44	56.20.12	0.109490
15	22.20.14	0.016607	45	57.15. 6	0.113240
16	23.44.44	0.018783	46	58. 9. 3	0.116995
17	25. 8.22	0.021072	47	59. 2. 4	0.120756
18	26.31. 8	0.023470	48	59.54.11	0.124518
19	27.52.55	0.025969	49	60.45.25	0.128278
20	29.13.47	0.028570	50	61.35.45	0.132035
21	30.33.40	0.031263	51	62.25.14	0.135792
22	31.52.32	0.034045	52	63.13.52	0.139544
23	33.10.23	0.036916	53	64. 1.40	0.143291
24	34.27.12	0.039864	54	64.48.38	0.147029
25	35.42.59	0.042892	55	65.34.50	0.150762
26	36.57.41	0.045989	56	66.20.13	0.154482
27	38.11.20	0.049154	57	67.04.50	0.158192
28	39.23.54	0.052382	58	67.48.22	0.161890
29	40.35.23	0.055668	59	68.31.50	0.165578
30	41.45.47	0.059009	60	69.14.16	0.169254

Med. mot.	*Angul. à peribelio.*	*Logar. pro diſt. a Sole.*	*Med. mot.*	*Ang. a peri-belio.*	*Logar. pro diſt. a Sole.*
o	gr. '. ".		o	gr. '. ".	
61	69.55.58	0.172914	91	86.20.34	0.274176
62	70.36.56	0.176557	92	86.46.20	0.277239
63	71.17.16	0.180188	93	87.11.43	0.280264
64	71.56.56	0.183803	94	87.36.45	0.283306
65	72.35.57	0.187404	95	88.01.27	0.286308
66	73.14.15	0.190978	96	88.25.49	0.289293
67	73.51.59	0.194540	97	88.49.48	0.292252
68	74.29. 6	0.198085	98	89.13.32	0.295201
69	75.05.38	0.201614	99	89.36.54	0.298122
70	75.41.35	0.205122	100	90.00.00	0.301030
71	76.16.56	0.208612	102	90.45.14	0.306752
72	76.51.43	0.212080	104	91.29.18	0.3124[illegible]
73	77.25.57	0.215529	106	92.12.14	0.318[illegible]
74	77.59.41	0.218963	108	92.54. 4	0.323[illegible]
75	78.32.54	0.222378	110	93.34.52	0.32[illegible]42
76	79. 5.35	0.225769	112	94.14.40	0.334424
77	79.37.45	0.229142	114	94.53.30	0.339[illegible]
78	80. 9.23	0.232488	116	95.31.22	0.344[illegible]
79	80.40.34	0.235809	118	96. 8.22	0.350153
80	81.11.16	0.239127	120	96.44.30	0.355[illegible]
81	81.41.31	0.242416	122	97.19.4[illegible]	0.360306
82	82.11.19	0.245684	124	97.54.17	0.3652[illegible]4
83	82.40.40	0.248933	126	98.28.00	0.370[illegible]
84	83. 9.34	0.252159	128	99.00.[illegible]	[illegible]
85	83.38. 4	0.255366	130	99.33.[illegible]	[illegible]
86	84. 6. 8	0.258552	132	100. 4.[illegible]	[illegible]
87	84.33.49	0.261720	134	100.35.45	[illegible]
88	85. 1. 5	0.264865	136	101. 5.48	[illegible]
89	85.27.58	0.267989	138	101.35.22	[illegible]
90	85.54.27	0.271092	140	102. 4.[illegible]	[illegible]

Motu Cometarum in Orbe Parabolico.

Med. mot.	*Ang. à perihelio.*	*Logar. pro diſt. à Sole.*	*Med. mot.*	*Ang. à perihelio.*	*Logar. pro diſt. à Sole.*
o	gr. '. ''.		o	gr. '. ''.	
142	102.32.41	0.407380	204	113.37.25	0.523406
144	103.00.31	0.411784	208	114. 9.52	0.529705
146	103.27.47	0.416132	212	114.41.23	0.535886
148	103.54.31	0.420430	216	114.12.02	0.541958
150	104.20.43	0.424676	220	115.41.51	0.547922
152	104.46.22	0.428866	224	116.10.52	0.553782
154	105.11.33	0.433012	228	116.39. 7	0.559538
156	105.36.16	0.437110	232	117. 6.38	0.565199
158	106.00.32	0.441164	236	117.33.27	0.570762
160	106.24.23	0.445178	240	117.59.35	0.576233
162	106.47.47	0.449144	244	118.25. 5	0.581616
164	107.10.44	0.453060	248	118.49.57	0.586912
166	107.33.17	0.456936	252	119.14.14	0.592122
168	107.55.27	0.460772	256	119.37.56	0.597252
170	108.17.14	0.564208	260	120. 1. 6	0.602301
172	108.38.37	0.468318	264	120.23.44	0.607274
174	108.59.39	0.472030	268	120.45.52	0.612174
176	109.20.20	0.475705	272	121. 7.30	0.616998
178	109.40.40	0.479340	276	121.28.59	0.621750
180	110.00.40	0.482937	280	121.49.22	0.626438
182	110.20.20	0.486498	284	122. 9.38	0.631056
184	110.39.41	0.490022	288	122.29.28	0.635608
186	110.58.44	0.493512	292	122.48.54	0.640098
188	111.17.28	0.496965	296	123. 7.57	0.644525
190	111.35.55	0.500384	300	123.26.36	0.648893
192	111.54.05	0.503769	310	124.11.40	0.659559
194	112.11.58	0.507121	320	124.54.36	0.669880
196	112.29.34	0.510441	330	125.35.34	0.679876
198	112.46.55	0.513729	340	126.14.44	0.689568
200	113. 4.00	0.516984	350	126.52.12	0.698970

Med. mot.	*Ang. à perihelio.*	*Logar. pro diſt. à Sole.*	*Med. mot.*	*Ang. à perihelio.*	*Logar. pro diſt. à Sole.*
o	gr. '. ''.		o	gr. '. ''.	
360	127.28. 6	0.708104	820	141.49.24	0.970836
370	128. 2.33	0.716976	840	142.10.00	0.978397
380	128.35.38	0.725606	860	142.29.56	0.985771
390	129. 7.27	0.734006	880	142.49.10	0.99297[illegible]
400	129.38. 4	0.742186	900	143. 7.48	1.000000
410	130. 7.34	0.750160	920	143.25.51	1.006871
420	130.36. 2	0.757930	940	143.43.21	1.013586
430	131. 3.30	0.765516	960	144.00.18	1.020155
440	131.30. 2	0.772918	980	144.16.46	1.026583
450	131.55.41	0.780148	1000	144.32.46	1.032876
460	132.20.30	0.787216	1500	149.26. 8	1.158188
470	132.44.32	0.794122	2000	152.26.15	1.246058
480	133. 7.50	0.800882	2500	154.32.20	1.313703
490	133.30.25	0.807494	3000	156. 7.27	1.368678
500	133.52.20	0.813969	3500	157.22.49	1.414974
520	134.34.18	0.826522	4000	158.24.36	1.454950
540	135.14. 0	0.838600	4500	159.16.36	1.490125
560	135.51.28	0.850187	5000	160. 1.12	1.521521
580	136.27. 6	0.861369	5500	160.40. 5	1.549874
600	137.00.57	0.872155	6000	161.14.24	1.575718
620	137.33.13	0.882575	6500	161.45.0[illegible]	1.599460
640	138. 3.58	0.892649	7000	162.12.34	1.621417
660	138.33.21	0.902401	7500	162.37.34	1.641838
680	139. 1.29	0.911866	8000	163.00.23	1.660922
700	139.28.25	0.921012	8500	163.21.2[illegible]	1.678834
720	139.54.16	0.929907	9000	163.40.42	1.695708
740	140.19. 5	0.938549	9500	163.58.38	1.711662
760	140.42.56	0.946951	10000	164.15.20	1.726784
780	141.05.55	0.955124	50000	170.52. 0	2.197960
800	141.28. 3	0.963082	100000	172.45.44	2.399655

[*Poſt pag.* 339. *Aſtronom. noſtr. deſideratur hæc Tabula.*]

Tabula Logarithmorum Diſtantiarum Terræ à Sole.
Anomalia Terræ Media.

o	*Sign.* 0.	*Sign.* 1.	*Sign.* 2.	*Sign.* 3.	*Sign.* 4.	*Sign.* 5.	o
0	5.007287	5.006375	5.003778	5.000128	4.996381	4.993588	30
1	5.007286	5.006313	5.003669	4.999999	4.996267	4.993522	29
2	5.007284	5.006249	5.003559	4.999870	4.996154	4.993459	28
3	5.007280	5.006184	5.003447	4.999740	4.996042	4.993398	27
4	5.007273	5.006117	5.003334	4.999611	4.995931	4.993339	26
5	5.007264	5.006048	5.003220	4.999482	4.995822	4.993282	25
6	5.007253	5.005977	5.003105	4.999352	4.995714	4.993226	24
7	5.007240	5.005004	5.002989	4.999223	4.995607	4.993173	23
8	5.007225	5.005829	5.002872	4.999094	4.905501	4.993122	22
9	5.007208	5.005753	5.002755	4.998965	4.995397	4.993074	21
10	5.007189	5.005675	5.002636	4.998837	4.995294	4.993028	20
11	5.007167	5.005595	5.002516	4.998702	4.995193	4.992984	19
12	5.007144	5.005513	5.002396	4.998581	4.995094	4.992942	18
13	5.007119	5.005430	5.002275	4.998454	4.994996	4.992903	17
14	5.007092	5.005345	5.002153	4.998327	4.994899	4.992866	16
15	5.007062	5.005258	5.002030	4.998200	4.994804	4.992831	15
16	5.007030	5.065170	5.001907	4.998074	4.994711	4.992798	14
17	5.006997	5.005080	5.001787	4.997948	4.994619	4.992768	13
18	5.006961	5.004988	5.001659	4.997823	4.994529	4.992740	12
19	5.006923	5.004885	5.001534	4.997698	4.994441	4.992714	11
20	5.006883	5.004801	5.001408	4.997574	4.994354	4.992691	10
21	5.006842	5.004705	5.001282	4.997451	4.994269	4.992670	9
22	5.006798	5.004607	5.001155	4.997329	4.994186	4.992652	8
23	5.006752	5.004508	5.001028	4.997207	4.994105	4.992636	7
24	5.005704	5.004408	5.000900	4.997086	4.994025	4.992622	6
25	5.006654	5.004306	5.000772	4.996966	4.993947	4.992611	5
26	5.006602	5.004203	5.000644	4.996847	4.993871	4.992602	4
27	5.006548	5.004099	5.000515	4.996729	4.993798	4.992595	3
28	5.006492	5.003983	5.000384	4.996612	4.993726	4.992591	2
29	5.006434	5.003886	5.000257	4.996496	4.993656	4.99258[illegible]	1
30	5.006375	5.003778	5.000128	4.996381	4.993588	4.992588	0
o	*Sign.* 11.	*Sign.* 10.	*Sign.* 9.	*Sign.* 8.	*Sign.* 7.	*Sign.* 6.	o

[*Ad pag.* 332. *Aſtron. Noſtra deſiderantur hæ Tabellæ.*]

Annis Chriſt. Curr.	*Præceſ. Æquin.* s.	o.	'.	''.	*Menſibus Anni Commun.*	s.	o.	'.	''.
1	0.	5.	19.	20	*Jan.*	0.	0.	0.	0
1501	0.	26.	9.	20	*Feb.*	0.	0.	0.	4
1581	0.	27.	16.	0	*Mart.*	0.	0.	0.	8
1601	0.	27.	32.	40	*April*	0.	0.	0.	12
1621	0.	27.	49.	20	*Mai.*	0.	0.	0.	16
1641	0.	28.	6.	0	*Jun.*	0.	0.	0.	21
1661	0.	28.	22.	40	*Jul.*	0.	0.	0.	25
1681	0.	28.	39.	20	*Aug.*	0.	0.	0.	29
1701	0.	28.	56.	0	*Sept.*	0.	0.	0.	33
1721	0.	29.	12.	40	*Octob.*	0.	0.	0.	38
1741	0.	29.	29.	20	*Nov.*	0.	0.	0.	42
1761	0.	29.	46.	0	*Decem.*	0.	0.	0.	46
1781	0.	30.	2.	40					
1801	0.	30.	19.	20	*Pro Annis Expanſis adi Col.* 3. *pag.* 333.				
1901	0.	31.	42.	40					
2001	0.	33.	6.	0					

FINIS.

CORRIGENDA.

PAG. 47. Lin. 30. 31. Lege $29\frac{1}{10}$ bis. & dele $14\frac{2}{3}$ ad 1 bis. Pag. 53. Lin. Ult. *Nota quod ablato* 4 *de* 6 *reſtant* 2 *poſitive; unde pergit corpus primum poſt occurſum; & inde motus ſecundi additione obtinetur,* 10 + 2 = 12. *Ubi vero reſtat nihil corpus primum quieſcet. Ubi reſiduum eſt minus nihilo, ſive quantitas negativa corpus primum regredietur, & motus ſecundi ſubtractione obtinebitur.* Pag. 304. Lin. 8. *Leg. Ut* 1 *ad* 8. *circiter Lin.* 9. *Leg. ut* 9 *ad* 8. *circiter.* Pag. 351. Lin. 12, 13. *Leg. Numerorum pro ipſis diſtantiis, unitate pro diſtantia minima ubique accepta. licet unitas iſta ſit valoris, diverſi, pro diverſis diſtantiis periheliis in priori Elementorum Tabula diſtincte per Logarithmos, conſignatis.*

Catalogus Librorum Impenſis Benj. Took.

ARITHMETICA UNIVERSALIS ſive de Compoſitione & Reſolutione Arithmetica Liber. Cui acceſſit Halleiana Æquationum Radices Arithmetice inveniendi methodus. In Uſum Juventutis Academicæ.

PRÆLECTIONES ASTRONOMICÆ Cantabrigiæ in Scholis Publicis Habitæ à GULIELMO WHISTON, A.M. & Matheſeos Profeſſore Lucaſiano. Quibus Accedunt Tabulæ Plurimæ Aſtronomicæ Flamſtedianæ Correctæ, Halleianæ, Caſſinianæ, & Streetianæ. In Uſum Juventutis Academicæ.

TELLURIS *Theoria Sacra:* Orbis Noſtri Originem & Mutationes Generales, quas aut jam ſubiit, aut olim ſubiturus eſt, Complectens. Libri duo Priores de Diluvio & Paradiſo. Editio Tertia, recognita & contracta. Authore T. BURNETIO.

A NEW *Theory of the Earth*, from its Original, to the Conſumation of all Things: Wherein the Creation of the World in Six Days, the Univerſal Deluge, and the General Conflagration, *as laid down in the Holy Scriptures*, are ſhewn to be perfectly agreeable to Reaſon and Philoſophy. With a large Introductory Diſcourſe concerning the Genuine Nature, Stile, and Extent of the *Moſaick* Hiſtory of the Creation. The *Second Edition*, with great Additions, Improvements and Corrections. By WILLIAM WHISTON, M.A. Profeſſor of the *Mathematicks* in the Univerſity of *Cambridge*.

[Ad pag. 332. Aſtron. Noſtra deſiderantur hæ Tabellæ.]

Annis Chriſt. Curr.	Præceſ. Æquin. s.	o.	′.	″.	Menſibus Anni Commun.	s.	o.	′.	″.
1	0.	5.	19.	20	Jan.	0.	0.	0.	0
1501	0.	26.	9.	20	Feb.	0.	c.	0.	4
1581	0.	27.	16.	0	Mart.	0.	0.	0.	8
1601	0.	27.	32.	40	April.	0.	0.	0.	12
1621	0.	27.	49.	20	Mai.	0.	0.	0.	16
1641	0.	28.	6.	0	Jun.	0.	0.	0.	21
1661	0.	28.	22.	40	Jul.	0.	0.	0.	25
1681	0.	28.	39.	20	Aug.	0.	0.	0.	29
1701	0.	28.	56.	0	Sept.	0.	0.	0.	33
1721	0.	29.	12.	40	Octob.	0.	0.	0.	38
1741	0.	29.	29.	20	Nov.	0.	0.	0.	42
1761	0.	29.	46.	0	Decem.	0.	0.	0.	46
1781	0.	30.	2.	40					
1801	0.	30.	19.	20	Pro Annis Expanſis adi Col. 3. p. 333.				
1901	0.	31.	42.	40					
2001	0.	33.	6.	0					

APPENDIX

Continens

XI PRÆLECTIONES

DE

Eclipſibus Antiquis.

I.

ABſolvimus tandem aliquando Auditores, bono cum Deo, Penſum noſtrum Aſtronomico-philoſophicum; & poſt curſum pure aſtronomicum, Cl. Newtoni inventa admiranda & planè divina, quantum ea intelligere atque exponere datum, facilius tradidimus: additis nimirum, ubi opus, aliis non paucis, ad pleniorem philoſophiæ veræ & mathematicæ cognitionem plane neceſſariis. Alio itaque jam cogitationes vertendæ, aliud argumentum Mathematicum tractandum. Neque longa deliberatione opus. Cum enim me partem aliquam Aſtronomiæ, eamque ſatis nobilem & longe utiliſſimam ſicco pene pede, & tantum non intactam olim prætermiſiſſe meminerim, Eclipſium nempe ſolarium conſtructionem Geometricam Flamſtedianam, quam aliquantulum auctam, atque adeo uſibus aſtronomicis accommodatiorem ſiſtere poſſum, libet jam actum prius plenius agere; & Eclipſibus, præſertim Solaribus intelligendis & conſtruendis accuratius incumbere: ut parte aliqua ſoliti & plerumque ingrati laboris Aſtronomos levare poſſim: utque Eclipſium antiquitus

Prælect. Aſtronom. p. 164, 165, 166.

tiquitus obſervatarum, omnis hiſtoriæ veræ, certæque Chronologiæ baſium & fundamentorum, calculum arithmeticum, & computandi tædium quantum in me eſt evitare doceam. Eo enim ſæpe ſæpius redacta eſt Hiſtoriæ & Chronologiæ ratio, ut abſque calculo Aſtronomico, & conſtructione Geometrica; hoc eſt abſque eclipſibus accurate cognitis, nullam rerum geſtarum & narratarum certitudinem; nullam ſaltem liquidam rerum ſeriem ordinemve polliceri queant. Si quam itaque eclipſium determinandarum rationem magis accuratam, magiſque facilem quam quæ hactenus prodiit adinvenire liceat, apud omnes hiſtoriæ antiquæ atque Chronologiæ ſtudioſos gratiam aliquam promerebimur. quin & ſcientias iſtas nobiliſſimas una ſimul promoviſſe & excoluiſſe jure maximo videbimur. Agedum itaque, Hoc agamus ſedulo; Non enim eclipſium tantum ſolarium conſtruendarum methodum exhibere, ſed &, quod longe amplius eſt, omnes omnino Eclipſes tam Solares quam Lunares, quarum uſum atque mentionem apud antiquos hiſtoricos occurrere novimus, calculis noſtris ſubjicere: Solares quoque non ſolum actu computatas, ſed & actu conſtructas in apricum proferre conabimur. ut eo pacto Hiſtoriæ candidati inoffenſo pede poſthæc amœnos ejuſdem campos pertranſire poſſint. Opus quidem ſatis arduum, tædii & moleſtiæ plenum, lucri nihil vel honoris pollicitum aggredimur: ejuſmodi tamen quod utilitatis multum, compendii haud parum poſteris afferre debet. Alii, fateor, antiquos hoſce Chronologiæ characteres ad examen revocarunt, ſi non omnes ſaltem pleroſque; & calculorum fructum, egregium ſane, reportarunt. At vero Tabulæ Aſtronomicæ, quibus illi uſi ſunt, nondum ad eam, quam nunc dierum obtinent, accurationem pervenerant: nec proinde talem calculi certitudinem antiquiores computiſtæ aſſequi valuerant, qualem poſt noſtratium Streetii Flamſtedii Newtonique labores, hac in parte plane egregios, facilius jamjam præſtare poſſumus. Hic itaque futurarum noſtrarum in hac

palæſtra prælectionum ſcopus eſto; ut poſt Eclipſium Solarium Conſtructionem Geometricam, duce atque auſpice Flamſtedio noſtro; poſt novam etiam de proprio penu eclipſium exhibendarum rationem jucundiſſimam, facillimam, & utiliſſimam hic loci præmittendas, ipſas Eclipſes antiquas hiſce methodis cognitas omnibus exhibeamus; earum etiam ſingularum calculum, ipſis numeris in medium allatis, & coram Aſtronomico Orbe publicatis, e tabulis nimirum, Aſtronomico noſtro Prælectionum opello ſubjectis petitis reipublicæ literariæ ſiſtamus. Ut vero Flamſtedianam Eclipſium Solarium conſtruendarum rationem melius aſſequamur, ſequentia Lemmata, ſive Propoſitiones præparatorias, pro uſitata noſtra res philoſophicas & aſtronomicas explicandi ratione, præmittemus. Notandum itaque (1°) Planum iſtud in quo eclipſes Solares celebratas ſive conſtructas volumus, illud eſſe quod Orbitam Lunarem contingere, & quod ad lineam rectam centra Solis atque Telluris connectentem ſit normale ſupponitur. per *contactum* vero plani hujus & Orbitæ Lunaris nolim accuratum ſive Geometricum intelligas; quod ita ſemper eandem tangat, ut nequaquam etiam ſecet; uti plerumque vocem *contactus* in rebus mathematicis intelligimus. talem autem ſolummodo hic volumus *contactum* qualis obtinent, ſi Orbita Luminaris eſſet circularis & non elliptica; & quæ ad ipſam Lunæ Solem intercipientis a terra diſtantiam intelligatur. Ipſam enim Lunam juxta planum conſtructionis noſtrum in hiſce eclipſibus quaſi incedentem contemplamur. (2°) Per planum iſtud Lineæ rectæ innumeræ à Telluris circulis quibuſcunque ad Solis centrum, juxtæ perſectivæ Leges, ductæ intelligantur. Iſtæ lineæ planum ſupra dictum pertranſibunt univerſæ; & Sphæram Terræ, una cum circulis ſuis, in plano iſto projectam & delineatam exhibebunt. Notandum (3°) Oculum in centro Solis poſitum ex hac delineatione Tellurem ejuſque motum, tum Annuum, tum Diurnum, tanquam in hoc plano peractum aſpicere debere:. plane quemadmodum & nos

in

in Tellure poſiti Solem atque Lunam, cum ſuis ubique mutationibus & maculis, eodem videmus modo ac ſi planæ eſſent tantum ſuperficies; eorumque circuli ſphærici in planis diſcis deſcripti eſſent. cum propter ingentes horum corporum diſtantias eorundem convexitatem ſive ſphæricam figuram diſtinguere nequeamus. Notandum (4°) ex hujuſmodi ſuperficiei terreſtris ſphæricæ projectione aſtronomica, oriturum in iſto plano circulum baſim, ſive circulum circulo Telluris maximo tantum non æqualem; qui *diſcus Terræ* nuncupatur; quique ad planum eclipticæ erit ſemper normalis. orituram rectam lineam per ejuſdem centrum hinc inde extenſam, quæ *axem Terræ* in eodem plano projectum referat; orituram quoque aliam rectam lineam per idem centrum extenſam, communi planorum diſci & eclipticæ interſectioni normalem, quæ *Eclipticæ axem* repræſentet. Notandum (5°) Lineam iſtam rectam *mobilem* quæ Telluris axem deſignat, ad Lineam alteram rectam quæ Eclipticæ axem *immobilem* de[illegible] ria anni tempeſtate ſecundum [illegible] gulum utrinque inclinari: ita ut in [illegible] dem quoad ſitum (non quoad [illegible] coincidat: & ut in ipſis Æquinoctiis [illegible] giſſime recedat: angulum nempe gradu[illegible] odem comprehenſuram: & ut temporibus [illegible] conditionis utriuſque particeps, in [illegible] undem inclinetur. Axis enim [illegible] varium ejus ad planum noſtrum ſitum [illegible] oriundum, hujuſmodi anguli [illegible] eſt neceſſe Notandum (6°) [illegible] nuum diſtantiæ Telluris vel Solis [illegible] determinandum. Poſito [illegible] um 23½ pro circuli minoris [illegible] 30 gradus a ſolſtitiorum [illegible] ſemiſſem ipſius 23½, ſive [illegible] amplius. Sinus enim graduum [illegible] notum. Notandum (7°) [illegible]

ficie Telluris, per motum ſuum diurnum circularem, non circulum ſed *ellipſin* in plano hocce delineaturum. Notum enim eſt circulum oblique ſpectatum vel projectum in ellipſin ſemper degenerare; cujus axis major ſit æqualis circuli diametro; minor vero æquetur ſinui recto elevationis anguli ſupra planum circuli duplicato: cujuſque proinde diſtantiæ ab iſtis axibus in peripheria normaliter acceptæ ſint ſinus recti angulorum, ſe mutuo ad rectum angulum complentium. v. g. Puncta horaria in hujuſmodi Ellipſi hac ratione deſignantur. Dividatur ſemiaxis uterque pro ratione ſinuum gradibus horariis 15, 30, 45, 60, 75 congruentium: & compleantur rectangula. rectangulorum occurſus puncta horaria in peripheria elliptica ſignabunt. Notandum (8°) Semiaxem minorem cum axe Telluris, in hoc plano projecto, ſemper coincidere, & meridiem mediamque noctem determinare: ſemiaxem autem majorem huic normaliter inſiſtere: proindeque horam ſextam matutinam veſpertinamque oſtendere. Unde conſequens eſt puncta iſta horaria locum quemque particularem in eodem circulo parallelo ſitum ad horam iſtam definire. Ex. gr. In Ellipſi a Londino deſcripta punctum horæ duodecimæ diurnæ ſive meridiei, Londinum eo temporis momento; punctum horæ tertiæ pomeridianæ eandum urbem ad horam tertiam pomeridianam deſignat. atque ita ubique. Conſequens eſt etiam eandem ellipſin omnibus telluris locis in eodem circulo parallelo poſitis peræque inſervire. non quod hora ſit eadem abſoluta ſive idem momentum temporis abſoluti ubi loca ejuſdem paralleli ad eandem horam deputantur: ſed, quod idem omnino ſit tempus reſpectivum, ſive eadem hora vulgaris relativa. Si enim Londini fuerim, meridiem ſive horam duodecimam eam appello quam Solis ad Londini meridianum appulſus denotat. Sin per gradus 45 a Londino in eodem parallelo diſtem, meridianorum differentia temporis abſoluti trium horarum differentiam exhibebunt: nihil tamen minus ſimilem horam duodecimam,

ſive

ſive meridiem dixero. uti oppido eſt manifeſtum. Notandum (9°) Axis Terreſtris extremitatem utramque non circuli baſis peripheriam attingere, ſed ad eandem ſemper revera ab eclipticæ plano, ſive a communi interſectione plani noſtri & eclipticæ in præſenti caſu diſtantiam terminari: hoc eſt eandem in linea recta ad gradum $23\frac{1}{2}$ utrinque ab axis eclipticæ extremitate ducta ſemper collocari. Notandum (10°) Ellipſeωs cuiuſque partem mediam ſupra horizontem, mediam infra in æquinoctiis: alias autem partem majorem minoremve pro loci ſitu & anni tempore ſupra eundem vel infra collocari: ſive, quod eodem redit, Ellipſeωs horas duodecim in hæmiſphærio illuminato, totidemque in obſcuro in æquinoctiis, alias vero plures paucioreſve, pro loci ſitu & anni tempore diſponi. & ſi ellipſeωs illuminatæ limites dictincte definire placeat ſecans anguli graduum $23\frac{1}{2}$. cujus radius eſt ſinus Latitudinis loci ab æquatore, a centro ſecundum axem terræ extenſa, & normaliter, hoc eſt ellipſeωs axi majori parallelωs ſecta, eoſdem limites accurate deſignabit. Uſus autem hujuſce methodi eſt pene neceſſarius. Ellipſeωn enim iis in locis diſtantiæ horariæ tantillæ plerumque eſſe ſolent, ut vix aut ne vix quidem horas locorum diurnas a nocturnis exacte ſatis ex meris earundem ſignis dignoſcere liceat. Nulli autem ambiguum eſſe debet tamdiu diem eſſe quamdiu locus quivis in hæmiſphærio illuminato; tamdiu autem noctem quamdiu in obſcuro verſatur. Notandum (11°) Semidiametrum diſci ex ſcala partium æqualium deſumendam eſſe inæqualem, & pro varia Telluris a Sole diſtantiæ majorem minoremque per vices. Notandum (12°) Semidiametrum quoque Penumbræ ex ſumma ſemidiametrorum apparentium Solis & Lunæ per vices majorum atque minorum æſtimandam, eſſe quoque inæqualem; & proinde per partes quoque ſcalæ æqualis inæquales exponendam. Notandum (13°) Lunæ ſemitam, propter diverſum ejuſdem Lunæ a Sole motum, per partes quoque ſcalæ æqualis inæqua-

inæqualis eſſe exponendam. (14°) Ellipſes loca quæ vis in Telluris ſuperficie particularia indicantes variæ eſſe, & tum magnitudine tum ſpecie plane diſſimiles; tum propter anni tempora diverſa diverſamque proinde plurium circulorum ad eclipticam inclinationem; quam propter variam circulorum juxta æquatorem aut juxta polos poſitorum latitudinem. Ut tandem univerſe liceat ſtatuere omnimodam circumſtantiarum varietatem in hac eclipſes conſtruendi methodo occurrere; nec eundem diſcum, eundem axis ſitum, eandem Lunæ ſemitam, eaſdem ellipſes horarumve puncta quæ eclipſi uni congruunt, alteri eclipſi ullo modo inſervire poſſe. Niſi forte tale organon aſtronomicum ſemel ita conſtructum ſupponamus, ut huic varietati, paucis quibuſdam mutatis, ſine novi organi conſtructione quadantenus correſpondere poſſit, quod ego quidem non impoſſibile, nedum factu adeo difficile omnino exiſtimo. Neque hac in parte ubibus aſtronomicis deeſſe volo, ſi modo quod non animo tantum conceptum ſed & actu aliquantulum præſtitum jamjam a me fuerit Opifices accurate ſatis imitari & publico exponere non detrectent. Sed hujuſce Organi Conſtructio & Uſus domi potius digito monſtrari, quam pro roſtris hiſce deſcribi & delineari debent. Hæc itaque impræſentiarum ſuffecerint.

Feb. 7. 170⅘.

II.

CONſtituimus nuperrime, Auditores, uti noſtis, Eclipſes Solares conſtruere, & eaſdem quin & Lunares quoque, novo Organo invento facilius longe, longeque univerſalius quam hactenus præſtitum fuit exhibere. Prius autem quam Novi hujuſce Organi Deſcriptionem aggrediar, Methodi conſtructionis Flamſtedianæ jamjam expoſitæ Uſum, ſive potius utendi modum attingere

gere atque explicare oportebit. Notandum itaque hoc in loco ſemitam Lunæ ad debitam a Centro Circuli diſci diſtantiam, & verſus debitam plagam ductam, horiſque atque horæ particulis debite ſignatam, eodem prorſus modo Lunæ exhibere locum, dato quovis temporis momento, quo Ellipſeon prius expoſitarum puncta horaria locorum particularium in telluris ſuperficie ſitum exhibebant. Apertis itaque circini cruribus eatenus, quatenus percumbræ ſemidiametro ſufficiat, alterum crus per Lunæ ſemitam gradatim promoveatur, donec alterum eandem utrobique attingat horam horæque particulam: *utrobique* inquam; hoc eſt, tam apud Lunæ ſemitam, quam apud Loci Ellipſin. v. g. Altero crure ad horam *nonam* in Lunæ ſemita poſito, videatur an alterum crus apud Ellipſin poſſit ſimilem horam *nonam* accurate attingere? quod ſi ita eveniat, indicio eſt Eclipſin Solis ad locum in Tellure per Ellipſin iſtam exhibitum hora iſta *nona* præciſa incipere. Promoveatur crus circini ſecundum Lunæ ſemitam, v. g. ad horam undecimam; &, circini apertura minime mutata, notetur locus in Ellipſi quo alterum crus in Ellipſi pertingit: Si enim eandem ibidem horam, nempe *Undecimam*, quoque accurate ſigniet, indicio eſt Eclipſin eodem in loco ad horam iſtam undecimam deſinere: proindeque ad horam decimam intermediam ejuſdem mediam eclipſin accidere. Porro ſi norma quævis, ſive angulus rectus ita ſecundum latus alterum juxta Lunæ ſemitam appoſitum promoveatur donec alterum eandem horam in Ellipſi ſignet, iſta hora puta in noſtro exemplo decima Eclipſin quoque mediam directe determinabit. Quod ſi eadem norma non juxta Lunæ ſemitam, ſed juxta circuli Ecliptici ſive baſis diametrum adpoſita pari ratione promoveri ſupponatur, donec eadem utrobique hora ſignetur, ipſum novilunii tempus habebimus utrobique conſignatum. Quin & digitos quos vocant eclipticos ſive partes Solaris diametri duodecimales Eclipſin paſſas pari omnino ratione, dato quovis temporis momento, habebi-

 mus,

mus. v. g. Eſto diſtantia punctorum horam decimam utrobique ſignantium, ad integram penumbræ ſemidiametrum, ut 2 ad 3, palam eſt digitos eclipticos eſſe 8 ſive $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$ Solaris diametri partes Eclipſin pati: quod conſimiliter verum erit ad aliam quamque temporis particulam. Neque eſt quod miremur *Diametri* Solaris integræ partes duodecimales per partes *Semidiametri* penumbræ duodecimales hic loci exponi: cum iſta ſemidiameter penumbræ ex additis Lunæ Soliſque ſemidiametris ſit conflata, uti prius explicuimus; cumque eclipſis plane totalis ſit neceſſe eſt diſtantia iſta punctorum ubique evaneſcat, hoc eſt, ubi Eclipſis eſt prorſus centralis, uti oppido eſt manifeſtum. Atque hæc pauca atque imperfecta huic Eclipſium Solarium Conſtructioni hoc in loco ſufficiant. Quæ enim ſine ſchemate, & ſine monitore coram aſtante hic loci dubia ſunt atque difficilia, ſchematis ope atque monitoris faciliora longe intellectu ſunt domi futura. Atque hæc de Eclipſibus methodo Flamſtediana conſtruendis ſufficiant. Organon autem Aſtronomicum Novum Eclipſibus exhibendis accommodatum polliciti, idem hoc in loco deſcribemus: & ſane, ni meus me fallit animus, tam facilis erit & jucunda hoc artificio Eclipſium Contemplatio, ut methodum priorem, utut præclaram in ſe, atque olim uſitato calculi labore longe faciliorem, multo intervallo ſit exuperatura; eandemque inutilem 'pœne atque ſupervacuam redditura. Ut vero hujuſce Organi compagem rite aſſequamini mecum (1) Notabitis harum computationum fundamentum eſſe Zodiacum, ſive potius lineam eclipticam in ſigna duodecim æqualia, ſignorumque partes triginta æquales diviſam, hoc eſt in partes 360. pro ſolenni Mathematicorum & Aſtronomorum ratione, ab ipſis harum ſcientiarum, quantum conſtat, incunabulis derivata. Proinde neceſſe eſt ut annulum paremus, eidemque gradus 360 æquales in ſigna ſive dodecamoria ſua rite diſpertitos inſcribamus. Hoc enim præſtito haud difficile fuerit convolutione debita

bita hunc circulum ita ad reliquos adaptare, ut dato quovis anno, ſive præterito ſive futuro, Initium Arietis ſive Æquinoctium vernum, ſignaque omnia cum gradibus ſuis ad eos præciſe anni Juliani dies applicentur, quibus revera eo tempore congruere novimus. (2) Notabitis, Fundamentum alterum computationum Aſtronomicarum ævis ſive elapſis olim, ſive olim futuris deſtinatarum in Anno Juliano diebus $365\frac{1}{4}$ conſtante, ſemper poni: atque adeo Organi noſtri fundamentum ut in eadem anni forma ponatur eſt ſane neceſſum. Paretur itaque circulus latus, ſive annulus, quantus a mechanicis parari commode poteſt maximus, cujus ſuperficiei inſcribatur Circulus partium æqualium 365, ſecundum numerum dierum in anno Juliano; appoſitis etiam menſium Julianorum cum ſuis cujuſque diebus nominibus. (3.) Notabitis tertium harum computationum fundamentum eſſe Solis circulum, ſive potius Telluris Ellipſin. Notum enim eſt Solis motum apparentem Telluri revera competere; eumque orbitam non circularem ſed ellipticam quotannis deſcribere: eodem tamen res recidit cum propter incolatum noſtrum in telluris ſuperficie ipſum telluris, ſedis propriæ, motum neutiquam ſentire ſit conceſſum, ſi motum annuum in hoc organo delineando Soli competere etiamnum ſupponamus: quod etiam uſibus aſtronomicis hoc in loco accommodatius cenſemus. Paretur ergo tertius circulus, ſive annulus, & ut motus in ellipſi convolutioni circulari minime idonea, ad circulum hunc adaptetur, fiat primum occulta Ellipſis ſive cujuſmodi ut poſthæc deleri poſſit, ea præciſe ſpecie & eccentricitate qua orbitam Telluris Ellipticam rite referat. Tum in peripheria Elliptica notentur puncta motus Solis gradus 360 & ab apſide ſumma ad eandem iterum apſidem ſummam revertentis: quod fiet præterpropter ſi motum ejus angularem circa focum ſuperiorem *æquabilem* æſtimemus: tantillo enim ab iſta æquabilitate recedit, ut in hac parva ellipſi differentia vix aut ne vix quidem evadat

ſenſibilis. Ductis ergo lineis ab iſto foco integram peripheriam ellipticam in gradus 360 æquales dividentibus, ab inferiori foco, quem cum circuli centro coincidere volumus, lineæ totidem educantur ad puncta iſta priora in peripheria elliptica ſignata; & eouſque prolongentur, donec circumferentiam circularem ſecent, & eandem in partes 360 inæquales dividant. Hac enim methodo motus in ellipſi verus per motum in hoc circulo fictum non incongrue exponi poteſt; & motum Solis ſive Telluris per annulum noſtrum convertibilem repræſentabimus, atque hoc pacto ope tabellæ Aſtronomicæ Ellipſis Solaris, dato quovis anno, ſive præterito ſive futuro, eo exacte ſitu quoad eclipticam diſponi poſſit, quem iſtoc tempore revera obtinuerat, aut futurum ſit ut obtineat. Atque ita hæc tria Anni Dies, Eclipticæ Gradus, & Locus Solis dato quovis tempore, eodem ad ſe mutuo apud noſtrum organum habebunt modo ac reapſe hunc temporis apud cœlos habuiſſent. Quam quidem congruentiæ formam, ſi in Luna quoque ejuſque ellipſibus & nodis imitari poſſimus, rem noſtram tenebimus.

Feb. 14. 170¾.

III.

(4) NOtabimus Lunam Ellipſin quidem quovis menſe deſcribere, ſed variam illam & perpetuo mutabilem. Unde palam eſt circulum Lunarem noſtrum binis ſaltem punctorum ordinibus pro ellipſium Lunarium maxima atque minima eſſe ſignandum. Paretur ergo circulus quartus & in ejuſdem ſuperficie ellipſis occulta deſcribatur, eadem ſpecie eademque eccentricitate quæ ellipſi Lunari mediocri, inter maximam nimirum atque minimam revera mediæ, congruit: & in extremo circulo non dies tantum ſed & gradus conſignentur, additis

punctis

nctis pro extremis ellipſibus ad majores ſaltem diviſio-
m numeras. Unde conjectura emerget ſatis ſontica
› locis Lunæ intermediis, ellipſibus intermediis cor-
pondentibus, ubilibet dignoſcendis. Obſervandum
:em tantam eſſe Orbitæ hujuſce Lunaris eccentrici-
em, ſi cum Orbitæ Telluris eccentricitate confera-
r, ut adeo tutum non ſit æquabilitati angularis mo-
s circa focum ſuperiorem fidere. Oportebit autem
gulos circa focum inferiorem, id eſt circuli centrum
Tabulis extremis æquationum centri Lunæ ſive pro-
ıaphæreſi debita adauctis aut diminutis, prout res po-
ılat, hoc eſt ex ipſa anomalia coæquata definire. Quod
iam in punctis ſolaribus prius definiendis majoris ac-
ırationis & facilitatis cauſa cum fructu uſurpari poteſt.
uoniam vero Lunæ Apogæon hujuſce Circuli lineam
imariam, annorum quaſi novem ſpatio integram eclip-
:am percurrere conſtat, huic annulo inſcribantur unde-
n circuli, cum parte duodecimi; eum nempe in fi-
m ut quilibet circulus integer annos atque menſes ex-
beat revolutioni apſidis congruentes; ita ut omnes
nul Circuli integram centuriam expleant, locumque
pogæi oſtendant tempori cuivis intra centum iſtos
nos reſpondentem. Quo quidem artificio, ſi ad E-
chas locorum Apogæi Lunaris exeunti cuicunque ſe-
ılo apud Tabulas aſtronomicas adaptatas annulus hicce
:bita convolutione diſponatur, & proinde ineunte cen-
ria proxima ſuo exacte ſtet loco, iſtorum duodecim
rculorum ope ad ſitum proprium, & rerum naturæ
ınſentaneum eundem facile fuerit quovis anno, & qua-
s anni parte ejuſdem centuriæ revocare. Motus autem
pogæi per horum circulorum puncta vel diviſiones
gnoſcendus, ex tabula motuum Apogæi Lunaris me-
orum eſt omnino deſumendus. Quod in reliquis hu-
ſmodi circulorum diviſionibus inveniendis, mutatis
biquè debite mutandis, uſu venire eſt apertiſſimum.
Notabimus autem hic loci Apogæon Lunæ, in tempo-
bus quibuſque ſæculi intermediis, non ipſius annuli
primum,

primum, ſed Fili verſorii eidem e centro applicandæ convolutione, & dein fixo ſuo loco filo, annuli promotione ſive convolutione uſque dum ad filum fixum ipſum Apogæon admoveatur eſſe obtinendum. Eo enim loci ſitum ſuum debitum tum Apogæum, tum integer Circulus ſive Ellipſis nanciſcetur. (5) Fixo hac methodo in ſuo loco Apogæo, Lunaris Orbitæ *Nodum*, Eclipſium tam Solarium quam Lunarium cardinem, recto loco affigamus. Quem in finem paretur Quintus Annulus, ejuſque ſuperficiei inſcribantur ſex circuli; eiſque non anni tantum & menſes, ſed & menſium quadrantes, ſi fieri poſſit, apponantur. Cum enim Nodus Lunaris ſpatio quaſi annorum undeviginti integram eclipticam percurrat, ſex circuli integræ centuriæ ſufficient. Nec monitu hic opus, haſce diviſiones eſſe e tabula motuum Nodi Lunæ mediorum deſumendas, eodemque more ac in priori caſu fili verſorii ope Nodum ſuo ſemper loco eſſe collocandum. Notabimus (6) ipſum Lunæ locum eſſe quoque in hoc organo vel maxime oſtendendum. Quem in finem paretur Annulus ſextus, omnium intimus, ejuſque ſuperficiei inſcribatur circulus unicus exterior; & is circulus exhibeat locum Lunæ, rejecto ſemper circulo, pro integro ſeculo: annis velim integris tantum inſerviat hic circulus; & figuræ numerales ſemper annum tantum centuriæ elapſum denotent, ſine anni partibus: quæ quidem in hoc caſu abſque immani confuſione apponi nequeunt. [Qui quidem circulus in circulorum extimo & maximo accuratius exhiberi poteſt.] Præter huuc circulum autem deſcribantur quatuordecim [aut ſaltem ſeptem] alii, pro ſingulis anni cujuſque menſibus periodicis, atque diebus, dieique horis, ex tabula motus Lunæ mediis: ea nempe de cauſa ut ubi per circulum priorem innotuerit locus ipſius Lunæ in anni cujuſque principio, ſive potius præcedentis anni fine per hoſce circulos, adhibito ubique filo verſorio, locus lunæ quavis anni cujuſque parte medius ſimul innoteſcat,

teſcat. Quo cognito, tranſlatione ad annulum quartum facta, ipſum Lunæ locum quavis anni cujuſvis hora, horæque parte conſequemur; quemnam reſpectum quoque ad Apogæon Solis, ad Apogæon Lunæ, ad Nodum Lunæ, imo ad Solem ipſum ſyzygiiaſque, atque quantum ab horum unaquaque Luna diſtet, dilucide cognoſcemus. Quin & determinare licebit, Quando Eclipſis Solis vel Lunæ ſit celebranda vel celebrata fuerit: & per conjunctionis vel oppoſitionis ab ipſo nodo diſtantiam & *limites* quos vocamus eclipticos, qualis & quanta aut fuerit futura ſit eclipſis, haud ægre definietur. Quin & Notabimus (7) ipſam Eclipſeωn conſtructionem geometricam natura duce hinc faciIlime conſequi: ſi nimirum Globum Terreſtrem majorem intra hoſce circulos collocatum, alterum quoque Globum Lunarem debita proportione minorem ſitu debito poſitum, & utrumque motibus ſuis delatum, vel rotatum, appoſito lumine aut Solis aut Lunæ aut lampadis ſupponamus; quæ omnia factu haud adeo difficilia ſunt. Hinc enim Eclipſes non tam geometrice conſtructas, vel obſcurius adumbratas, quam actu quaſi exhibitas, & coram expoſitas jucundiſſimo ſpectaculo & artificio maxime naturali contemplari licebit. Spero autem me hæc omnia brevi experturum, & eclipſium ad calculos revocandarum, quin & conſtruendarum tædium vitaturum. Quod ſi ſemel uſu & experientia comprobatum hoc organon invenero, ſolidum ipſe cum reliquis Aſtronomis gaudium gaudebo; & ad eclipſes antiquas adinveniendas & dijudicandas alacri animo progrediar. Sciendum autem (8) me in univerſo hoc negotio ecliptico orbitam Lunarem cum eclipticæ plano coincidentem ſuppoſuiſſe; quod rerum naturæ videtur repugnare. In confeſſo enim eſt apud omnes, eandem orbitam vel eundem orbem Lunarem ab orbita Telluris, ſive orbe magno penitus eſſe diverſum; & ad eum in angulo graduum 5, & quod excurrit, eſſe inclinatum. Verum cum eclipſes omnino omnes tam Solares quam Lunares aut in ipſo eclipticæ plano, aut cir-

citer

citer celebrentur, opus non eſt ut in circulorum vel a-nulorum diſpoſitione orbem Lunæ ab orbe magno ſeparemus: hoc eſt modo Obſervemus (9) ut Axem, Lunam noſtram fictitiam portantem, non in ipſo circulorum horum plano, ſed in angulo *angulum viæ viſæ ad eclipticam* exhibente ad idem inclinatum conſtituamus: quo ipſius Lunæ ſemita eundem curſum quoad Globum Terreſtrem incluſum obire poſſit, quem Lunæ Centrum quoad Tellurem ipſam obire intelligitur. Notabimus vero (10) Quod ipſo eclipſeωs tempore tam ipſa Terra motu diurno, quam ipſa Luna menſtruo cietur. Ad perfectam itaque eclipſium conſtructionem requiritur plane, ut binus hicce motus conſimiliter in hoc organo exhibeatur. Quod quidem factu eſt facillimum. Motus enim terræ diurnus, per nudam globi terreſtris circa axem ſuum convolutionem, circuli horarii, ſive potius graduum æquatoris ope facile menſurandam. Motus autem Lunæ menſtruus, per meram Globi Lunaris in directum promotionem, per partes horarias earumque minuta, cochleæ ope pari facilitate menſurandam rite exponitur. Neque inæquabilitas motus menſtrui erit impedimento, quo minus eundem ſatis accurate exhibere queamus. Tantilla enim eſt hæc inæquabilitas ut ſi omnia mediocri motus menſtrui Lunæ a Sole quantitati accommodentur, vix opus erit accuratione ulteriori: quæ tamen ſatis facile adhibitis mediis variis procurari poteſt, ſi quis operæ pretium eiſdem excogitandis vacare putaverit. Imo vero adhibitis quibuſdam orbiculis hoſce motus ita inter ſe Globis hiſce Tellurem & Lunam exponentibus connectere Opifices valebunt, ut aliter quam fieri debuit neuter eorum ullo pacto moveri poſſit. Notabimus vero (11°) Lunam noſtram fictitiam ſphæricam per circulum ejuſdem diametri recte exponi poſſe; circulum nimirum opacum, circellis diaphanis duodecim pro digitorum eclipticorum numero diſtinctum. Qua quidem ratione ſimul Eclipſes ipſas, ſimul earundem quantitatem exhibitas, & ſpectaculo

longe

longe jucundiſſimo oculis coram expoſitas obtinebimus. Quoniam vero *Viam* Lunæ *viſam*, ſive ejuſdem *ſemitam* nondum ſatis repræſentatam dedimus, eam hoc artificio ſatis commodo & factu facillimo procurabimus. Aſſumatur ex annulorum prius memoratorum numero aliquis, qui tantum interius ſecundum diametrum pateat quantum patent diametri Globorum Terreſtris & Lunaris ſimul ſumptæ quamproxime. Hicce vero Annulus reliquis normaliter erectus, & Loco Solis atque Lunæ qui in Eclipſibus ſecundum eandem quaſi rectam lineam conſiſtunt normaliter collocatus, habebit axem ſuum per Globi Terreſtris axem tranſeuntem in ipſo nimirum eclipticæ plano poſitum: Habebit diametrum erectam eclipticæ plano perpendicularem, ſatis quidem longam quæ Lunæ poſitum in ipſis Eclipſium limitibus ubi nempe digiti plane nulli Eclipſin patiuntur exhibere poſſit. Juxta hanc diametrum erectam in angulo viæ Lunæ a Sole viſæ æquali aptetur Linea recta, ſemidiametrorum Globorum Lunæ & Terræ ſummæ æqualis: Dividi vero ſupponitur in partes diſtantiæ Lunæ a centro minimæ æquales, pro varia nimirum ipſius Lunæ ab Ecliptica in ipſo eclipſeos medio latitudine, ejuſdem a nodo diſtantiæ proportionali. Per lineæ iſtius diviſionem loco tuo congruam & ipſi lineæ normale extendatur filum rigidum, vel potius axis æneus vel ferreus, vel etiam ligneus, globo vel circulo Lunam referenti affixus. Secundum hunc axem vero in horas horæque partes pro Lunæ motu menſtruo diviſum moveatur Lunæ globus, vel circulus ab occaſu in ortum, interea dum Globus terræ circa axem ſuum debita velocitate ab occaſu in ortum quoque convertatur: *debita* inquam *velocitate*: hoc eſt, ut horæ motus Lunæ horæ motus terræ; ſemiſſis ſemiſſi; quadrans quadranti; atque ita porro ſemper reſpondeat. Hoc pacto Sole, vel Luna, vel lampade in circuli erecti axe poſito, Umbra fictitiæ noſtræ Lunæ eodem omnino modo per ſuperficiem fictitiæ noſtræ Telluris feretur, quo in Eclipſi quæſita ipſa Lunæ Umbra per ipſam Telluris ſu-

Dd perficiem,

perficiem, aut olim reapſe ferebatur; aut quo futurum ſit ut olim feratur. Notabimus 12° Initium motuum horum in Tellure & Luna a locis eclipſeωs medio deſignando idoneis eſſe repetendum. Uterque nempe Globus eo primum diſponendus eſt ſitu qui calculi tempori, hoc eſt, Eclipſi mediæ congruit. Licet enim naturæ ordo, ut ab eclipſeωs initio, ad medium, & deinde ad finem pergamus omnino requirit: quem ordinem hoc etiam in conſtructionis artificio ultimo obſervatum volumus: tamen ut omnia rite prædiſponere & præparare queamus, omnia tempori Eclipſeωs medio, per calculum quendam ex annulorum converſione & mutuo habitu prius cognitum jam cognito, ſunt ab origine adaptanda. Datis enim veris ad iſtud temporis momentum Luminarium poſituris facile fuerit ad priora regredi; & per motus utriuſque globi retrogrados veram eorundem ad ipſum Eclipseωs initium poſituram, verumque iſtius poſituræ temporis momentum determinare. Quo tandem omnia recto ordine a principio ad finem uſque deinceps procedant, veraſque Eclipſeωs circumſtantias ſuo quaſque loco & tempore rite obſervemus, non tantum quoad *locum primo deſignatum*, ſed, quod plane in hoc artificio *palmarium* reor, quoad loca omnia & ſingula in tota telluris ſuperficie poſita. Quod quidem in methodo Flamſtediana; quin & in omnibus aliis Eclipſes exhibendi vel computandi methodis, omnino hactenus fuit deſideratum. Ipſam quoque Eclipſeωs quantitatem in locis iſtis omnibus, per digitos circulares deſignatam, una conſpiciemus. Neque ego ſane commodiorem, faciliorem, aut jucundiorem Eclipſes demonſtrandi & contemplandi methodum vel expectandam vel etiam optandam exiſtimo. Ipſam enim naturam exacte hoc artificio imitamur. Nec ultra tendere licet.

Mar. 7. $170\frac{8}{9}$. IV. Eclip-

N.B. *Inter priores Prælectiones & poſteriores, dum Organon noſtrum pararemus, & quantum poteramus tentaremus, alias quaſdam Prælectiones, Epitomen quandam imperfectam Philoſophiæ Newtonianæ complexas, ſed publico minime deſtinatas interpoſuimus. Ideo autem hoc notari volumus, ne ſuſpicio eſſet per ſpatium intermedium nos officio noſtro nullo modo ſatisfeciſſe.*

IV.

Eclipſes antiquitus obſervatas, Zyzygiaſque Luminarium tradituro, earundem traditarum Uſus atque Emolumenta paucis attingere convenit. Ne magno nos conatu nugas magnas agere, aut de lana nos caprina diſſerere videamur. Atque equidem Phænomena hæc aſtronomica, rite olim obſervata, atque ad examen poſtmodum accurate revocata, tot commodis atque uſibus Aſtronomicis, Geographicis, Hiſtoricis, Chronologicis, Nauticis, Sacris, atque Prophanis inſerviunt, ut eos omnes & ſingulos enumerare opis noſtræ non ſit. Hujuſmodi vero qui maxime ſunt notatu digni, quique memoriæ occurrunt facillime in medium afferemus. (1°) Ex horum Phænomenorum conſideratione certum atque ſtabilem naturæ curſum; fixas & perennes aſtrorum leges; firmas atque invariatas temporum atque ſeculorum viciſſitudines; conſtans demum Potentiæ & Bonitatis, & Sapientiæ Divinæ exercitium, quin & perpetuam Dei in Creaturas curam & providentiam facile dignoſcimus. Hinc Motum Solarem apparentem, quem Telluri rectius aſcribemus, conſtantem, pene circularem, pene æquabilem, eodem anni circuitu revertentem, juxta eaſdem Veris, Æſtatis, Autumni, & Hyemis vices per duplum ſaltem millennium recurrentem, abſque hiatu, abſque mora interpoſita contemplamur. Hinc magna hæc luminaria, Deo O. M. conditori ſuo diutiſſime inſerviiſſe, & in Cœlo expanſo *inter lucem & tenebras*, inter *diem & noctem* diſtinxiſſe, & fuiſſe *in ſigna, & in tempeſtates, & in dies, & in annos, & lucem ſuper terram attuliſſe*, *Luminare majus diei, minus nocti præfuiſſe*, ſecundum primariam ſummi Opificis Legem, colligimus. Hinc naturæ vires, nullo modo per ſeculorum ſpatia diminutas, Deique potentiam pari cura omnes ætates foventem atque ſuſtentantem quaſi coram cernimus.

 (2°) Ex

(2°) Ex Eclipſibus Antiquis & Hodiernis inter ſe collatis, certum anni, certum menſis ſpatium definimus; eademque annorum atque menſium ſpatia menſurandis temporum, motuum reliquorum cœleſtium, rerum hiſtoricarum & Epocharum intervallis, ſummo cum fructu, adhibemus; quin & hiſce rationibus annorum & menſium durationes ſive periodos ad tantam ἀκρίβειαν præfinimus, ut ne ad minuti unius partem aliquam notabilem, aut in exceſſu aut in defectu erremus: quod in tantis intervallis eſt ſane oppido mirandum. (3°) Ex iiſdem phænomenis Æras atque Epochas, omnis veræ chronologiæ baſes & fundamenta, indubie ſtabilire & figere novimus. Si quis enim antiquorum Aſtronomorum, ſive Hiſtoricorum vel unicam Eclipſin, ſive Solis ea ſit, ſive Lunæ, certo Æræ cujuſvis anno atque diei affixerit, ex calculo aſtronomico, quot anni atque dies ex iſta Eclipſi effluxerint, certo certius cognitum habemus. Unde certam atque indubiam iſtius æræ ſedem, primoriamque ejuſdem Epocham illico tenemus; quod a fortiori verum eſt in hujuſmodi æris, ſecundum quas plurimæ Eclipſes apud antiquos conſignatæ habentur. Sic ſane Æra Nabonaſſari in celeberrimo Ptolomæi Canone uſurpata, ut ex chronologorum omnium conſenſu & certiſſimis Eclipſium characteribus conſtat, Die Februarii 26° Anno ante Æram Chriſtianam, qualem nos 1709^{m} jam computamus, 747° ſive anno Periodi Julianæ, qualem nos jam 6422^{m} numeramus, 3967°. Neque aliter in reliquis Æris ratiocinari oportebit. Unde ſane notandum, ejuſmodi æras quæ per Eclipſes non omnino muniuntur, vix ad tantam plerumque certitudinem aſſurgere, quantam hanc Nabonaſſari æram & conſimiles æras obtinere aſſeruimus. Sic ſane Æra illa celeberrima, quam ab Orbe condito deducunt chronologi, nondum ad plenariam certitudinem revocatur; quia nullibi apud Authores ſacros hujuſmodi æræ quaſi inſiſtentes, mentio Eclipſeωs cujuſquam certo ipſius anno alligatæ uſpiam occurrit. Ut taceam motuum cœleſtium in Diluvio

Noetico

Noetico ſaltem, ſi non in Statione Solis Joſhuana mutationem nonnullam, cujus haud vana eſt ſuſpicio. Unde hujuſmodi æram non inter certas atque Aſtronomicas, ſed inter veriſimiles numeramus. Nec multum aliter de Æra Urbis Romæ conditæ eſt ſtatuendum. Ob defectum enim Eclipſium juxta eam conſignatarum certo non conſtat quoto ante æram Chriſtianam vel Periodi Julianæ anno Urbs iſta Orbis primaria conderetur. Neque aliter de reliquis Æris, Eclipſium ſigno carentibus, eſt ratiocinandum. (4°) Eclipſium tanquam veri atque falſi κριτηρίων ope, antiquos hiſtoricos ad examen revocamus; res vere geſtas a falſis rerum umbris diſtinguimus; easque certo temporis anteacti momento non raro conſignamus. Sicubi enim Eclipſium mentionem hiſtoriis ſuis, quod nonnunquam uſu venit, ſcriptores antiqui intertexunt, certa inde fides rei vere geſtæ, fictæ autem neutiquam: quin & ubi per Auctoris ſatis idonei auctoritatem, utut cum Eclipſis calculo parum congruentem, rem vere geſtam negare non licet, ſaltem alio temporis momento quam quo narraverat hiſtoricus geſtam certo certius nonnunquam pronunciare licebit. Ita ut rerum *ordinem*, ſi non res ipſas, ex hoc calculo aſtronomico certius expiſcamur, quam ex ipſis hiſtoriographis. Facillime enim ii in temporibus aſſignandis errant: aſt in Eclipſi Solis aut Lunæ, præſertim ubi maxima extiterit, enarranda, poſteriſque demandanda, vix aut ne vix quidem errare potuerunt. Porro haud raro accidit, ut veteres Scriptores res geſtas ſine accurata temporum & ærarum notatione tradiderint; injecta tamen eclipſium mentione fortuita: quæ tamen mentio fortuita Temporis momentum accuratius ſervat, poſteriſque tradit quam per Regum vel Dynaſtarum annos quoſcunque, ipſi ſcriptores, data vel maxime opera, aliter ſervare, & tradere potuerunt. Sic ſane Eclipſis Lunaris a Joſepho memorata paulo ante mortem magni Herodis, quo nondum mortuo certo certius Chriſtus Servator noſter natus eſt, plus affert adjumenti ad Natalem

talem

talem annum accurate determinandum, quam ſi expreſſis verbis ejuſdem Herodis mortem alii æræ cuicunque applicuiſſet. Neque aliter in reliquis hiſce cenſendum. (5°) Ex hiſce Eclipſibus, per calculum Aſtronomicum inventis, & juxta eundem calculum deinceps ſuper obſervatis, ſcientiæ Aſtronomicæ certitudinem, & veritatem omnibus, etiam ignaro popello, demonſtramus. Mortalium plerique, aliis rebus attenti, aliis negotiis impediti, Quid ſibi velit Aſtronomia & Geometria; Quid ſit ſtellarum parallaxis; quæ Solis Lunæque orbitæ, ſive circulares, ſive ellipticæ; qui motuum calculus, parum illi aut nihil curant: imo fucum ſibi fieri ab Aſtronomis, ubi de planetarum Magnitudine, Diſtantia, Celeritate, reliquiſque affectionibus diſſerentes audiunt, facile ſuſpicantur. Verum enimvero, ubi eoſdem Aſtronomos non tantum Anni Vices, atque Lunæ Phaſes, & Syzygias prædicentes; ſed & eoſdem Solis atque Lunæ Defectus, partiales nonnunquam, nonnunquam totales; certis temporis momentis, certis modo, ordine, & quantitate affuturos prænunciantes obſervant; eoſdemque defectus nunquam non, pro accurata calculi ratione, reapſe obſervatos norunt; imo vero ſuis eos oculis non raro uſurpant: Tum demum receptui canunt, & Aſtronomos cœleſtium rerum haud penitus ignaros habentes profitentur. (6) Eclipſium Ope, præſertim Lunarium, Geographi locorum in Telluris ſuperficie Longitudinem, ſive mutuam orientem vel occidentem verſus diſtantiam angularem, magno Geographiæ & rei Nauticæ commodo definiunt. Notum eſt Locorum quorumvis *Latitudinem Geographicam*, ope Solis in meridiano interdiu, aut Stellæ cujuſvis notæ declinationis in eodem meridiano noctu obſervatæ, facillime innoteſcere. Verum eorundem *Longitudinem Geographicam* definire, Hoc Opus, Hic Labor. Quam tamen ut determinemus eſt oppido neceſſarium. Huic negotio Eclipſes Lunares perquam ſunt accommodæ. Deficiente enim tum temporis revera Luce Lunari, utpote mutuatitia,

ſeu potiu
m & retine
i organici
ne cum lab
unde uſur
qui tædio

ſit perplura, quod fieri poteſt per pauciora. Fruſtra per dies integros numeris inſudamus, ubi eundem pene fructum paucarum horularum ſpatio, idque inter ludendum fere reportare licuerit. Fruſtra eas Luminarium Eclipſes ad ſcrupulos primos ſecundoſque per calculum revocamus, quas vix ad horas integras apud Hiſtoricos conſignatas habemus. Fruſtra quoque eaſdem ad digiti unius partem ſexageſimalem computando definimus, quas vix ad integros digitos duos pluresve legendo agnoſcimus. Et ſi quando uſus venerit ut Eclipſin aliquam accuratius cognoſcere debeamus, Nonnihil *adjumenti*, uti prius monuimus, ex organo noſtro accedet; *confirmationis* certe & *certitudinis* plurimum. Ubi enim eandem Eclipſin & per Organon noſtrum laxius, & per multiplices calculi ambages accuratius definitam teneamus, ſi probe inter ſe conſenſerit utraque methodus, dubii nihil erit reliquum; ſin minus, cautioni fuerit ne calculi error nos in parem errorem induxerit; quod quidem ipſum est per ſe in hiſce rebus longe utiliſſimum. Neque ſolum in Eclipſibus Luminarium computandis nobis uſui erit Organon noſtrum, uti prius obiter inſinuavimus: eorundem enim ſyzygiis inveniendis æque inſervire poteſt, & inde in determinandis noviluniis & pleniluniis opem haud inutilem præſtabit. Quæ ſane novilunia & plenilunia in definiendis antiquis annis Lunaribus & Luni-Solaribus, eorumque menſibus; in computis Judaicis, ſive ante Chriſtum, ſive poſt Chriſtum, ſive ipſo Chriſti tempore rite intelligendis; in neomeniarum Judaicorum, feſtorumque ſive Paſchatis, ſive Pentecoſtes, ſive Tabernaculorum, aliorumque conſimilium diebus præfiniendis; In Chriſti Natali, ejuſque Anno, Menſe, Die inveſtigandis; in Chriſti Morte, ejuſque Anno, Menſe, Die ſtatuminandis; in hiſtoria Joſephi Judaica rite intelligenda; aliiſque hujuſmodi hiſtoriis innumeris recte percipiendis utiliſſima ſunt plane, planeque neceſſaria. Et ſi fas ſit verum aperte fateri, mira calculi Aſtronomici in hujuſmodi rebus difficultas, & rarior proinde uſus

non

non paucos in varios errores induxit; ſeu potius eoſdem prius inductos confirmari in iiſdem & retineri permiſit. Unde gratior nobis calculi noſtri organici facilitas videri debet; quoniam ſpes eſt minore cum labore Viros Doctos majores longe fructus exinde uſurpaturos, quam quos hactenus e calculi numerici tædio uſurpare potuerunt.

Oct. 31. 1709.

V.

UT Methodi noſtræ Eclipſes & Syzygias exhibendi Ratio melius intelligatur, Notandum (1°) Nos Luminarium Eclipſes omnes & ſingulas in univerſum per ſingulos annos celebratas Organi noſtri ope tam Solares nempe quam Lunares daturos; iis ſolum e Solaribus exceptis quæ ad Diſci Terreſtris margines & extra Orbis antiquitus cogniti limites videri poterant. Non quod vel minimas plane intactas præterire velimus, ſed quod Solares illas remotiſſimas calculo tantum organico in genere demonſtraſſe contenti, eas conſtruere, vel ad locum quemvis particularem, quoad temporum momenta, vel digitorum eclipticorum numerum accurate oſtendere, operæ pretium minime judicamus. Quorſum enim phænomena cœleſtia, orbi habitabili, ſaltem hiſtorico minime cognita; quin & nemini plerumque mortalium viſa, operoſius ſiſtere, & explicare operam daremus? Exceptis autem hiſce Eclipſibus Solaribus, Reliquas omnino omnes tam Solares quam Lunares integre eſſe exponendas omnino exiſtimamus. Quanquam enim perpaucæ ex hiſce Eclipſibus, præſertim e Solaribus ab Hiſtoricis memorentur, cum tamen de nonnullis tanta lis eſſe ſolet inter Doctos, ut de ipſo Anno, imo de ipſa anni Decade, ne dixerim de ipſa Centuria minus con-

ſtet; cum etiam, præter notas Veterum Hiſtoricorum Eclipſes, aliæ atque aliæ ſubinde memorentur, neque proinde ullo certo indicio omnes illas quæ uſui ſunt aliquando futuræ poſſimus præfinire, omnino exiſtimavi, opere jam cœpto, omnium Doctorum Deſideriis quibuscunque eſſe ſatisfaciendum; ut Nemo in poſterum queratur ſe in Hiſtoria veteri erraſſe eo quod Aſtronomiæ partem hanc minus excultam & completam ſenſerit. Notandum (2°) me in toto hoc opere intra Limites Temporis Hiſtorici, ubi nempe certa Chronologiæ ſeries, certaque annorum ratio liquet, memet continere rum; atque adeo a celeberrima Aſtronomorum & Chronologorum Epocha *Nabonaſſarea*, Hiſtoriæ & Aſtronomiæ baſi & fundamento, incepturum. Unde fabuloſas Ægyptiorum, Chinenſium, reliquaſque incertorum populorum Origines, fictitiaſque Epochas penitus omittendas ſtatuo; ne magno memet molimine, & ingenti conatu magnas egiſſe nugas tandem aliquando ſentiam. Non quod notiſſimam illam ab Orbe condito Epocham, longamque annorum Seriem in ſacris Scripturis conſignatam incertam, vel ignotam exiſtimem: aliter, longe aliter in noſtra Veteris Teſtamenti Chronologia docuimus: ſed quod nullam ibi certam annorum Formam, nullam Eclipſium celebratarum Mentionem invenerim: ut taceam Stationem illam Solis, Joſhuæ tempore, miraculoſam, Motuum cœleſtium ordini & rationi conſtanti, quibus nititur tota Eclipſium retro celebratarum doctrina, quantum videtur, turbatricem. Neque ego ſane is ſum qui antiquæ omnis Hiſtoriæ Chinenſis fidem elevare velim: aliter enim in eodem Chronologiæ ſacræ Tractatu docui. Sed tamen, cum ad certam Æram Aſtronomicam iſtæ Eclipſes nondum potuerint revocari; cum non iſtæ tantum, ſed & alia cœleſtia phænomena in annalibus Chinenſibus conſignata, & a Cl. Caſſini ad calculum revocata, minime temporibus ibidem aſſignatis reſponderint; nondum a me poſſum impetrare ut laborem longe maximum, ſpe longe omnium minima, ſubeam. Ubi certo de

de veritate & tempore nonnullarum harum Eclipſium Chinenſium ſemel Aſtronomis conſtiterit, facile fuerit iiſdem Organon Aſtronomicum noſtrum vel calculum Arithmeticum hiſce computandis & conſtruendis adhibere. Notandum (3°) Me in tractandis Eclipſibus Lunaribus, abſolutis nempe illis, & a vero luminis defectu oriundis, tempus abſolutum & digitos eclipticos una ſemper, quoad hujuſce Organi ratio ferre poteſt, accurate expoſiturum. In Solaribus autem illis, quas plenius exponere neceſſarium videbatur, Tempus abſolutum & Digitos eclipticos iſti tantum loco peculiari, de quo agunt Hiſtorici eaſdem memorantes, accommodatos, præter generalem nempe Eclipſeωs ad tempus meridiani Londinenſis vel Greenovicenſis reductæ ſtatum, explicaturum. Notandum (4°) Me in Eclipſibus iſtis Solaribus quæ Hiſtoriæ & Chronologiæ uſibus inſervire ullo pacto poterunt, non tantum Centri Umbræ ſemitam, ſed & penumbræ limitum ſemitam, hinc inde priori propemodum parallelam aliquo modo deſignare; ut non ſolum Eclipſeωs in loco particulari phænomena, ſed & quadantenus in locis omnibus ſtatum generalem, ingenti Aſtronomiæ commodo exhiberem, quod quidem commodum longe maximum & nobiliſſimum in alia quavis Eclipſes deſcribendi & conſtruendi methodo fruſtra quæſitum iveris. Notandum (5°) Me ab errore calculi & conſtructionis organico tam ſedulo cavere velle, ut experimenta certa in hiſce Annis viginti hocce ſeculum decimum octavum inchoantibus, eorumque Eclipſibus omnibus tam Solaribus, quam Lunaribus computandis & conſtruendis, tentandi & experiundi gratia capere: ſicut etiam antiquas quaſdam Eclipſes eodem Organo definitas experiri decreverim. Ut ita tandem, ubi Organon noſtrum, ſe & in annis retro elapſis & poſt futuris ſe fidele & probum tandem probaverit, in reliquis Eclipſibus per idem Organon expediendis ſecure & abſque errandi metu pergamus. Ut vero Organo noſtro Aſtronomico recte utamur, & ejuſdem ope Eclipſium Phænomena,

nomena, quam fieri poteſt accuratiſſime inveniamus. Notandum porro (6°) Circulum penextimum mobilem menſes anni Juliani communes dierum 365 continentem, circulo extimo immobili primo in loco ad amuſſim eſſe adaptandum: hoc eſt, Æquinoctii vernalis locum annis quibuſque ſive præteritis ſive futuris, jamjam in ſuperficie penextimi circuli rite applicatum, debito Zodiaci vel Eclipticæ loco, hoc eſt Arietis principio eſſe applicandum: quo Gradus Eclipticæ & Anni dies ſibi mutuo ubique correſpondeant. Hic autem loci obſervatu non eſt indignum, (quo error omnis præcaveatur,) Tabellam iſtam locum æquinoctii anni diebus applicantem, ineunti ſeculo cuivis, & quarto cuivis ante vel poſt Chriſtum Anno ſolummodo per ſe reſpondere; anno nimirum Biſſexto exeunti vel ineunti poſt Biſſextum primo. Quibus quidem Annis opus non eſt cura ulteriore. Sed cavendum ut anno poſt Biſſextum primo exeunti gradus, ſive diei quadrantem, exeunti ſecundo ſemiſſem, exeunti tertio dodrantem, ſemper auferatur; ita ut circulus penextimus retro vel in antecedentia per diei vel gradus quadrantem, ſemiſſem, vel dodrantem moveatur: ut ita tandem Anni cujuſque dies gradui eclipticæ congruo exacte correſpondeat. Monitu autem non eſt opus, omnes poſt Chriſtum centeſimos, vigeſimos, etiam quadrageſimos, ſexageſimos, & octogeſimos: Ante Chriſtum vero omnes centeſimos primos, vigeſimos primos, quadrageſimos primos, ſexageſimos primos, & octogeſimos primos eſſe Biſſextiles. Unde Anni reliqui Biſſextiles facillime innoteſcent. Notandum (7°) Propter diem Biſſextilem, poſt Chriſtum annis 4° 8° 12° 16° 20°, &c. & ante Chriſtum annis 1° 5° 9 13° 17° 21°, &c. interpoſitum, Anni Diem per Organon indicatum poſt Chriſtum, revera diem iſtum Anni eſſe, quo Phænomenon quodcunque accidit; propter uſum Tabularum Annis poſt Chriſtum accommodatarum. Sed Anni Diem per Organon indicatum ante Chriſtum, non eſſe ipſum

Diem, ſed juſto minorem; hoc eſt ubi Organon Eclipſin ante Chriſtum Die 2°, vel 4°, vel 8 Menſis cujuſvis accidiſſe demonſtrat, intelligendum eſt Eclipſin iſtam die ſequenti hoc eſt 3° vel 5° vel 9° revera accidiſſe. Hac tamen adhibita cautione ut annis 4° 8° 12° 16° 20° & ſimilibus ante Chriſtum, hoc eſt, poſt Biſſextilem proximis quibuſque, iſta Diei mutatione opus eſſe non intelligamus. Quæ omnia ex diei biſſextilis, anno ante Æram Chriſtianam primo, & poſt Chriſtum tantum quarto interpoſitu, conſequuntur. Nec longa demonſtratione opus. Notandum (8°) Circulum tertium orbitam annuam ſive Solis ſive Telluris exhibentem loco ſuo, hoc eſt gradui eclipticæ congruo facillime accommodari. Aphelii enim motus adeo tardus eſt, & ab anomaliis, vel æquationibus liber, ut Dies biſſextilis, imo Annus integer motum in Organo noſtro ſenſibilem minime admittat. Nec admodum refert, ſi error vel integri gradus admittatur: æquationes enim Orbitæ terreſtris; hiſce enim indicandis & motui inæquali oſtendendo inſervit; tantillo per gradum integrum inter ſe differunt, ut differentia in hujuſmodi organis quibuſcunque minime ſentiri poſſit. Licuiſſet itaque ipſum Aphelii locum gradui priori vel poſteriori incipienti diſtinctioris notationis gratia applicare; niſi inde alii errores facile oriri inde potuerint. Quod ſi errores iſti ſedulo præcaveantur, etiamnum licebit Aphelium per gradus partem a loco ſuo proprio removere, ſalva interim Calculi noſtri Aſtronomici per hoc Organon adminiſtrandi ἀκριβείᾳ. Quod ipſum in Circulo Quarto Ellipſes ſive Orbitas Lunares exhibente ob ſimilem prorſus rationem admitti poſſe facile intelligetur. Notandum tamen (9°) Circulum iſtum Quartum, Motum Lunæ ellipticum, ipſumque Lunæ Apogæon continentem, peculiari cura eſſe tractandum. Non enim Motus ſolum Apogæi Lunaris, & ipſius Lunæ medius, ſed coæquatus eſt habendus. Poſt locum itaque Agogæi medium, ope tabellarum in Organi ſuperficie intima adinventum, & debito

debito eclipticæ loco applicatum, ex Tabula Æquationis Apogæi pag. 356. Aſtronomiæ noſtræ reperiendæ Æquationem debitam aut addas aut ſubtrahas, ut Locus Apogæi verus habeatur. Ope nimirum Argumenti Annui, ſive diſtantiæ Apogæi mediæ a Sole in Organo noſtro facile inveniendæ. Deinde poſt locum Lunæ medium (in Circulo intimo ſemper expoſitum) & Apogæi locum verum in Organo noſtro jam repertum (unde Anomalia Lunæ media facile reperitur) Locum Lunæ verum hac methodo indagato: Numera gradus Anomaliæ mediæ, ſive inter Lunæ Apogæon & ejuſdem locum medium; idem numerus in Circulo hoc quarto repertus dabit Locum Lunæ verum. Sed propter Ellipſes Lunares ſemper diverſas, & in hoc circulo quarto per lineas vel puncta locum *mediocri*, *maxima*, & *minima* eccentrenticitati reſpective congruum indicantia, cautela opus eſt maxima ut in Ellipſi debita locum conſignemus: quod tamen ſatis facile pro noſtri Organi ratione fieri poterit, modo eccentricitatem e tabula priori excerptam rite notemus, & locum lunæ eadem ratione inter loca ubique extrema collocamus, qua eccentricitatem inter eccentricitates extremas in Tabula collocatam videmus. Sed hæc prudentiæ & ſolertiæ operantis ſunt quodammodo relinquenda. Notandum (10°) Circulum quintum, Nodorum Locum exhibentem, ſumma cum cura eſſe tractandum. E recta enim Nodorum poſitione Eclipſium Calculus pendet maxime. Poſtquam itaque Locum Nodi aſcendentis medium nactus fueris, eundem debita Æquatione e pag. 361 Aſtronomiæ noſtræ petenda corrige; quam poteris accuratiſſime. Scias autem Limitis inclinationem *maximam* in Eclipſibus ſemper aſſumi poſſe, propter ſitum Lunæ tum temporis circa Nodos ipſos, ubi Inclinatio eſt *maxima*. Memineris quoque Nodi motum medium retrorſum eſſe, & in antecedentia concedere: dum motus reliqui in conſequentia, ad unum omnes concedant. Quod tamen in methodo noſtra perraro aut nunquam obſervatu opus

eſt;

eſt; propter curam in eadem ante Chriſtum æque ac poſt Chriſtum per anni partem *deſcendendi* ſemper, *aſcendendi nunquam* hic adhibitam. Notandum (11°) Circulum intimum etiam haud minori cum cura ſuo eſſe loco collocandum: ut hoc pacto Lunæ ipſius Locus medius, &, inde tranſlatione ad Circulum quartum facta, verus etiam quoad Nodos rite collocetur. Sciendum etiam hoc in loco expedire maxime ut Loca tam Solis quam Lunæ media & deinde vera, incipiente die Aſtronomico, hoc eſt in ipſo meridie, primo inveniantur. Deinde ut Sol & Luna ita ſimul per diem ſequentem moveri intelligantur, donec Luna Solem aut punctum Soli oppoſitum aſſequatur. Poſtremo autem, ut horam diei, horæque partem per Lunæ motum velociorem, non vero per Solis tardiorem definiamus. Notandum (12°) Quod Luna unum eclipticæ gradum horis quaſi duabus peragit: Si itaque ad gradus partem ſolum quartam in hoc Organo locum Lunæ diſtinguere licuerit, tempus ipſum ad horæ uſque unius ſemiſſem diſtinxerimus: quod ipſum præſenti noſtro propoſito abunde ſufficiet. Sin accuratius confectum fuerit hujuſmodi Organon, ab Artificibus hiſce in rebus probe exercitatis, tempus ipſum ad horæ uſque quadrantem facile definiri poterit. Notandum (13°) Quod ſemidiameter Penumbræ in Eclipſibus Solaribus, & Diameter Lunæ in Lunaribus etiam in noſtra conſtructionis methodo (ubi Globus Terram exponens ſupponitur eſſe 30 digitorum ſecundum Diametrum,) ad octo quaſi digitos ſe extenderet: Si itaque ad digiti unius partem duodecimam ſolum loca in Terris Eclipſin paſſa diſtinxerimus, ad digiti ecliptici quadrantem Eclipſeos quantitatem una definiemus. Quod non ſolum noſtro abunde ſufficit propoſito, ſed & vel ſummam tabularum antiquarum etiam Carolinarum *ἀκρίβειαν* longe exuperare videtur: Ubi non digiti tantum partem aliquam, ſed integros digitos ſæpe aberratum eſſe eſt in confeſſo. Notandum Ultimo, Dies Anni in hoc Organo apud Circulum

culum penextimum notatos æquabiles eſſe, & tempus medium deſignare. Locus autem eclipticæ non ad iſtum Diem pertinet cui correſpondet ; ſed ad iſtum diem cui Locus Solis verus correſpondere invenitur. Ut taceam nullam hic inter tempus medium & apparens inæqualitatem comparere. Ubi enim de horarum partibus quartis vel potius dimidia parte res agitur, de paucis minutis inter verum & medium tempus interpoſitis non eſt magnopere ſatagendum. Manum itaque de Tabula.

Nov. 7. 1709.

VI.

QUÆ præfandi & præparandi gratia erant dicenda, in ſuperioribus diximus. Rem ipſam igitur tandem aliquando, miſſa ulteriori circuitione, aggredimur: Et ipſas Eclipſes tam Lunares, quam Solares Veteribus obſervatas, quas quidem reperire licuit omnino omnes, e Ricciolo aliiſque collectas, quin & ipſis Auctorum antiquorum verbis in medium allatis, fideliter expreſſas, hic ſiſtimus. Omiſſis tamen Eclipſibus iſtis Romuli conceptum, Urbis Romæ Natales, Romulique mortem ſpectantibus ; incertis nimirum plane, & non tam fide hiſtorica, quam arte Aſtrologica, vana illa & ridicula, innixis. En vero reliquas !

Eclipſ. Lun.
Anno Per. Jul. 3993. *Nabonaſſ.* 27 *ante Chr.* 721. *Thoth.* 29 *Mart.* 19. *Feria* 2ª

Eclipſium certarum prima Lunaris fuit, & ab Aſtronomis Babylonicis obſervata: His autem verbis a Ptolemæo conſignatur, Ὧν τοίνυν εἰλήφαμεν παλαιῶν τινῶν ἐκλείψεων ἐκ τῶν ἐν Βαβυλῶνι τετηρημένων ἡ μὲν πρώτη ἀναγέγραπται, γεγονυῖα τῷ πρώτῳ ἔτει Μαρδοκεμπάδου, κατ᾽ Αἰγυπτίους Θὼθ κθ. εἰς τὴν λ. ἤρξατο δέ, φησιν, ἐκλείπειν μετὰ τὴν ἀνατολὴν μιᾶς ὥρας ἱκανῶς παρελθούσης, καὶ ἐξέλιπεν ὅλη. ἐ-

Almageſt. *L.* IV. *c.* 6.

ἐπειδὴ

ἐπειδὴ ἦν ὁ ἥλιος περὶ τὰ ἔσχατα τῶν ἰχθύων τότε, καὶ ἡ νὺξ ὡρῶν ἰσημερινῶν ιβ ἔγγιστα· ἡ μὲν ἀρχὴ τῆς ἐκλείψεως ἐγένετο δηλονότι πρὸ δ ς″ ὡρῶν ἰσημερινῶν τοῦ μεσονυκτίου· ὁ δὲ μέσος χρόνος, ἐπειδήπερ τελεία ἦν ἡ ἔκλειψις, πρὸ β ς″ ὡρῶν. Ἐν Ἀλεξανδρείᾳ ἄρα, ἐπειδήπερ πρὸς τὸν δι᾽ αὐτῆς μεσημβρινὸν τὰς ὡριαίας ἐποχὰς συνιστάμεθα· προηγεῖται δὲ ὁ δι᾽ αὐτῆς μεσημβρινὸς τοῦ διὰ Βαβυλῶνος ἡμίσει καὶ τρίτῳ ἔγγιστα μιᾶς ὥρας ἰσημερινῆς. ὁ μέσος χρόνος γέγονε τῆς προκειμένης ἐκλείψεως πρὸ τριῶν καὶ τρίτου ὡρῶν ἰσημερινῶν τοῦ μεσονυκτίου· καθ᾽ ἣν ὥραν ὁ ἥλιος κατὰ τοὺς ἐκτεθειμένους ἡμῖν ἐπιλογισμοὺς ἐπεῖχεν ἀκριβῶς τῶν ἰχθύων μοίρας κδ ς″ ἔγγιστα. Hoc eſt, Georgio Trapezuntio Interprete, *Prima igitur trium antiquiſſimarum Eclipſium apud Babylonios obſervatarum primo Anno Mardocempadi* 29ª *Thot menſis Ægyptiaci die, quam trigeſima ſequebatur, facta conſcribitur: & incepit, inquit, deficere poſt ortum ejus una hora bene tranſacta, defecitque tota. Quoniam ergo Sol circa finem Piſcium erat, & nox æqualium horarum, proxime* 12. *Patet quia Eclipſis quidem initium ante mediam Noctem* $4^h [\frac{1}{2}] = 30'$ *æqualibus horis fuit. Tempus autem medium, quando Eclipſis perfecta fuit* $2^h [\frac{1}{2}] = 30'$ *Horis. Ergo Alexandriæ, ad Meridianum, cujus horarum motus conſideramus, cujuſque Meridianus* $[\frac{1}{2} \& \frac{1}{3}] = 50'$ *unius æqualis horæ ſexageſimas Babylonis Meridianum præcedit, medium illius Eclipſis tempus fuit ante mediam noctem, horis æqualibus* 3 20′. *in qua hora ſecundum expoſitos nobis calculos verus motus Solis erat in Piſcium gradibus* 24 30 *proxime.*

Eclipſ. Lun.
Ann. Per. Jul. 3994. *Nabonaſſ.* 28. *ant. Chr.* 720. *Thoth.* 18. *Mart.* 8. *Fer.* 6ª

Almageſt. *L.* IV. 6.

Eclipſium ſecunda, eaque Lunaris quoque, eodem in loco ſequitur, hiſce Verbis: Ἡ δὲ δευτέρα τῶν ἐκλείψεων ἀναγέγραπται γεγονυῖα τῷ δευτέρῳ ἔτει τοῦ αὐτοῦ Μαρδοκεμπάδου, κατ᾽ Αἰγυπτίους Θὼθ ιη. εἰς τὴν ιθ· ἐξέλιπε δέ, φησιν, ἀπὸ νότου δακτύλους τρεῖς, αὐτοῦ τοῦ μεσονυκτίου. ἐπεὶ ἦν ὁ μέσος χρόνος ἐν Βαβυλῶνι φαίνεται γεγονὼς κατ᾽ αὐτὸ τὸ μεσονύκτιον, ἐν

Ἀλεξανδρείᾳ ὀφείλει γεγονέναι πρὸς ϛ″ καὶ γ″ μέρους μιᾶς ὥρας τοῦ μεσονυκτίου· καθ᾽ ἣν ὥραν ὁ ἥλιος ἐπεῖχεν ἀκριβῶς τῶν ἰχθύων μοίρας ιγ ϛ″ δ″. Hoc eſt, Interprete eodem Trapezuntio, uti in ſequentibus; *Secunda Eclipſium ſecundo Anno ejuſdem Mardocempadi fuiſſe conſcribitur, in Thot.* 18, *conſequente* 19. *defecitque ab Auſtro digitis, inquit,* 3. *ipſa media Nocte. Quoniam igitur tempus medium in ipſa media nocte apud Babylonios fuiſſe, conſcribitur, debet in Alexandria fuiſſe ante mediam Noctem* $[\frac{1}{2}+\frac{1}{3}]=50'$ *unius horæ ſexageſimis: in qua hora verus motus Solis erat in Piſcium gradibus* 13 $[\frac{1}{2}+\frac{1}{4}]=45'$.

Eclipſ. Lun.
An. Per. Jul. 3994.
Nabonaſſ. 28 *ant. Chr.*
710. *Phamenoth.* 15.
Sept. 1. *Fer.* 1.

Almageſt. *L.* IV. *c.* 6.

Sequitur Eclipſium tertia, & quoque Lunaris, iiſdem Authore & Interprete; Ἡ δὲ τρίτη τῶν ἐκλείψεων ἀναγέγραπται γεγονυῖα τῷ αὐτῷ δευτέρῳ ἔτει τοῦ Μαρδοκεμπάδου, κατ᾽ Αἰγυπτίους Φαμενὼθ ιε, εἰς τὴν ιϛ. ἤρξατο δέ, φησιν, ἐκλείπειν μετὰ τὴν ἀνατολήν, καὶ ἐξέλιπεν ἀπ᾽ ἄρκτων πλεῖον τοῦ ϛ″. ἐπεὶ δὴ οὖν ὁ ἥλιος περὶ τὴν ἀρχὴν τῆς παρθένου, τὸ μὲν τῆς νυκτὸς μέγεθος ἐν Βαβυλῶνι ια ἔγγιστα ὡρῶν ἐτύγχανεν ἰσημερινῶν. τὸ δὲ ϛ″ τῆς νυκτὸς ε ϛ″ ὡρῶν. καὶ ἡ μὲν ἀρχὴ ἄρα τῆς ἐκλείψεως γέγονε πρὸ πέντε μάλιστα ὡρῶν ἰσημερινῶν τοῦ μεσονυκτίου· διὰ τὸ μετὰ τὴν ἀνατολὴν ἦρχθαι. ὁ δὲ μέσος χρόνος πρὸ γ ϛ″ ὡρῶν, ἐπείπερ ὁ πᾶς χρόνος τοῦ τηλικούτου μεγέθους τῆς ἐπισκοτήσεως τριῶν ἔγγιστα ὡρῶν ὀφείλει γεγονέναι. ἐν Ἀλεξανδρείᾳ πάλιν ἄρα ὁ μέσος χρόνος τῆς ἐκλείψεως ἀπετελέσθη πρὸ δ καὶ γ″ ὡρῶν ἰσημερινῶν τοῦ μεσονυκτίου καθ᾽ ἣν ὥραν ὁ ἥλιος ἐπεῖχεν ἀκριβῶς τῆς παρθένου μοίρας γ δ″ ἔγγιστα. Hoc eſt, *Tertiam Eclipſium fuiſſe ſcribitur eodem ſecundo anno Mardocempadi,* 15° *die Phamenoth,* 16° *veniente. Incepitque deficere, inquit, poſt ortum, & defecit a Septentrione plus quam medietas. Quoniam igitur Sol in principio Virginis, magnitudo quidem noctis apud Babylonios* 11 *horarum fuit, cujus medietas eſt horarum* $5\,[\frac{1}{2}]=30'$. *Quare ante mediam noctem* 5 *maxime horis æqualibus Eclipſis initium fuit. Cœpit enim,*

inquit,

nquit, deficere poſt ortum: medium vero tempus 3 [$\frac{1}{2}$] = 30' *oris mediam noctem anteceſſit. Totum enim tempus tantæ bſcurationis trium proxime horarum fuiſſe debet. Quare Alexandriæ rurſus medium Eclipſis tempus fuit ante me- iam Noctem, horis æqualibus* 4 20'. *In qua hora verus otus So is erat in gradibus Virginis* 3 15' *proxime.*

Eclipſ. Lun. *A. Per. Jul.* 4093 *Nab.* 127. *ant. Chriſt* 621. *Athyr.* 27. *Apr* 22. *Fer.* 7.

Almageſt. *L.* IV. *c.* 14.

Sequitur Eclipſis Lunæ quarta, hiſce verbis: Τῷ γὰρ ε' ἔτει Ναβοπολλασάρου, ὅ ἐστιν ρκζ' ἔτος ἀπὸ Ναβονασσάρου, κατ' Αἰγυπτίους Ἀθὺρ κζ', εἰς τὴν κη, ὥρας ια ληγούσης, ἐν Βαβυλῶνι ἤρξατο ἡ σελήνη ἐκλείπειν, καὶ ἐξέλιπε τὸ πλεῖστον ἀπὸ Νότου δ'' τῆς διαμέτρου. ἐπεὶ οὖν ἡ μὲν ἀρχὴ τῆς ἐκλείψεως γέγονε μετὰ ε ὥρας τοῦ μεσονυκτίου καιρικὰς, ὁ δὲ μέσος χρόνος μετὰ ϛ ἔγγιστα, αἵ εἰσιν ἐν Βαβυλῶνι, τότε ἰσημεριναὶ ε ϛ'' γ'' διὰ τὸ τὸν ἥλιον ἀκριβῶς ἐπέχειν κριοῦ μοίρας κζ γ'' δηλονότι γέγονεν ὁ μέσος χρόνος τῆς ἐκλείψεως, ὅτε τὸ πλεῖστον εἰς τὴν σκιὰν ἐμπεπτώκει τῆς διαμέτρου, ἐν μὲν Βαβυλῶνι μετὰ ε ϛ'' γ'' ὥρας ἰσημερινὰς τοῦ μεσονυκτίου, ἐν δὲ Ἀλεξανδρείᾳ πάλιν μετὰ ε μόνας. *Qui ſic ſonant Latine, Quinto igitur Anno Nabopollaſari, qui eſt* 127[us] *a Nabonaſaro, Athyr (ſecundum Ægyptios) die* 27[a], 28[va] *ſequente, juxta horæ undecimæ finem, cœpit Luna in Babylone deficere; & defecit quarta maxime pars diametri, ab auſtro. Quoniam igitur Eclipſis initium poſt mediam noctem quinque horis temporalibus fuit, medium vero tempus ſex horis proxime, quæ ſunt tunc in Babylone* 5 [$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$] = 50' *æquales: Sol enim erat in* 27 20' *gradibus Arietis: patet quia medium Eclipſis tempus fuit quando plurimum diametri Lunæ in umbram incidit: In Babylone quidem poſt mediam noctem horis* 5 [$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$] = 50' *æqualibus: in Alexandria vero* 5 *ſolummodo.*

Eclipſis Solis, *Incerti Temporis. Verum circa A. Per. J. 4120.*

Eclipſium proxima eſt decantatiſſima illa, a Thalete, uti ferunt, primitus prædicta, de cujus tempore minime inter ſe conſentiunt Chronologi. En veterum eandem memorantium verba ipſiſſima: & primum Herodoti, Hiſtoriarum Patris;

L. 1. §. 74. p. 30.

Μετὰ δὲ τῶν πόλεμος τοῖσι Λυδοῖσι καὶ Μηδοῖσι ἐγεγόνεε, ἐπ' ἔτεα πέντε ἐν τοῖσι πολλάκις μὲν οἱ Μῆδοι τοὺς Λυδοὺς ἐνίκησαν πολλάκις δὲ οἱ Λυδοὶ τοὺς Μήδους. ἐν δὲ καὶ νυκτομαχίην τινὰ ἐποιήσαντο· διαφέρουσι δέ σφι ἐπὶ ἴσης τὸν πόλεμον τῷ ἕκτῳ ἔτει συμβολῆς γενομένης συνήνεικε ὥστε τῆς μάχης συνεστεώσης τὴν ἡμέρην ἐξαπίνης νύκτα γενέσθαι· τὴν δὲ μεταλλαγὴν ταύτην τῆς ἡμέρης Θαλῆς ὁ Μιλήσιος τοῖσι Ἴωσι προηγόρευσε ἔσεσθαι, οὖρον προθέμενος ἐνιαυτὸν τοῦτον ἐν τῷ δὴ καὶ ἐγένετο ἡ μεταβολή. Οἱ δὲ Λυδοί τε καὶ οἱ Μῆδοι, ἐπείτε εἶδον νύκτα ἀντὶ ἡμέρης γενομένην, τῆς μάχης τε ἐπαύσαντο, καὶ μᾶλλόν τι ἔσπευσαν καὶ ἀμφότεροι εἰρήνην ἑωϋτοῖσι γενέσθαι. Hoc eſt, ex Interpretatione in Editione Galeana adſtante, *Poſtea Bellum inter Lydos Medoſque quinquennale conflatum eſt. Quo in Bello ſæpe Medi, ſæpe Lydi victores extiterunt; & nocturnum quoddam prœlium geſſerunt. Sexto autem anno, ſignis collatis, quum æquo Marte certarent, ſtante pugna, contigit ut repente dies nox efficeretur. Quam immutationem hujus diei futuram Thales Mileſius Ionibus prædixerat; hunc ipſum annum præfiniens, quo immutatio facta eſt. Lydi ac Medi, ubi diem nocteſcere viderunt, a pugnando deſtiterunt: eoque propenſius ad pacem inter ſe conſtituendam feſtinaverunt.* Eandem Eclipſin ex Eudemo, in Hiſtoriis aſtrologicis, Clemens Alexandrinus Stromatum Libro primo ſic deſcribit:

P. 221. Edit. Heinſ. Lugd. Bat.

Θαλῆν δὲ Εὔδημος ἐν ταῖς ἀστρολογικαῖς ἱστορίαις τὴν γενομένην ἔκλειψιν τοῦ ἡλίου προειπεῖν φησὶ, καθ' οὓς χρόνους συνῆψαν μάχην πρὸς ἀλλήλους Μῆδοί τε καὶ Λυδοὶ, βασιλεύοντος Κυαξάρους μὲν τοῦ Ἀστυάγους πατρὸς, Μήδων, Ἀλυάττου δὲ τοῦ Κροίσου Λυδῶν. συνᾴδει δὲ αὐτῷ καὶ Ἡρόδοτος ἐν τῇ πρώτῃ

αἰπ

εἰσὶ δὲ οἱ χρόνοι ἀμφὶ τὴν πεντηκοστὴν ὀλυμπιάδα. Quæ Latine, in Editione Heinſiana, ſic ſonant: *Thaletem autem Eudemus, in Hiſtoriis Aſtrologicis, dicit, prædixiſſe defectum Solis, qui fuit eo tempore quo inter ſe manus conſeruere Medi & Lydi; regnante quidem Cyaxare Patre Aſtyagis in Media, Aliatte autem Crœſi in Lydia. Ei autem congruit Herodotus quoque, in primo. Sunt autem ea tempora circa quinquageſimam Olympiadem.* Eandem Eclipſin ſic deſcribit Plinius, Hiſtoriæ ſuæ Naturalis, *Lib.* II. *c.* 12. *Apud Græcos autem inveſtigavit primus omnium Thales Mileſius, Olympiadis* 48 *anno quarto, prædicto Solis defectu, qui Alyatte Rege factus eſt: Urbis conditæ anno* 170. [*vel* 180.]

Proxima Eclipſis fuit Lunaris; quam hiſce verbis explicat Ptolemæus: Πάλιν δὲ τῷ ζ ἔτει Καμβύσου, ὅ ἐστι σκε ἔτος ἀπὸ Ναβονασσάρου, κατ' Αἰγυπτίους Φαμενὼθ ιζ, εἰς τὴν ιη, πρὸ μιᾶς ὥρας τοῦ μεσονυκτίου ἐν Βαβυλῶνι ἐξέλιπεν ἡ σελήνη ἀπ' ἄρκτων τὸ ἥμισυ τῆς διαμέτρου. γέγονεν ἄρα καὶ αὐτὴ ἡ ἔκλειψις ἐν Ἀλεξανδρείᾳ πρὸ α ς'' γ'' ὥρας ἰσημερινῆς ἔγγιστα τοῦ μεσονυκτίου. Latine ſic, *Rurſus in ſeptimo Anno Cambyſis, qui eſt a Nabonaſaro* 225. *Phamenoth ſecundum Ægyptios die* 17. *ſequente* 18. *ante mediam noctem hora una, defecit in Babylone media Pars diametri Lunæ, a Septentrione. Fuit ergo in Alexandria hæc Eclipſis ante mediam noctem horis æqualibus* 1 [$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$] = 50′ *proxime.*

Eclipſ. Lun.
A. P. J. 4191. *Nab.* 225. *Ant. Chr.* 523. *Phamenoth.* 17. *Jul.* 16. *Fer.* 4ª

Almageſt. *L.* v. *c.* 14.

Poſt hanc Eclipſin ſequitur alia itidem Lunaris; quam hiſce verbis idem Ptolemæus nobis exponit: Δευτέραν δὲ, ἣν καὶ Ἵππαρχος συνεχρήσατο, γενομένην τῷ κ ἔτει Δαρείου τοῦ μετὰ Καμβύσην, κατ' Αἰγυπτίους Ἐπιφὶ κη, εἰς τὴν κθ, τῆς νυκτὸς προελθούσης, ἰσημερινῆς ὥρας ς γ''. καθ' ἣν ὁμοίως ἐξέλιπεν ἡ σελήνη, ἀπὸ νότου, τὸ δ'' τῆς διαμέ-

Eclipſ. Lun.
A. P. J. 4212. *Nab.* 246. *Ant. Chr.* 502. *Epiphi* 28. *Novem.* 19. *Fer.* 2.

Almageſt. *L* IV. *c.* 9.

διαμέτρου, καὶ ἦν ὁ μέσος χρόνος ἐν μὲν Βαβυλῶνι πρὸ δύο ἕκτων μιᾶς ὥρας ἰσημερινῆς τοῦ μεσονυκτίου· ἐπεὶ τὸ ἡμινύκτιον ἦν τότε ὡρῶν ἰσημερινῶν ϛ̄ ϛ″ δ″ ἔγγιστα. ἐν Ἀλεξανδρείᾳ δὲ πρὸ ᾱ δ″ ὥρας ἰσημερινῆς τοῦ μεσονυκτίου. Sic autem Latine. *Secunda eſt, qua Hipparchus uſus fuit, facta* 20 *ejus Darii anno, qui Cambyſem ſucceſſit, Epiphi ſecundum Ægyptios die 28, ſequente 29, in horis æqualibus poſt occaſum Solis 6* [$\frac{1}{3}$] = 20′. *In qua ſimiliter Luna, quarta diametri parte, ab Auſtro defecit; eratque medium tempus in Babylone ante mediam noctem* [$\frac{2}{5}$] = 24′ *unius æqualis horæ ſexageſimis. Fuit enim tunc media nox in horis 6* [$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$] = 45′. *proxime. In Alexandria vero ante mediam noctem* 1 [$\frac{1}{4}$] = 15′ *æqualibus.*

Nov. 14. 1709.

VII.

Eclipſ. Lun.
A.P.J. 4223. *Nab.* 257. *Ant.Chriſt.* 491. *Tybi* 3. *Apr.* 25. *Fer.* 4.

Almageſt. *L.* IV. *c.* 9.

PRoxima Eclipſis fuit etiam Lunaris: quam ipſis Ptolemæi verbis, ut ſolemus, dabimus: Ἐλάβομεν δὴ πρώτην μὲν ἔκλειψιν τὴν ἐπὶ Δαρείου τοῦ πρώτου τετηρημένην ἐν Βαβυλῶνι, τῷ πρώτῳ καὶ λω αὐτοῦ ἔτει κατ' Αἰγυπτίους Τυβὶ γ̄, εἰς τὴν δ̄ ὥρας ϛ μέσης, καθ' ἣν διασαφεῖται ὅτι ἐξέλιπεν ἡ σελήνη ἀπὸ νότου δακτύλους β̄. Latine sic, *Primam igitur Eclipſin cepimus, quæ primo & trigeſimo primi Darii anno in Babylone fuit obſervata, Tybi (ſecundum Ægyptios) tertio, ſequente quarto, ante mediam noctem, hora media:* [rectius, ſecundum Ricciolum, *in medio horæ ſextæ:*] *diciturque Luna defeciſſe ab Auſtro, duobus digitis.*

Proxima

Eclipſ. Solar.
Incerta circa A. P. J. 4234.

Proxima Eclipſis fuit Solaris, & admodum incerta: Imo vero an revera Eclipſis fuit proprie dicta, ſcilicet ab interpoſitu Lunæ inter Solem & Terram oriunda; an vero inſolitæ quædam tantum ab interpoſitu Cometæ, vel aliunde ortæ tenebræ, uti ſtatuunt doctiſſimi viri, nondum conſtat. Hiſtoriarum Pater Herodotus rem hiſce verbis narrat: Ξέρξης ἐκ τῶν Σαρδίων ὁρμᾶτο. ἐλῶν εἰς Ἄβυδον· ὁρμημένῳ δέ οἱ ὁ ἥλιος ἐκλιπὼν, τὴν ἐκ τοῦ οὐρανοῦ ἕδρην ἀφανὴς ἦν· οὔτ' ἐπὶ νεφέων ἐόντων αἰθρίης τὰ μάλιστα. ἀντὶ ἡμέρης τε νὺξ ἐγένετο. ἰδόντι δὲ καὶ μαθόντι τοῦτο τῷ Ξέρξῃ ἐπιμελὲς ἐγένετο, καὶ εἴρετο τοὺς μάγους τὸ θέλει προφαίνειν τὸ φάσμα. οἱ δὲ ἔφρασαν, ὡς Ἕλλησι προδεικνύει ὁ Θεὸς ἔκλειψιν τῶν πολίων· λέγοντες, ἥλιον εἶναι Ἑλλήνων προδέκτορα. σελήνην δὲ σφέων. πυθόμενος δὲ ταῦτα ὁ Ξέρξης περιχαρὴς ἐὼν ἐποιέετο τὴν ἐξέλασιν. Latine ſic: *Xerxes Sardibus, Abydum verſus, profectus eſt. Cui moventi Sol ſuam in cœlo ſedem relinquens, apparere deſiit: quum nullæ nubes, verum ſereniſſimus aer eſſet: & pro die nox extitit. Id animadvertenti, cum cura inceſſiſſet percontandi Magos, quid oſtentum id vellet portendere? Illi reſponderunt, Deum ſignificare Græcis Civitatum defectum; quod dicerent Solem Græcorum, Lunam ipſorum eſſe præſidem.* Ea re audita, *Xerxes majorem in modum lætatus ire pergebat.*

L. VII. §. 37. *p.* 398.

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 4234. *Ante Chriſt.* 480. *Olymp.* LXXV. 1. *Octob.* 2. *Fer.* 3.

Proxima Eclipſis fuit etiam Solaris, ab eodem Herodoto hiſce verbis memorata: Κλεόμβροτος γὰρ ὁ Παυσανίεω μὲν πατὴρ, Ἀναξανδρίδεω δὲ παῖς, οὐκέτι περιῆν· ἀλλὰ ἀπαγαγὼν ἐκ τοῦ Ἰσθμοῦ, τὴν στρατιὴν τὴν τὸ τεῖχος δείμασαν, μετὰ ταῦτα οὐ πολλὸν χρόνον τινὰ βιοὺς ἀπέθανε. ἀπῆγε δὲ τὴν στρατιὴν ὁ Κλεόμβροτος ἐκ τοῦ Ἰσθμοῦ διὰ τόδε· θυομένῳ οἱ ἐπὶ τῷ Πέρσῃ, ὁ ἥλιος ἀμαυρώθη ἐν

L. IX. §. 10. *p.* 516.

[illegible]
» ſecis, ut [illegible]
» [illegible]
» pera [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» C[illegible]
» [illegible]
» ſignum [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» ſub hac [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]
» [illegible]

δ' οὐκ ἔφη, Τί οὖν (εἶπεν) ἐκεῖνο τούτου διαφέρει πλὴν ὅτι μεῖζόν τι τῆς χλαμύδος ἐστὶ τὸ πεποιηκὸς τὴν ἐπισκότησιν; Ταῦτα μὲν οὖν ἐν ταῖς σχολαῖς λέγεται τῶν φιλοσόφων. Quæ ſic ſonant Latine; *Ecce autem, quum jam omnes conſcendiſſent, & Pericles ſe in ſuam Triremem contuliſſet, forte defecit Sol: quumque obducta nox cœlo eſſet, terror, ut prodigio oblato magno, inceſſit omnes, Gubernatorem vero Pericles trepidum & ſtupentem cernens, chlamydem objecit oculis ejus, intectumque interrogavit, nunquid horrendi id eſſet, aut portenderet gravius? abnuenteeo: Quid autem, infit, inter hoc & illud intereſt, niſi quatenus illud quod caliginem invexit chlamyde eſt grandius? Cæterum hæc in Philoſophorum Scholis referuntur.*

Eclipſis proxima fuit etiam Solaris, anno belli Peloponneſiaci octavo, a Thucidide *Lib.* IV. *p.* 143. §. ϛ' ſic breviter deſcripta: Τοῦ δ' ἐπιγιγνομένου θέρους, εὐθὺς τοῦ ἡλίου ἐκλιπές τι ἐγένετο περὶ νουμηνίαν. Latine ſic; *Æſtatis autem inſequentis initio, ſtatim, circa novilunium, Sol ex parte defecit:*

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 4290. *ante Chriſt.* 424. *Mart.* 21. *Fer.* 4ª *Olym.* LXXXVIII.4.

Eclipſis proxima Lunaris fuit, anno ejuſdem belli Peloponneſiaci 19° Non a Thucidide ſolum, ſed & a Polybio, Plinio, Diodoro Siculo, & Plutarcho in hiſtorias relata. Singulos, ſuo quemque ordine, audiamus: Imprimis vero Thucididem. Καὶ μελλόντων αὐτῶν, ἐπειδὴ ἕτοιμα ἦν, ἀποπλεῖν, ἡ σελήνη ἐκλείπει· ἐτύγχανε γὰρ πανσέληνος οὖσα· καὶ οἱ Ἀθηναῖοι οἵ τε πλείους ἐπισχεῖν ἐκέλευον τοὺς στρατηγούς. ἐνθύμιον ποιούμενοι· καὶ ὁ Νικίας (ἦν γάρ τι καὶ ἄγαν θειασμῷ τε καὶ τῷ τοιούτῳ προσκείμενος,) οὐδ' ἂν διαβουλεύσασθαι ἔτι ἔφη πρὶν ὡς οἱ μάντεις ἐξηγοῦντο τρὶς ἐννέα ἡμέρας μεῖναι, ὅπως ἂν πρότερον κινηθείη· καὶ τοῖς μὲν Ἀθηναίοις μελλήσασι διὰ τοῦτο ἡ μονή, ἐγεγένητο. Latine ſic, *Cum autem res omnes jam eſſent paratæ, cumque*

Eclipſ. Lun.
A. P. J. 4301. *Ante Chriſt.* 413. *Aug.* 27. *Fer.* 2ª

L. VII. *p.* 144. *v.*

jam eſſent diſceſſuri, Luna defecit. Erat autem Plenilunium. Athenienſium vero cum aliis plerique, rem eam pro ominoſa habentes, duces ad ſubſiſtendum hortabantur: tum vero Nicias, (erat enim alioqui rebus divinis, ac religioni, & hujuſmodi prodigiorum obſervationi nimium deditus) dixit ſe ne permiſſurum quidem amplius ut de caſtris movendis in conſilio deliberaretur, prius quam ter novem dies ibi manſiſſent, quos vates præcepiſſent. Hâc igitur de cauſa Athenienſes, mora interpoſita, illic permanſerunt.

Lib. IX. §. 18. *p.* 775. Audiamus jam Polybium: Καὶ μὴν Νικίας, ὁ τῶν Ἀθηναίων στρατηγὸς, δυνάμενος σώζειν τὸ περὶ τὰς Συρακούσας στράτευμα, καὶ λαβὼν τῆς νυκτὸς τὸν ἁρμόζοντα καιρὸν εἰς τὸ λαθεῖν τοὺς πολεμίους, ἀποχωρήσας εἰς ἀσφαλὲς, κἄπειτα τῆς σελήνης ἐκλιπούσης, δεισιδαιμονήσας, ὥς τι δεινὸν προσημαινούσης, ἐπέσχε τὴν ἀναζυγὴν, καὶ παρὰ τοῦτο συνέβη κατὰ τὴν ἐπιοῦσαν νύκτα ποιησαμένου τὴν ἀναζυγὴν, προαισθομένων τῶν πολεμίων καὶ τὸ στρατόπεδον καὶ τοὺς ἡγεμόνας ὑποχειρίους γενέσθαι τοῖς Συρακουσίοις. Latine autem ſic. *Jam & Nicias, Athenienſium Dux, quum ſervare exercitum, qui ad Syracuſas erat, poſſet, ſumpſit ad id noctis partem fallendo hoſti maxime opportunam; ubi jam in locum tutum ſe recepiſſet, mox, quia Luna defecerat, religione tactus, quaſi mali aliquid ea res portenderet, profectione ſuperſedit: ex quo factum, ut quum inſecuta nocte diſceſſum moliretur, explorato ab hoſtibus conſilio, & caſtra & duces in Syracuſiorum poteſtatem venirent.* Verba Plinii ſequuntur: *Quo pavore ignarus cauſæ Nicias, Athenienſium Imperator, veritus Claſſem portu educere, opes eorum afflixit.* Dio-

Lib. XIII. *p.* 337. dorus Siculus Eclipſin hanc, ut hiſtoriam reliquam huc pertinentem omittam, hiſce verbis deſignat: Μελλόντων δ' αὐτῶν τῇ ὑστεραίᾳ πλεῖν, ἐξέλιπεν ἡ σελήνη τῆς ἐπιούσης νυκτός. *Cum poſtridie ſoluturi*

In Nicia, *p.* 538. *erant, interveniente nocte, Luna defecit.*

fecit. Plutarchum [illegible]

Ὡς δ' ἦν ἕτοιμα ταῦτα [illegible]

[illegible], ὅτι [illegible]

[illegible], μέγα [illegible]

δεισιδαιμονίας [illegible]

mone Romano [illegible]. [illegible]

nullus hoſtium aſſer[illegible]

id, nocte Luna defecit, [illegible]

qui ex imperitia, vel [illegible]

Eandem Eclipſin alibi [illegible] Plu-

tarchus hiſce verbis: Ἡ δὲ [illegible]

Νικίᾳ τῷ Ἀθηναίων στρατηγῷ [illegible]

σὺν ὅπως ἀπαλλαγῆναι τῆς δεισιδαιμονίας [illegible]

[illegible], ἢ [illegible] τὴν [illegible]

[illegible] ὑπὸ τῶν πολεμίων [illegible]

[illegible] ἀνθρώπων [illegible]

γενέσθαι, καὶ δυσκλεῶς ἀποθανεῖν. [illegible] γῆς ἀντίφραξιν [illegible]

[illegible] φοβερὸν, οὐδὲ δεινὸν ἐν καιρῷ [illegible]

[illegible] ἀπαντῶσαν. ἀλλὰ δεινόν τι τῆς δεισιδαιμονίας [illegible]

ἐμπεσόντος ἀνθρώποις συγχέαι καὶ πηρῶσαι λογισμὸν ἐν πράγ-

μασι μάλιστα λογισμοῦ δεομένοις. *A*[illegible]

quoque, Athenienſium Ducem, [illegible]

aut Ariſtodemi exemplo ſuperſtitione liberari, [illegible]

umbra Lunæ delinquentis otioſum ſedere, dum ab [illegible]

bus circumcluderetur; ac deinde 40 millibus ſuorum par-

tim cæſis, partim captis in poteſtatem hoſtium veniret,

turpique morte periret. Nihil enim mali eſt quod inter-

jectu Terræ Luna a Sole aliquando non illuſtratur, [illegible] *in*

Terræ umbram certis circuitionibus incidit. Id miſerum

eſt, quod ſuperſtitionis caligini incidens homo ita confun-

ditur, rationiſque uſus ejus excæcatur, cum eam res ma-

ximæ flagitant.

Eclipſis proxima fuit Lunaris, a Xenophonte in Hellenicis paucis ſic verbis indicata; Τῷ δ' ἐπιόντι ἔτει, ᾧ ἥ τε σελήνη ἐξέλιπεν ἑσπέρας, καὶ ὁ παλαιὸς τῆς Ἀθηνᾶς νεὼς

Eclipſ. Lun. *A. P. J.* [illegible]. *Ante Chriſt.* [illegible]. *Apr.* [illegible] *Fer.* [illegible]

*P.*345. [illegible]

ἐν Ἀθήναις ἐνεπρήσθη, Πιτύα μὲν ἐφορεύοντος, ἄρχοντος δὲ Καλλίου Ἀθήνησιν. *Anno ſequente, quo Luna veſpere defecit, & priſcum Minervæ Fanum Athenis deflagravit, Pitya magiſtratum Ephori gerente, Archontis autem apud Athenienſes Callia.*

Eclipſ. Sol.
A.P.J. 4310. *Ante Chriſt.* 404. *Sept.* 3. *Fer.* 6ª

Lib. XI. p. 360.

Eclipſis proxima fuit Solaris, & ab eodem Xenophonte ſic breviter memorata: Κατὰ δὲ τοῦτον τὸν καιρὸν, περὶ ἡλίου ἔκλειψιν, Λυκόφρων ὁ Φεραῖος βουλόμενος ἄρξαι ὅλης τῆς Θετταλίας τοὺς ἐναντιουμένους αὐτῷ τῶν Θετταλῶν Λαρισαίους τε καὶ ἄλλους ἐνίκησε μάχῃ, καὶ πολλοὺς ἀπέκτεινεν. *Eodem tempore, circa defectum Solis, Lycophron Pheræus, quum Theſſaliæ totius adfectaret Imperium, adverſantes conatui ſuo Theſſalos quoſdam, in quibus & Lariſſæi & alii nonnulli erant, multis interfectis, prælio vicit.*

Eclipſ. Sol.
A.P.J. 4320. *Ante Chriſt.* 394. *Aug.* 14. *Fer.* 5ª

Lib. IV. *p.* 404.

Eclipſis proxima etiam Solaris fuit; & ab eodem Hiſtorico poſteris hiſce verbis tranſmiſſa: Ὄντος δὲ Ἀγησιλάου ἐπὶ τῇ ἐμβολῇ, ὁ ἥλιος μηνοειδὴς ἔδοξε φανῆναι· καὶ ἠγγέλθη ὅτι ἡττημένοι εἶεν Λακεδαιμόνιοι τῇ ναυμαχίᾳ, καὶ ὁ ναύαρχος Πείσανδρος τεθναίη. *In eos cum irrumperet Ageſilaus, & Sol, inſtar Lunæ, falcatus conſpici viſus eſt, & allatus eſt nuncius quo ſignificaretur victos eſſe, navali prælio, Lacedæmonios, Claſſiſque Præfectam Piſandrum occubuiſſe.*

Pag. 605.

Eandem Eclipſin eodem modo deſignat Plutarchus in Ageſilao: Ἅμα μὲν τὸν ἥλιον ἐκλείποντα, καὶ γενόμενον μηνοειδῆ, κατεῖδεν· ἅμα δὲ ἤκουσε τεθνάναι Πείσανδρον ἡττημένον ναυμαχίᾳ περὶ Κνίδον ὑπὸ Φαρναβάζου, καὶ Κόνωνος. *Simul Solem deficere, lunatamque formam conſpexit reddere; & Piſandri fatum accepit, a Pharnabazo & Conone apud Gnidum navali prælio victi.*

Eclipſis

Eclipſ. Lun.
A. P. J. 4331. *Ante Chriſt.* 383. *Thoth.* 26. *Nab.* 366. *Dec.* 23. *Fer.* 3ª

Almageſt. *L.* IV. *c.* 11.

Eclipſis proxima fuit Lunaris, ab ipſo Ptolemæo his verbis deſignata: Δείξομεν δὲ τούτων ἑκάτερον ἀπὸ τῶν πρώτων τριῶν ἐκλείψεων ἀρξάμενοι. ταύτας μὲν δὲ τὰς τρεῖς ἐκλείψεις παρατετηρῆσθαι, φησὶν, ἀπὸ τῶν ἐκ Βαβυλῶνος διακομισθεισῶν, ὡς ἐκεῖ τετηρημένας. γεγονέναι δὲ τὴν πρώτην ἄρχοντος Ἀθήνησι Φανοστράτου, μηνὸς Ποσειδεῶνος, καὶ ἐκλελοιπέναι τὴν σελήνην βραχὺ μέρος τοῦ κύκλου, ἀπὸ θερινῆς ἀνατολῆς, τῆς νυκτὸς, λοιποῦ ὄντος ἡμιωρίου, καὶ ἔτι φησὶν ἐκλείπουσα ἔδυ. γίνεται τοίνυν καὶ ὁ χρόνος κατὰ τὸ τξς ἔτος ἀπὸ Ναβονασσάρου, κατ᾽ Αἰγυπτίους δὲ, ὡς αὐτός φησι, Θὼθ κς, εἰς τὴν κζ. μετὰ ε ς'' ὥρας καιρικὰς τοῦ μεσονυκτίου. Ἐπειδήπερ λοιπὸν ἦν τῆς νυκτὸς ἡμιώριον, ἀλλὰ τοῦ ἡλίου ὄντος περὶ τὰ ἔσχατα τοῦ τοξότου, ἐν Βαβυλῶνι, ἡ τῆς νυκτὸς ὥρα χρόνων ἐστὶν ιη. ἡ γὰρ νὺξ ἐστιν ἰσημερινῶν ὡρῶν ιδ καὶ β ε'' — ε'', αἱ ε ς'' ἄρα ὡρῶν καιρικαὶ συνάγουσιν ἰσημερινὰς ὥρας ς καὶ γ ε'' — ε''. ἡ ἀρχὴ ἄρα τῆς ἐκλείψεως γέγονε μετὰ ιη ὥρας ἰσημερινὰς, καὶ γ πέμπτα τῆς ἐν τῇ κς μεσημβρίας· ἐπεὶ δὲ βραχὺ μέρος ἐσκιάσθη, ὁ μὲν πᾶς χρόνος τῆς ἐκλείψεως ὀφείλει γεγονέναι α ς'' ὥρας ἔγγιστα· ὁ δὲ μέσος δηλονότι μετὰ ιθ γ'' ὥρας ἰσημερινῆς, ἐν Ἀλεξανδρείᾳ πάλιν ἄρα γέγονεν ὁ μέσος χρόνος τῆς ἐκλείψεως μετὰ ιη ς'' ὥρας ἰσημερινὰς τῆς ἐν τῇ κς μεσημβρίας. *Quorum utrumque a primis tribus Eclipſibus initium capientes demonſtrabimus. Tres igitur Eclipſes a Babylone delatas, ibique obſervatas, ait; primamque fuiſſe in Phanoſtrati magiſtratu apud Athenienſes, menſe Poſideone; defeciſſeque Lunæ parvam circuli partem, ab ortu æſtivo noctis, & occidit (inquit) adhuc deficiens. Hic annus 366 a Nabonaſaro, fit ſecundum Ægyptios, ut ipſe ait, Thot 26. ſequente 27. poſt mediam noctem, horis 5 30'. media enim pars horæ ad diem reſtabat. Verum cum Sol circa finem Sagittarii ſit, Nocturnæ horæ unius tempora in Babylonia 18 Junt. Nox enim horarum 14 = 24' æqualium eſt: Temporales igitur horæ 5 30' colligunt æquales horas 6 36'. Principium igitur Eclypſis fuit poſt horas æquales 18 36'. poſt meridiem,*

diem; diei 26. Sed quum parva pars obſcurata fuit, totum Eclipſis tempus fuiſſe debet boris 1 30′ *proxime. Medium vero Eclipſis, poſt meridiem, boris æqualibus* 19. 20′ *Quare in Alexandria rurſus medium hujus Eclipſis tempus fuit poſt meridiem diei 26 boris* 18 30′.

Dec. 5. 1709.

VIII.

Eclipſ. Lun.

A. P. J. 4332. *Nab.* 366. *Ant Chr.* 382. *Phamenoth.* 24. *Jun.* 18. *Fer.* 5ª

Almageſt. *L.* IV. *c.* 11.

ECliplis proxima ab eodem Ptolemæo eodem in loco deſignata, fuit etiam Lunaris. Eam hiſce verbis declarat: Πάλιν τὴν ἑξῆς ἔκλειψιν φησὶ γεγονέναι ἄρχοντος Ἀθήνησι Φανοστράτου, Σκιροφοριῶνος μηνὸς, κατ' Αἰγυπτίους δὲ Φαμενὼθ κδ, εἰς τὴν κε. ἐξέλιπε δέ φησιν, ἀπὸ θερινῆς ἀνατολῆς, τῆς πρώτης ὥρας παρεληλυθυίας. γίνεται δὴ καὶ αὐτὸς ὁ χρόνος κατὰ τὸ τξς ἔτος ἀπὸ Ναβονασσάρου, Φαμενὼθ κδ, εἰς τὴν κε, πρὸ ε ς΄΄ ὡρῶν μάλιστα καιρικῶν τοῦ μεσονυκτίου. ἀλλὰ τοῦ ἡλίου ὄντος περὶ τὰ ἔσχατα τῶν Διδύμων, ἡ τῆς νυκτὸς ὥρα ἐν Βαβυλῶνι χρόνων ἐστὶ ιγ. αἱ ἄρα ε ς΄΄ καιρικαὶ ὧραι ποιοῦσιν ἰσημερινὰς δ καὶ γ΄΄ ἔγγιστα. ἡ ἀρχὴ ἄρα τῆς ἐκλείψεως γέγονε μετὰ ζ ὥρας ἰσημερινὰς, καὶ γ΄΄ ἔτι τῆς ἐν τῇ κδ μεσημβρίας. ἀλλ' ἐπεὶ ὁ πᾶς χρόνος τῆς ἐκλείψεως ὡρῶν γ ἀναγράφεται, ὁ μέσος δηλονότι γέγονε μετὰ ια [forte θ] καὶ ι΄΄ ὥρας ἰσημερινάς. Ἐν Ἀλεξανδρείᾳ ἄρα ὤφειλε γεγονέναι μετὰ η δ΄΄ ἔγγιστα ὥρας ἰσημερινὰς τῆς ἐν τῇ κδ μεσημβρίας. *Sequentem deinceps Eclipſim, ait, in magiſtratu Phanoſtrati apud Athenienſes, Schirophorionis menſis fuiſſe, Phamenoth ſecundum Ægyptios, die* 24, *ſequente* 25. *defecitque, (ut ait) ab ortu æſtivo, prima hora tranſacta. Hoc tempus colligitur eſſe a Nabonaſſaro annorum* 366. *Phamenoth die* 24. *ſequente* 25. *ante mediam noctem, boris temporalibus* 5 30′ *proxime. Quoniam igitur Sol juxta finem*

nem Geminorum fuit, una noctis hora in Babylone temporum 12 *eſt. Quare* 5 30′ *horætemporales faciunt æquales* 4 24′. *Principium igitur Eclipſis fuit horis* 7 36′. *æqualibus; poſt meridiem diei* 24. *Sed quoniam totum Eclipſis tempus trium ſcribitur horarum fuiſſe, medium videlicet fuit poſt, horis æqualibus* [11] 9 10′ [6′]. *Debuit ergo Alexandriæ poſt meridiem diei* 24 *horis æqualibus* 8 15′ *proxime facta fuiſſe.*

Eclipſis proxima, ab eodem Aſtronomo ibidem deſcripta, fuit itidem Lunaris; ut ſequitur: Τὴν δὲ τρίτην φησὶ γεγονέναι ἄρχοντος Ἀθήνησιν Εὐάνδρου, μηνὸς Ποσειδεῶνος τοῦ προτέρου, κατ' Αἰγυπτίους Θὼθ ιϛ εἰς τὴν ιζ. ἐξέλιπε δέ φησιν ὅλη, ἀρξαμένη ἀπὸ θερινῶν ἀνατολῶν, δ ὡρῶν παρεληλυθότων. γίνεται δὲ καὶ οὗτος ὁ χρόνος κατὰ τὸ τξζ ἔτος ἀπὸ τοῦ Ναβονασάρου. Θὼθ ιϛ, εἰς τὴν ιζ. πρὸ β ς″ μάλιστα ὡρῶν τοῦ μεσονυκτίου· ἀλλὰ τοῦ ἡλίου ὄντος περὶ τὰ δύο μέρη τοῦ τοξότου, ἐν Βαβυλῶνι ἡ τῆς νυκτὸς ὥρα χρόνων ἐστὶν ιη ἔγγιστα. αἱ ἄρα β ς′ ὧραι καιρικαὶ ποιοῦσιν ἰσημερινὰς ὥρας γ. ὥστε ἡ ἀρχὴ τῆς ἐκλείψεως γέγονε μετὰ θ ὥρας ἰσημερινὰς τῆς ἐν τῇ ιϛ μεσημβρίας. ἀλλὰ ἐπεὶ ὅλη ἐξέλιπεν, ὁ μὲν πᾶς χρόνος ἔγγιστα γέγονεν ὡρῶν δ ἰσημερινῶν. ὁ δὲ μέσος χρόνος δηλονότι μετὰ ια ὥρας τῆς μεσημβρίας. Ἐν Ἀλεξανδρείᾳ ἄρα ὁ μέσος χρόνος τῆς ἐκλείψεως ὀφείλει γεγονέναι μετὰ ι ς″ ὥρας ἰσημερινάς, τῆς ἐν τῇ ιϛ μεσημβρίας. *Tertiam, ait, fuiſſe magiſtratu Evandri apud Athenienſes, menſe primo Poſideone, Thot ſecundum Ægytios die* 16, *ſequente* 17. *& defecit (ut ait) tota; incipiens ab ortu æſtivo: quatuor horis tranſactis. quod Tempus etiam a Nabonaſaro colligitur annorum* 367. *Thot die* 16, *ſequente* 17. *ante mediam noctem horis* 2. 30′. (*Sed cum Sol duas Sagittarii peregerit partes.*) *Hora noctis in Babylone temporum eſt* 18 *proxime, quare* 2 30′ *horæ temporales tres æquales horas faciunt: & ſic principium Eclipſis fuit poſt meridiem diei* 16 *hor.* 9 *æqualibus. Et quoniam tota defecit, totum quidem tempus quatuor horarum æqualium fuit; & medium tempus, videlicet poſt meridiem, horis* 11.

Eclipſ. Lun.
A.P.J. 4332. *Nab.* 367. *Ant.Chr.* 382. *Thot.* 16. *Decem.* 12. *Fer.* 7

Almageſt. *L.* IV. *c.* 11.

quare

quare medium tempus in Alexandria debet fuiſſe poſt eundem meridiem horis æqualibus 10 10′.

Eclipſis Solis, *Incerti temporis circa A. P. J.* 4350. *Ante Chriſt.* 364.

L. XV. *p.* 49[illegible].

Eclipſis proxima, a Diodoro Siculo & Plutarcho literis prædita, Solaris fuit: En Diodori verba: Τοῦ δὲ Πελοπίδου ταχέως μετὰ τῆς δυνάμεως ἐξιόντος, συνέβη τὸν ἥλιον ἐκλιπεῖν. πολλῶν δὲ τὸ γεγονὸς ὑποπτευομένων, τῶν μάντεών τινες ἀπεφήναντο, διὰ τὴν γενομένην ἔξοδον τῶν στρατιωτῶν ἐκλιπεῖν τὸν τῆς πόλεως ἥλιον· καὶ διὰ τούτων τῶν λόγων προλεγομένων τὸν τοῦ Πελοπίδου θάνατον. οὐδὲν ἧττον ὁ Πελοπίδας ἀνέζευξεν ἐπὶ τὴν στρατείαν, ὑπὸ τοῦ χρεὼν ἀγόμενος. *Cum Pelopidas ſine mora copias educeret, forte accidit ut Solis Lumen obſcuraretur. Quod prodigium multos reddebat ſollicitos: Erantque inter hariolos nonnulli qui per hunc agminis egreſſum urbis Solem defecturum interpretarentur: Et hac divinatione nihil aliud quam Pelopidæ interitum portendebant. His tamen nihil motus Pelopidas, fati ipſius ductu ad militiam hanc perrexit.* Rem vero hoc modo narrat Plutarchus

pag. 295.

in Pelopida: Ψηφισαμένων δὲ τῶν Θηβαίων προθύμως, καὶ ταχὺ πάντων ἑτοίμων γενομένων, καὶ στρατηγοῦ περὶ ἔξοδον ὄντος, ὁ μὲν ἥλιος ἐξέλιπεν, καὶ σκότος ἐν ἡμέρᾳ τὴν πόλιν ἔσχεν. ὁ δὲ Πελοπίδας ὁρῶν πρὸς τὸ φάσμα συντεταραγμένους ἅπαντας, οὐκ ᾤετο δεῖν βιάζεσθαι, καταφόβους καὶ δυσέλπιδας ὄντας, οὐδὲ ἀποκινδυνεύειν ἑπτακισχιλίοις πολίταις· ἀλλ' ἑαυτὸν μόνον τοῖς Θετταλοῖς ἐπιδοὺς, καὶ τριακοσίους τῶν ἱππέων ἐθελοντὰς ἀναλαβὼν καὶ ξένους, ἐξώρμησεν· οὔτε τῶν μάντεων ἐώντων, οὔτε τῶν ἄλλων συμπροθυμουμένων πολιτῶν. μέγα γὰρ ἐδόκει, καὶ πρὸς ἄνδρα λαμπρὸν ἐξ οὐρανοῦ γεγονέναι σημεῖον. *Ea quum Thebani habentes ſciviſſent, omniaque protinus parata, ac dux jam eſſet profecturus, Sol defecit; & caligo occupavit interdiu urbem. Hoc oſtento cernens Pelopidas trepidantem civitatem, non putavit, pavidos & langueſcentes extrudendos, neque periculo objicienda ſeptem millia civium: ſed ſolum ſe dedit Theſſalis, trahenſque ſecum trecentos equites voluntarios & externos,*

1 *profectus*

profectus eſt; obnunciantibus vatibus, & reliquis civibus invitis: magnum enim exiſtimabant de cœlo & inclyto viro factum portentum.

Eclipſis proxima fuit Lunaris; & Alexandri magni Victoriam ad Arbela ſeu Gaugamela præcedens, & Alexandriam conditam ſecuta, unde maxime nobilitata fuit. Ejus meminerunt Hiſtorici non pauci; Plinius, Plutarchus, Arrianus, Ptolemæus, & Quintus Curtius. Singulos ſigillatim Eclipſin hanc narrantes audiamus; & primum Plinium. *Nobili*, inquit, *apud Arbela magni Alexandri victoria Luna defeciſſe, noctis ſecunda hora, prodita eſt; eademque in Sicilia exoriens.* Poſt Plinium, Plutarchum audiamus: Ἡ μὲν οὖν σελήνη τοῦ Βοηδρομιῶνος ἐξέλιπεν, περὶ τὴν τῶν μυστηρίων τῶν Ἀθήνησιν ἀρχήν· ἑνδεκάτῃ δ' ἀπὸ τῆς ἐκλείψεως νυκτὶ τῶν στρατοπέδων ἐν ὄψει γεγονότων, Δαρεῖος μὲν ἐν ὅπλοις συνεῖχε τὴν δύναμιν ὑπὸ λαμπάδων ἐπιπορευόμενος τὰς τάξεις. *Porro, Luna menſe Boedromione defecit; ſub initium myſteriorum, ut ea Athenis agunt. Undecimo a defectione die, quum exercitus utrinque in conſpectu eſſent, continuit Darius copias ſuas in armis, ad faces ordines ſuos luſtrans.* Notandum autem eundem Plutarchum alibi pugnam hanc πέμπτῃ φθίνοντος Βοηδρομιῶνος aſſignare; unde circa Plenilunium ſive medium menſis hujus hanc eclipſin accidiſſe eſt in aperto. En verba Arriani: Καὶ τῆς σελήνης τὸ πολὺ ἐκλειπὲς ἐγένετο, καὶ Ἀλέξανδρος ἔθυε τῇ τε σελήνῃ καὶ τῷ ἡλίῳ καὶ τῇ γῇ, ὅτων τὸ ἔργον τοῦτο λόγος εἶναι κατέχει· καὶ ἐδόκει Ἀριστάνδρῳ πρὸς Μακεδόνων καὶ Ἀλεξάνδρου εἶναι τῆς σελήνης τὸ πάθημα, καὶ ἐκείνου τοῦ μηνὸς ἔσεσθαι ἡ μάχη, καὶ ἐκ τῶν ἱερῶν νίκην σημαίνεσθαι Ἀλεξάνδρῳ. *Per id tempus ingens Lunæ defectio fuit. Alexander*

Eclipſ. Lun. *A.P.J.* 4383. *Ant. Chriſt.* 331. *Olymp.* CXII. 2. *Septem.* 20. *Fer.* 2.

Hiſt. Nat. *Lib.* II. *c.* 70.

In Alexand. *p.* 683.

In Camillo, *p.* 138.

Lib. III. *p.* 170. Edit. *Amſtelod.* 1668.

dit Lunæ, Soli, ac Terræ, a quibus Eclipſes fieri dicuntur, ſacrificium fecit. Ariſtandro viſum eſt felicem ac fauſtum ſucceſſum Alexandro & Macedonibus per defectum portendi; prœliumque eo ipſo menſe committendum eſſe, & ſacrificia ipſa victoriam Alexandro promittere.

Lib. 1. *cap.* 4.

Accipite jam Ptolemæi, in Geographia ſua, verba, *Literis mandatum eſt, Eclipſim eam, quæ hora quinta in Arbelis accidit, Carthagini apparuiſſe ſecunda.* Tandem verba Q. Curtii habetote: *Biduo ibi ſtativa Alexander habuit. In proximum deinde diem iter pronunciari juſſit. Sed, prima fere vigilia, Luna deficiens, primum nitorem ſyderis ſui condidit; deinde ſanguinis colore ſuffuſa lumen omne fœdavit; ſollicitiſque ſub ipſum tanti diſcriminis caſum ingens religio, & ex ea formido quædam militibus incuſſa eſt.* Hæc certiora ſufficiant. Sin vero incerta & Aſtrologica velitis; Dabunt Cicero, & Auctor incertus de Ortu Occaſuque Sydérum, ſive Pſeudo Ptolemæus. Quorum prior in Libro primo de Divinatione, ita vaticinium quoddam narrat: Si Luna paulo ante Solis ortum defeciſſet, in ſigno Leonis, fore ut armis Darius & Perſæ ab Alexandro & Macedonibus prælio vincerentur, Dariuſque moreretur. Poſterior autem, ad 4 Id. Auguſti, notat, Quod Lunaris defectus in hanc diem incurrere ſolet; nempe quia nobilem hanc Eclipſin eo die fuiſſe celebratam vanus ſomniaſſet.

Eclipſis Solis, *A. P. J.* 4404. *Ant. Chr.* 310. *Olym.* CXVII. 3. *Aug.* 15. *Fer.* 6ª

L. XX. *p.* 735.

Proxima Eclipſis Solaris fuit; & plane, quod perrarum, totalis; Agathocle Siciliæ Tyranno in Africam navigante: non a Diodoro Siculo tantum, ſed & a Juſtino quoque memorata. Verba Diodori ſunt hæc: Ὁ δ' Ἀγαθοκλῆς ἀνεπ-ιάλωτος ἤδη γινόμενος, ἐπιλαβούσης τῆς νυκτὸς, ἀνελπίστου σωτηρείας ἔτυχε· τῇ δ' ὑστεραίᾳ τηλικαύτην ἔκλειψιν ἡλίου συνέβη γενέσθαι, ὥστε ὁλοσχερῶς φανῆναι νύκτα θεωρουμένων τῶν ἀστέρων πανταχῆ. διόπερ οἱ περὶ τὸν Ἀγαθοκλέα νομίσαντες καὶ τὸ θεῖον αὐτοῖς προσημαίνειν τὸ δυσχερὲς, ἔτι μᾶλλον ὑπὲρ τοῦ μέλ-

μέλλοντος ἐν ἀγωνίᾳ καθεστήκεισαν. *Agathocles, etiam cum jam ab hoſte opprimeretur, nocte ſuperveniente, quod minime ſperaſſet, evadit. Poſtridie tantum fit Solis deliquium, ut, ſtellis ubique apparentibus, omnino noctis inſtar eſſet. Quamobrem a Numine difficultatem ſibi portendi Agathoclis Milites rati, in majore ſuper futuris anxietate erant,* Rem hoc modo enarrat Juſtinus: *His quidem adhortationibus animi militum erigebantur: Sed terrebat eos portenti religio, quod navigantibus eis Sol defecerat. Cujus rei rationem non minore cura Rex quam belli reddebat: affirmans, ſi prius quam proficiſcerentur factum eſſet, crediturum adverſus profecturos prodigium eſſe: nunc quia egreſſis acciderit, illis ad quos eatur poſtendere. Porro defectus naturalium Syderum ſemper preſentem rerum ſtatum mutare, certumque eſſe florentibus Carthaginienſium opibus, adverſiſque rebus ſuis commutationem ſignificari.*

L. XXII. §. 6. p. 167.

Eclipſin Lunæ (num vero proximam necne in ambiguo eſt;) cum morte Carneadis Philoſophi coincidentem, ſic indicat Diogenes Laertius: Τελευτῶντος δ' αὐτοῦ, φασὶν ἔκλειψιν γενέσθαι σελήνης· συμπάθειαν, ὡς ἂν εἴποι τις, αἰνιττομένου τοῦ μεθ' ἥλιον καλλίστου τῶν ἄστρων. φησὶ δ' Ἀπολλόδωρος, ἐν Χρονικοῖς, ἀπελθεῖν αὐτὸν ἐξ ἀνθρώπων ἔτει τετάρτῳ τῆς δευτέρας καὶ ἑξηκοστῆς καὶ ἑκατοστῆς Ὀλυμπιάδος· βιώσαντα ἔτη πέντε πρὸς τοῖς ὀγδοήκοντα. *Defuncto autem illo, defectionem Lune factam aiunt; ut compati ſibi videri poſſit pulcherrimum, poſt Solem, ſidus. Refert Apollodorus, in Chronicis, humanis eum exceſſiſſe rebus Olympiadis centeſime ſexageſime ſecunde anno quarto; cum vixiſſet annos octoginta quinque.*

Eclipſ. Lun.
Circa Olymp. CLXII. 4. *vel* CXXX. 4.
Ad calcem Carneadis.

Dec. 12. 1709.

IX. Narrat

IX.

Eclipſ. Lun.
A. P. J. 4496. *Ant. Chriſt.* 216. *Sept.* 1. *Fer.* 5ª
L. v. *p.* 586, 587.

Vel *A. P. J.* 4495. *Ant. Chr.* 215. *Mart.* 20. *Fer.* 7ª
L. v. §. 78. *p.* 586, 587. *Edit. Amſt.* 167[illegible].

NArrat Polybius, Eclipſin Lunæ apud Myſios, & apud Megiſtum amnem viſam fuiſſe, circa hæc tempora, hiſce verbis: Οὗ γενομένης ἐκλείψεως σελήνης πάλαι δυσχερῶς φέροντες οἱ Γαλάται, τὰς ἐν ταῖς πορείαις κακοπαθίας, — Τότε σημειωσάμενοι τὸ γεγονὸς, οὐκ ἂν ἔφασαν ἔτι προελθεῖν εἰς τὸ πρόσθεν. *Eo loci, cum Luna defeciſſet, Galli moleſtias itineris ægre jampridem ferentes, ——— tunc loco oſtenti, quod acciderat de Luna, ducentes, ulterius ſe progreſſuros negarunt.*

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 4497. *Ante Chriſt.* 217. *Feb.* 11. *Fer.* 7ª

Narrat Livius Ann. U. C. 53[illegible]. *Lib.* XXII. §. 1. *p.* 474. *Edit. Cantab.* 1679. *Cn. Servilio Conſule, prodigia ex pluribus ſimul locis auxiſſe metum. Et inter hæc prodigia Solis Orbem in Sardinia minui viſum; pugnantemque Arpis cum Luna Solem recenſet.* Hujuſmodi quoque prodigia Julium obſequentem annotaſſe refert Ricciolus, qui ad hæc Silium Italicum, *denſas immenſaſque tenebras in Calabria & ſubductam diei lucem* memorantem applicat. Sed cum hæc poſtrema incerta ſint, ea miſſa hic loci faciemus. Neque enim Eclipſes circa hæc tempora tantæ fuerunt, ut vel denſas immenſaſque tenebras, vel ſubductam Diei Lucem rite inde quiſquam debeat concludere. Solis tamen Orbem minui viſum in Sardinia, & forte pugnantem Arpis cum Luna Solem apud Livium, Eclipſi Solari huic rectiſſime applicari agnoſcimus.

Narrat

Ecliſ. Sol.
A. P. J. 4511. *Ante Chriſt.* 203. *Maii* 6. *Fer.* 4ª
L. xxx. §. 2. *p.* 811.

Narrat etiam Livius, *circa conſulatum Servilii Cæpionis, & Servilii Gemini, inter alia prodigia in Latio Fruſinone, Arcum Solem tenui linea amplexum eſſe; majorem deinde Solis Orbem circulum ipſum extrinſecus incluſiſſe.* Eclipſin Solis, ut cenſent plerique, hæc indigitant; ſed cum alii Authores deſint, rem in medio relinquendam exiſtimamus.

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 4512. *Ante Chriſt.* 202. *Octob.* 19. *Fer.* 3ª

Narrat inſuper idem Livius *Lib.* XXX. §. 38. *p.* 840. *Anno ſequente, Cumis, Solis Orbem minui viſum.* Quod ad Eclipſin Solarem, exiguam tamen, trahunt Chronologi. Hanc autem æque ac priorem in medio relinquendam judicamus.

Eclipſ. Lun.
A. P. J. 4513. *Nab.* 547. *Ant. Chr.* 201. *Meſori* 16. *Sept.* 22. *Fer.* 6ª
Almageſt. *L.* IV. *c.* 11.

Eclipſis proxima certa eſt, eaque Lunaris: quam hoc modo tradit Ptolemæus: Μεταβησόμεθα δὴ καὶ ἐπὶ τὰς ὕστερον ἐκτεθειμένας Ἱππάρχῳ τρεῖς ἐκλείψεις, ἃς φησὶν ἐν Ἀλεξανδρείᾳ τετηρῆσθαι. τούτων δὲ τὴν πρώτην φησὶ γεγονέναι τῷ νδ̅ ἔτει τῆς δευτέρας κατὰ Κάλλιππον περιόδου, κατ' Αἰγυπτίους Μεσορῆ ι̅ϛ̅. καθ' ἣν ἤρξατο μὲν ἐκλείπειν ἡ σελήνη πρὸ ἡμιωρίου τῆς ἀνατολῆς· ἔσχατον δὲ ἀνεπληρώθη τρίτης ὥρας μέσης· ὁ μέσος ἄρα χρόνος γέγονεν ὥρας μὲν δευτέρας ἀρχομένης, πρὸ ε̅ δὲ ὡρῶν καιρικῶν τοῦ μεσονυκτίου. πρὸ τοσούτων δὲ καὶ ἰσημερινῶν, ἐπειδήπερ ὁ ἥλιος περὶ τὰ τελευταῖα ἦν τῆς παρθένου· ὥστε κατὰ ζ̅ ὥρας ἰσημερινὰς τῆς ἐν τῇ ι̅ϛ̅ μεσημβρίας ἐν Ἀλεξανδρείᾳ γέγονεν ὁ μέσος χρόνος τῆς ἐκλείψεως. *Sed tranſeamus nunc ad tres eclipſes poſtremo ibi poſitas ab Hipparcho Alexandria obſervatas, ut ait: quarum primam aſſerit fuiſſe anno 54 ſecunda (ſecundum Calippum) periodi, Meſore ſecundum Ægyptios die 16, & incepit Luna deficere ante ortum ſuum, per mediam horam; repletaque rurſus fuerat in tertia hora medio. Quare medium tempus fuit hora ſecunda incipiente, ante mediam noctem horis tam temporalibus quam æqualibus*

5. *So*

5. Sol autem circa Virginis finem fuit. Quare poſt meridiem diei 16. horis æqualibus ſeptem, medium eclipſis tempus Alexandriæ fuit.

Eclipſ. Lun.

A. P. J. 4514. *Nab.* 548. *AnteChriſt.* 200. *Mechir* 9. *Martii* 20. *Fer.* 3ª.

Almageſt. *L.* IV. *c.* 11.

Eclipſis proxima etiam Lunaris fuit; ab eodem Ptolemæo expoſita, hoc modo: Τὴν δὲ ἑξῆς ἔκλειψιν φησὶ γεγονέναι τῷ ν̄ε ἔτει τῆς αὐτῆς περιόδου κατ' Αἰγυπτίους μεχὶρ θ̄. ἤρξατο δὲ τῆς νυκτὸς ἀρξαμένης ὥρας ε̄, καὶ τριτημορίου· καὶ ἐξέλιπεν ὅλη· γέγονεν ἄρα ἡ μὲν ἀρχὴ τῆς ἐκλείψεως μετὰ ια καὶ γ'' ὥρας ἰσημερινὰς τῆς ἐν τῇ θ̄ μεσημβρίας, ἐπειδήπερ πάλιν ὁ ἥλιος περὶ τὰ ἔσχατα ἦν τῶν ἰχθύων, ὁ δὲ μέσος χρόνος μετὰ ιγ καὶ γ'' ὥρας ἰσημερινάς, διὰ τὸ τὴν σελήνην ὅλην ἐκλελοιπέναι. *Sequentem autem deinceps Eclipſim 55 anno ejuſdem periodi factam aſſerit: Mechir ſecundum Ægyptios die 9. & incepit 5 20' noctis hora tranſacta; defecitque tota. Fuit ergo Eclipſis principium poſt meridem diei 9 horis 11. 20'. Sol enim juxta finem piſcium erat. Medium vero tempus fuit poſt meridiem horis 13 20'. Tota enim Luna defecit.*

Eclipſ. Lun.

A. P. J. 4514. *Nabon.* 548. *anteChriſt.* 200. *Meſori* 5. *Septemb.* 12. *Fer.* 4ª

Almageſt. *L.* IV. *c.* 11.

Proxima Eclipſis itidem Lunaris fuit; eam quoque ipſis ejuſdem Ptolemæi verbis ſiſtimus: Τὴν δὲ τρίτην φησὶν ἔκλειψιν γεγονέναι τῷ αὐτῷ ν̄ε ἔτει τῆς δευτέρας περιόδου κατ' Αἰγυπτίους μεσορὶ ε̄· ἤρξατο δὲ τῆς νυκτὸς παρελθουσῶν ὡρῶν ζ̄ μ'' καὶ ἐξέλιπεν ὅλη· καὶ τὸν μέσον δὲ τῆς ἐκλείψεως χρόνον φησὶ γεγενῆσθαι περὶ ὥρας μάλιστα η̄, καὶ τετμημένον· τουτέστι μετὰ δύο γ'' ὥρας καιρικὰς τοῦ μεσονυκτίου. ἀλλὰ τοῦ ἡλίου ὄντος περὶ τὰ μέσα τοῦ παρθένου, ἐν Ἀλεξανδρείᾳ ἡ τῆς νυκτὸς ὥρα χρόνων ἐστὶ ιδ καὶ ε̄ ἔγγιστα αἱ β̄ γ'' ἄρα ὧραι καιρικαὶ ποιοῦσιν ἰσημερινὰς ἔγγιστα δύο τέταρτον. ἄρα γέγονεν ὁ μέσος χρόνος μετὰ ιδ δ'' ὥρας ἰσημερινὰς τῆς ἐν τῇ ε̄ μεσημβρίας. *Tertiam Eclipſim fuiſſe ait eodem 55 anno ſecunda Periodi, Meſore ſecundum Ægyptios die 5: & incepit,*

pit, tranſacta noctis hora 6 40'. defecitque tota. *dium autem tempus aſſerit fuiſſe in horis 8 20' pro-* *e; hoc eſt poſt mediam noctem horis temporalibus* *o'. Sed cum Sol juxta medietatem virginis fuerit,* *is in Alexandria hora 14 24' temporum eſt. Ho-* *gitur 2 20' temporales faciunt horas æquales 2 15'* *ime. Quare medium tempus fuit poſt meridiem diei* *tæ horis æqualibus* 14 15'.

roxima Eclipſis Solaris fuit, ue maxima; Narrante Li- & Diem ipſum anni anti- Romani, præter morem, e verbis ſignante: *Per eos* *quibus eſt profectus ad bellum* *ul; Ludis Apollinaribus, ad quintum Idus Quinti-* *cœlo ſereno interdiu obſcurata Lux eſt: quum Luna* *orbem Solis ſubeſſet.*

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 4524. *Ante Chriſt.* 190. *Mart.* 14. *Fer.* 2ª
L. XXXVII. §. 4. *p.* 1055.

clipſis proxima Solaris iti- fuit; ab eodem Livio ſic iter indicata: *Quod Luce,* *horam tertiam ferme & quar-* *tenebræ obortæ fuerant.*

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 4526. *A. Ch.* 188. *Jul.* 17. *Fer.* 4ª
Lib. XXXVIII. §. 36. *p.* 1124.

clipſis proxima Lunaris fuit, pſo Ptolemæo ſic explicata: ινω ζ ἔτει Φιλομήτορος, ὅ ἐστι φοδ' Ναβονασάρου, κατ' Αἰγυπτίους Φα- κζ. εἰς τὴν κη. ἀπὸ ὥρας η ἀρχομένης ἕως ι λήγουσης, ἐν Ἀλεξαν- ἐξέλειπεν ἡ σελήνη, τὸ πλεῖστον ἀπ' ἄρκτων δακτύλους ζ. ὁ μὲν οὖν μέσος χρόνος γέγονε μετὰ β ς'' ὥρας καιρικὰς τοῦ νυκτίου, αἳ ἦσαν ἰσημεριναὶ β γ'' διὰ τὸ τὸν ἥλιον ἀκριβῶς ἐν ταύρου μοίραις ς δ'' κ. τ. λ. *In ſeptimo igitur anno* *metoris, qui eſt* 574 *a Nabonaſaro, Phamenoth,* *dum Ægyptios, die* 27. *ſequente* 28. *ab incipiente* *â horâ, ad decimam uſque deſinentem, Alexandriæ* *defecit plurimum, a Septentrione digitis* 7. *Quo-* *igitur medium tempus fuit poſt mediam noctem* *horis*

Eclipſ. Lun.
A. P. J. 4540. *Nab.* 574. *Ante Chr.* 202. *Phamenot.* 27. *Maii* 1. *Fer.* 7ª
Almageſt. *L.* VI. *c.* 5.

horis temporalibus 2 30'. *quæ fuerunt æquales* 2 20'. *Sol enim exacte* 6 15' *Tauri obtinebat, &c.*

Eclipſ. Lun.
A. P. J. 4546. *Ante Chriſt.* 168. *Jun.* 21. *Fer.* 3ª
Nat. Hiſt. *L.* II. *c.* 12.

Eclipſis proxima Lunaris fuit: & quod earum prima erat, quam e Romanis quiſquam prædixerat, longe notiſſima. Ejus meminerunt Polybius, Plinius, Plutarchus, Livius, & Juſtinus. Audiamus ſingulos, ſuo quemque ordine. Sic rem narrat Polybius. Ὅτι τῆς σελήνης ἐκλειπούσης ἐπὶ Περσέως τοῦ Μακεδόνος, ἐκράτησεν ἡ φήμη παρὰ τοῖς πολλοῖς, ὅτι βασιλέως ἔκλειψιν σημαίνει. Καὶ τοῦτο τοὺς μὲν Ῥωμαίους εὐθαρσεστέρους ἐποίησε· τοὺς δὲ Μακεδόνας ἐλαττῶσαι ταῖς ψυχαῖς. *Luna ſub Perſeo Macedonum Rege deficiente, invaluit fama apud multos eo portento Regis defectum ſignificari. Hoc autem Romanos audaciores, Macedones vero animis minores reddidit.* Plinii verba ſunt hæc: *Et Rationem quidem defectus utriuſque Primus Romani generis in vulgus extulit Sulpicius Gallus, qui Conſul cum Marco Marcello fuit, ſed tum Tribunus Militum, ſolicitudine exercitu liberato, pridie quam Perſeus Rex ſuperatus a Paulo eſt, in concionem ab imperatore productus, ad prædicendam Eclipſin, mox & compoſito volumine.* Verba Plutarchi ſunt hæc: Ἐπεὶ δὲ νὺξ γεγόνει, καὶ μετὰ δεῖπνον ἐτράποντο πρὸς ὕπνον, καὶ ἀνάπαυσιν, αἰφνίδιον ἡ σελήνη πλήρης οὖσα καὶ μετέωρος ἐμελαίνετο· καὶ τοῦ φωτὸς ἀπολιπόντος αὐτὴν χρόας ἀμείψασα παντοδαπὰς ἠφανίσθη. τῶν δὲ Ῥωμαίων, ὥσπερ ἐστὶ νενομισμένον, χαλκοῦ τε πατάγοις ἀνακαλουμένων τὸ φῶς αὐτῆς, καὶ πυρὰ πολλὰ δαλοῖς καὶ δασὶν ἀνεχόντων πρὸς τὸν οὐρανόν. οὐδὲν ὅμοιον ἔπραττον οἱ Μακεδόνες· ἀλλὰ φρίκη καὶ θάμβος τὸ στρατόπεδον κατεῖχε· καὶ λόγος ἡσυχῇ διὰ πολλῶν ἐχώρει βασιλέως τὸ φάσμα σημαίνειν ἔκλειψιν. ὁ δὲ Αἰμίλιος οὐκ ὢν μὲν ἀνήκοος, οὐδ᾽ ἄπειρος παντάπασι τῶν ἐκλειπτικῶν ἀνωμαλιῶν, αἳ τὴν σελήνην περιφερομένην εἰς τὸ σκίασμα τῆς γῆς ἐμβάλλουσι, τεταγ-

Fragment. *p.* 1526.

In Paulo Æmil. *p.* 264.

ταγμέναις περιόδοις, καὶ ἀποκρύπτουσιν ἄχρι οὗ παρελθοῦσα τὴν ἐπὶ σκότει χώραν πάλιν ἐπιλάμψῃ πρὸς τὸν ἥλιον. οὐ μὴν ἀλλὰ τῷ θείῳ πολὺ νέμων, καὶ φιλοθύτης ὢν καὶ μαντικὸς, ὡς εἶδε πρῶτον τὴν σελήνην ἀποκαθαιρομένην, ἕνδεκα μόσχους αὐτῇ κατέθυσεν· κ. τ. λ. *Quum jam nocte a cœna corpora ſomno & quieti dare vellent, ecce Luna pleno orbe, & ſublimis, obſcurata eſt; fugienteque lumine in varios vertit colores, dum condita eſt. Hic quum Romani de more æris crepitu lumen ejus revocarent, frequenteſque flammas tædis facibuſque ad cœlum porrigerent, longe diverſa egerunt Macedones: quorum caſtra horror ſtuporque tenuit, rumorque ſenſim eſt per caſtra vulgatus, portendere hoc regni occaſum. Paulus vero, qui tyro non erat, neque rudis inæqualitatum eclipticarum, quæ ſtatis circulis umbra terræ condant & inopacent Lunæ orbem, dum offuſcantem prætervecta regionem iterum a Sole illuſtretur, oppido religioſus tamen, deditusque Diis placandis, & auguriorum peritus, ut primum reniteſcere conſpexit Lunam, immolavit ei undecim juvencas, &c.* Audiamus jam Livium; qui ita rem totam exequitur: *Caſtris permunitis C. Sulpicius Gallus, Tribunus Militum ſecundæ legionis, qui Prætor ſuperiore anno fuerat, Conſulis permiſſu, ad concionem militibus vocatis, pronunciavit, 'Nocte proximâ, 'ne quis id pro portento acciperet, ab hora ſecunda uſ'que ad quartam horam noctis, Lunam defecturam eſſe. 'Id quia naturali ordine ſtatis temporibus fiat, & ſciri 'ante & prædici poſſe. Itaque quemadmodum quia cer'ti Solis Lunæque & ortus & occaſus ſint, nunc pleno 'orbe, nunc ſeneſcente cornu fulgere Lunam non mira'rentur; ita ne obſcurari, quum condatur umbra terræ, 'trahere in prodigium debere'. Nocte, quam pridie Nonas Septembres inſecuta eſt dies, edita hora, Luna cum defeciſſet, Romanis militibus Galli ſapientia prope divina videri: Macedonas, 'ut triſte prodigium occa'ſum regni perniciemque gentis portendens', movit. Nec*

L. XLIV. § 37. *p.* 1340.

I i *aliter*

aliter vates. Clamor ululatuſque in caſtris Macedonum fuit, donec Luna in ſuam lucem emerſit. Sic rem breviter narrat Juſtinus: *Pridie quam prælium confereretur, Luna nocte defecit. Triſte id oſtentum Perſeo, omnibus præſagientibus, finemque Macedonici Regni portendi vaticinantibus.* Hanc etiam Eclipſin tangunt Valerius Maximus, & Julius Frontinus. Hiſce autem teſtibus haud indigemus.

L. xxx. §. 1. *p.* 216. Edit. Oxon 1705. *Val. Max.* L. VIII. *c.* 11. *Front. Stratagem.* *L.* I. *c.* 12.

Maij 15. 1710.

X.

Eclipſ. Lun. *A. P. J.* 4573. *Nab.* 607. *Ante Chr.* 141. *Tybi* 2. *Jan.* 27. *Fer.* 3a Almageſt. *L.* VI. *c.* 5.

Eclipſis proxima fuit etiam Lunaris: quam hiſce verbis tradit Ptolemæus: Πάλιν δὲ τῷ λζ ἔτει τῆς τρίτης κατὰ Κάλιππον περιόδου, ὅ ἐστι χζ ἀπὸ Ναβονασσάρου, κατ' Αἰγυπτίους Τυβὶ β εἰς τὴν γ ὥρας ε ἀρχομένης, ἐν Ῥόδῳ ἤρξατο ἐκλείπειν ἡ σελήνη· καὶ ἐπεσκοτίσθη τὸ πλεῖστον ἀπὸ νότου δακτύλους γ. ἐπεὶ οὖν πάλιν καὶ ἐνταῦθα ἡ ἀρχὴ τῆς ἐκλείψεως γέγονε πρὸ δύο ὡρῶν καιρικῶν τοῦ μεσονυκτίου, αἳ ἦσαν ἰσημεριναὶ ἐν Ῥόδῳ τε καὶ ἐν Ἀλεξανδρείᾳ β γ'' διὰ τὸ τὸν ἥλιον ἐπέχειν ἀκριβῶς ὑδροχόου μοίρας ε η''. ὁ δὲ μέσος χρόνος, ὅτε τὸ πλεῖστον ἐπεσκοτίσθη, πρὸ α ς'' γ'' ἔγγιστα ὥρας ἰσημερινῆς τοῦ μεσονυκτίου κ. τ. λ. *Trigeſimo ſeptimo rurſus anno, tertia ſecundum Callippum periodo, qui eſt* 607 *a Nabonaſſaro, Tybi, ſecundum Ægyptios, die* 2. *ſequente* 3. *incipiente hora* 5*ta in Rhodo, Luna cœpit deficere: obſcurataque fuit plurimum ab auſtro, digitis* 3. *Quoniam igitur etiam hic Eclipſis initium ante mediam noctem fuit, per duas horas temporales, quæ in Rhodo & in Alexandria fuerunt æquales* 2 20′. *propterea quod Sol* 5 8′ *gradus Aquarii*

Aquarii exacte obtineat, & medium tempus in quo maxima obſcuratio fuit ante mediam noctem 1 50′ æqualibus proximè, &c.

Eclipſis proxima fuit Solaris, a Julio obſequente in Libro de Prodigiis notata, hiſce verbis: Luna interdiu cum ſtella, [fortè Sole,] ab hora tertia, uſque ad horam ſeptimam, apparuit.—Hora diei tertia Solis defectus Lucem obſcuravit.

Eclipſ. Sol. *A. P. J.* 4610. *Ante Chriſt.* 104. *Jul.* 19. *Fer.* 6ª

Eclipſis proxima etiam Solaris fuit; a Dione Hiſtorico ſic breviter indicata: ὁ ἥλιος σύμπας ἐξέλιπε, & a Poeta Lucano ſic amplius deſcripta:

Eclipſ. Sol. *A. P. J.* 4663. *A. C.* 51. *Martii* 7. *Fer.* 4ª

Dio. *Lib.* XLI. *p.* 159. *Edit. Hanov.* 1606.

Ipſe caput medio Titan cum ferret Olympo
Condidit, ardentes atra caligine currus;
Involvitque diem tenebris, genteſque coegit
Deſperare diem.——

Poſt necem Julii Cæſaris multi Hiſtoriographi & Poetæ nonnihil triſte & prodigioſum circa Solem referunt. Ricciolus hæc Dionis verba recitat, quæ tamen ego nondum apud eundem reperire potui. *Solis etiam Lumen minui extinguique, aliquando in tribus circulis effulgere viſus eſt.* Plinii verba ſequuntur: Fiunt prodigioſi & longiores Solis Defectus; qualis occiſo Dictatore Cæſare, & Antoniano bello totius pene anni pallore continuo. Aurelius Victor hiſce verbis eaſdem tenebras deſcribit; *Cæſaris corpore pro roſtris poſito, Sol orbem ſuum celaſſe dicitur.* Afferit etiam Ricciolus, Appianum circa Solem multa triſtia eveniſſe prodigia obſervaſſe; cum ne verbum de Sole in hiſce prodigiis interſerat Appianus. Marcus quidem Antonius, in Epiſtola ad Hircanum Judæorum Pontificem, prodigium

Hiſt. Nat. Lib. II. c. 30.

gium quoddam vel tenebras in Sole denotat, hiſce verbis ab Hiſtorico Judæo Joſepho expreſſis: Δι' ὃ καὶ τὸν ἥλιον ἀποςραφῆναι δοκοῦμεν, ὃς καὶ αὐτὸς ἀηδῶς ἐπεῖδε τὸ ἐπὶ Καίσαρι μῦσος. *Eorum enim facinus Sol ipſe averſatus videtur; & invitis oculis ſpectaſſe perpetratum ſcelus in Cæſarem.* Huc quoque ſpectant Virgiliana illa, Georgicorum libro ſecundo;

Antiq. L. XIV. c. 22. p. 492.

Ille etiam extincto miſeratus Cæſare Romam,
Cum caput obſcura nitidum ferrugine texit;
Impiaque æternam timuerunt ſecula noctem.

Sed cum hæc veterum teſtimonia continuam quandam luminis hebetudinem, aliunde ortam; potius quam eclipſin cito præterlapſam indigitare videantur; & cum tabulæ aſtronomicæ nullam veram Solis Eclipſin hoc tempore exhibeant; nihil hic loci de hoc prodigio, qualecunque fuit, amplius addendum cenſeo.

Eclipſ. Lun. *A. P. J.* 4710. *Ant. Chriſt.* 4. *Mart.* 13. *Fer.* 5ª

Eclipſis proxima Lunaris fuit; eaque momenti longe maximi: cum ab ea Herodis magni mors, Chriſtique Annus Natalis ſummopere pendeant. Eam ab Hiſtoriographo Judæo Joſepho ſic breviter habemus memoriæ conſignatam: Ἡρώδης δὲ τόν τε Ματθίαν ἐπέπαυκε τῆς ἀρχιερωσύνης, καὶ τὸν ἕτερον Ματθίαν, ὃς ἐγηγέρκει τὴν ςάσιν, καὶ ἄνδρας ἐκ τῶν ἑταίρων αὐτοῦ ἔκαυσε ζῶντας· καὶ ἡ σελήνη δὲ τῇ αὐτῇ νυκτὶ ἐξέλιπεν. *Hunc autem Matthiam Herodes munus deponere coegit: alterum vero Matthiam, qui ſeditionis auctor extiterat, & ejus ſociorum nonnullos, vivos igni cremavit, eadem etiam nocte fuit Lunæ defectio.* Hanc autem Eclipſin, accuratius poſito integro calculo numerico, alibi computavimus. Atque hæ

Antiq. XVII. cap. 8. p. 597.

Prælection. Aſtronom. in calce.

hæ ſunt Eclipſes ante Æram Chriſtianam ab antiquis memoratæ. Quæ poſt Æram Chriſtianam ab Hiſtoricis notatæ fuerunt ſequuntur.

Eclipſis proxima Solaris fuit, a Dione ſic brevibus indicata: Τότε δ' οὖν ἐπί τε τοῦ Κορνηλίου καὶ ἐπὶ Οὐαλερίου Μεσσάλου ὑπάτων, σεισμοί τε ἐξαίσιοι συνέβησαν, καὶ ὁ Τίβερις τήν τε γέφυραν κατέσυρε, καὶ πλωτὴν τὴν πόλιν ἑπτὰ ἡμέρας ἐποίησε· τοῦ τε ἡλίου τι ἐκλιπὲς ἐγένετο, καὶ λιμὸς συνηνέχθη. *Cæterum ea tempeſtate, Cn. Cornelio Cinna magno ac Valerio Meſſala conſulibus, horrendi terræ tremores acciderunt: Tiberiſque dejecto ponte, Urbem ſeptem dies navigabilem effecit: Sol aliqua parte lumen ſuum amiſit. Fames coorta.*

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 4718. *Poſt Chriſt. vel A. D.* 5. *Martii* 28. *Fer.* 7[a]
Lib. LV. *p.* 563.

Eclipſis proxima Solaris, quam circa Auguſti mortem memorant Dio atque Hieronymus, nullo modo calculo aſtronomico conſtat: atque proinde aut per errorem quendam deſignatur, aut non fuit Eclipſis vera ab interpoſita inter Solem & terram Luna, aut ſaltem non vero anno aſſignata. Auctorum laudatorum verba ſic ſe habent. A Dione ordiemur. Τῷ γὰρ ἐχομένῳ ἔτει, ἐν ᾧ Σέξτος τε Ἀπουλήϊος καὶ Σέξτος Πομπήϊος ὑπάτευσαν, ἐξωρμήθη τε ἐς τὴν Καμπανίαν ὁ Αὔγουστος, καὶ τὸν ἀγῶνα τὸν ἐν τῇ Νεαπόλει διαθεὶς, ἔπειτα ἐν Νώλῃ μετήλλαξε· τέρατα δὲ ἄρα εἰς τοῦτο αὐτῷ φέροντα, οὔτε ἐλάχιστα, οὔτε δυσξύμβλητα ἐγεγόνει· ὅτε γὰρ ἥλιος πᾶς ἐξέλιπε· καὶ τοῦ οὐρανοῦ τὸ πολὺ καίεσθαι ἔδοξε· ξυλά τε διάπυρα ἀπ' αὐτοῦ πίπτοντα ἐφαντάζετο· καὶ ἀστέρες κομῆται καὶ αἱματώδεις ὤφθησαν. κ. τ. λ. *Namque anno inſequenti, Sex. Apuleio & Sex. Pompeio Conſulibus, in Campaniam profectus Auguſtus, exhibito Neapoli ſpectaculo, Nolæ morti conceſſit. Prodigia quæ id ei prædicerent neque minima, neque obſcura evenerant. Sol totus defecerat: magna pars Cœli ardere viſa*

Eclipſ. Sol.
Incerta vel falſa.
Lib. LVI. p. 589.

viſa fuerat: ignita ligna de cœlo cadere apparuerant: crinitæ & ſanguinolentæ ſtellæ fulſerant, &c. Euſebii Græca nihil de hac Eclipſi habent: apud Latinam vero Hieronymi verſionem hæc leguntur. *Defectio Solis facta: & Auguſtus 77° ætatis ſuæ anno Atellæ in Campania moritur.*

Eclipſ. Lun.

A. P. J. 4727. *A. D.* 14. *Sept.* 27. *Fer.* 5ª

Tacit. Annal. Lib. I. *p.* 17. *Edit. Plantin.* 1588. *Dio, Lib.* LVII. *p.* 604.

Eclipſis autem Lunaris, ab eodem Dione, quin & a Tacito quoque memoriæ prodita, vera fuit, & calculo Aſtronomico congrua. Illam hiſce verbis deſcribit Tacitus. *Luna clariore pœne cœlo viſa langueſcere. Id miles, rationis ignarus, omen præſentium accepit, ac ſuis laboribus defectionem ſyderis adſimilans, &c.* Dionis autem verba ſequuntur: τῆς δὲ δὴ σελήνης ἐκλιπούσης, ἐνθυμηθέντες ἀπημβλυῶσθαι, ὥστε καλὸν μὲν μηδὲν ἔτ' αὐτοῖς ποιῆσαι· πρέσβεις δ' αὖθις πρὸς τὸν Τιβέριον ἀποστεῖλαι. *Cæterum, deliquio Lunæ animis conſternati, vi omiſſa, alios ad Tiberium legatos miſere.*

Eclipſ. Sol.

A. P. J. 4758. *A. D.* 45. *Aug.* 1. *Fer.* 1ª

Lib. LX. *p.* 682.

Eclipſis proxima Solaris fuit, Claudii Imperatoris Natali, & juxta ejuſdem mandatum populo prædicta & præfinita: Rem totam pluribus exequitur Dio, quæ ſic ſe habent. Καὶ ἐπειδὴ ὁ ἥλιος ἐν τοῖς γενεθλίοις αὐτοῦ ἐκλείψειν ἔμελλεν, ἐφοβήθη τε μή τις ἐκ τούτου ταραχὴ γένηται (ἐπεὶ ἄλλα ἄττα τέρατα συνεβεβήκει) καὶ προέγραψεν οὐ μόνον ὅτι τι ἐκλείψει, καὶ ὁπότε, καὶ ἐφ' ὁπόσον, ἀλλὰ καὶ τὰς αἰτίας δι' ἃς ἀναγκαίως γενήσεσθαι τοῦτο ἔμελλεν. εἰσὶ δὲ αἵδε. ἡ σελήνη τὴν κάτω τοῦ ἡλίου περιφορὰν (ὥσπερ τι πιστεύεται) εἴτ' οὖν ἐφεξῆς αὐτοῦ, εἴτε καὶ μετὰ τὸν Ἑρμῆν, τήν τε Ἀφροδίτην ἔχουσα κινήσεις, κινεῖται μὲν κατὰ μῆκος, ὥσπερ ἴσως καὶ ἐκεῖνος. κινεῖται δὲ καὶ ἐν πλάτει, ὅπερ οὐδαμῇ οὐδαμῶς τῷ ἡλίῳ ὑπάρχει. ὅταν οὖν κατά τε τὴν αὐτὴν αὐτῷ εὐθυωρίαν ὑπὲρ τὴν ἡμετέραν ὄψιν γένηται, καὶ ὑπὸ τὴν φλόγα αὐτοῦ ὑποδράμῃ, τότε τὴν αὐγὴν αὐτοῦ τὴν εἰς τὴν γῆν καθήκουσαν, τοῖς μὲν ἐπὶ πλεῖον τοῖς δὲ ἐπ' ἔλαττον διασκιάσει· οὐδὲ ἐπὶ βραχύτατον

χύτατον

χρόνον ἀποκρύπτει· ἴδιον γὰρ ἀεὶ φῶς ὁ ἥλιος ἔχων, οὐκ ἔστιν ὅτε αὐτοῦ ἀπαλλάττεται· καὶ διὰ τοῦθ' οἷς ἂν ἡ σελήνη μὴ ἐπίπροσθεν ἄστ' αὐτὸν συσκιάζειν δύνηται, ὁλόκληρος ἀεὶ φαίνεται. περὶ μὲν δὴ τὸν ἥλιον ταῦτα τε συμβαίνει. καὶ τότε ὑπὸ τοῦ Κλαυδίου ἐδημοσιεύθη. ἡ δὲ δὴ σελήνη (οὐ γὰρ ἔστιν ἀπὸ τρόπου καὶ τὰ καθ' ἐκείνην εἰπεῖν, ἐπειδήπερ ἅπαξ τοῦ λόγου τούτου προσήψάμην) ὁσάκις ἂν καταντικρὺ τῷ ἡλίῳ γενομένη (ἐν γὰρ ταῖς πανσελήνοις αὐτῇ τοῦτο ὥσπερ ἐκείνῳ ἐν ταῖς νουμηνίαις συμβαίνει) ἐς τὸ τῆς γῆς σκίασμα, κωνοειδὲς ὄν, ἐμπέσῃ· γίγνεται δὲ τοῦτο ὅταν διὰ τῶν μέσων ἐν τῇ τοῦ πλάτους κινήσει περιφέρεται· στέρεται γὰρ τοῦ ἡλιοειδοῦς φωτὸς, καὶ αὐτὴ καθ' ἑαυτὴν ὁποία περ ἐστὶ φαντάζεται. *Quia vero natali ſuo defectus Solis futurus erat; veritus ne quis inde tumultus exiſteret; quum alia quoque prodigia quædam accidiſſent; publice edidit, non modo futurum id deliquium, & tempus, & quantitatem ejus, ſed etiam cauſas ob quas neceſſario eventurum eſſet. Cauſæ ſunt hujuſmodi; Luna infra Solem (ut certum habetur) ſive proxime ei ſubjecta, ſive Mercurio etiam Venerique ſuppoſita, movetur in Longitudinem ac Altitudinem; quemadmodum & Sol curſum habere ſuum videtur: ſed præterea etiam in Latitudinem, quod Soli nequaquam convenit. Proinde ſi Luna, reſpectu aſpectus noſtri recta, ſub Solem veniat, ac infra ejus radios currat, ſplendorem ejus qui in terram defertur hominum aliis magis, aliis minus occultat: nequaquam vero eum obſcurat; nimirum quum Sol ſemper proprium lumen obtineat, neque unquam id amittat. Unde iis etiam quibus Luna non opponitur, ut Solem obtegat, integer videtur. Hoc ita Soli accidit ac tum ita ſub Claudio editum eſt. Porro Luna (neque enim alienum fuerit de ea quoque loqui; quando ſemel eum ſermonem attigimus) deficit quoties e regione oppoſita Soli; (quod ei in plenilunio, ſicut Soli deliquium in conjunctione obtingit;) in umbram terræ, quæ habet metæ ſeu turbinis figuram, incidit. Fit hoc quum in medio Latitudinis ſuæ movetur; ac tunc luce quam a Sole accipit deſtituta, qualis ipſa per ſe ſit apparet.*

XI. Eclipſis

Maii 22. 1710.

XI.

Eclipſ. Sol. *A. P. J.* 4772. *A.D.* 59. *April.* 30. *Fer.* 2ª

Hiſt. Nat. L. II. *c.* 70.

ECliplis proxima etiam fuit Solaris, apud Plinium, Excerpta Dionis, & Tacitum memorata. Plinii verba ſequuntur : *Solis defectum, Vipſanio & Fonteio conſulibus, qui fuere ante paucos annos, factum pridie Calendas Maias, Campania, hora diei inter ſeptimam & octavam Senſit Corbulo Dux in Armenia, inter horam diei decimam & undecimam : prodidit viſum circuitu globi, alia aliis detegente & occultante.* Verba Taciti

Lib. XIV. *p.* 312.

ſic ſe habent : *Inter prodigia cædem Agrippinæ antecedentia, jam Sol repente obſcuratus, & tactæ de cœlo quatuordecim Urbis regiones.* Excerpta autem Xiphilini e Dione, Eclipſin poſt cædem accidiſſe indicare videntur. Ita enim loquuntur : Ὁ μέντοι ἥλιος σύμπας ἐν μέσαις ταῖς θυσίαις, ταῖς ἐπὶ τῇ Ἀγριππίνῃ κατὰ τὸ ψήφισμα γενομέναις, ἐξέλιπεν, ὥστε καὶ ἀστέρας ἐκφῆναι· [ἐκφανῆναι.] *Ceterum in mediis ſacrificiis, quæ Agrippinæ cauſa fiebant, decreto Senatus, Sol omnino defecit; adeo ut ſtellæ viderentur.*

L. LXI. *p.* 697.

Ann. Dom. 69.

Quid ſibi velit prodigium apud Dionis Excerpta, Imperante Vitellione, de binis eclipſibus Lunaribus, non in pleniluniis : ſed diebus quarto & ſeptimo, haud facile eſt dictu. Sed non eſſe Eclipſes proprie dictas, ſi vera narrentur, eſt in aperto. Verba ſolum ipſa addam; & ad alia properabo. Καὶ γὰρ κομήτης ἀστὴρ ἐφαντάσθη, καὶ ἡ σελήνη, παρὰ τὸ καθεστηκὸς, δὶς ἐκλελοιπέναι ἔδοξε· καὶ γὰρ τετάρτῃ καὶ ἑβδόμῃ ἐσκιάσθη· καὶ ἡλίους δύο ἅμα ἑω-τε τῶν ἀνατολῶν καὶ ἐκ τῶν δυσμῶν, τοῦτον μὲν ἀσθενῆ καὶ ὠχρὸν, ἐκεῖνον δὲ λαμπρὸν καὶ ἰσχυρὸν εἶδον. κ. τ. λ. *Nam &*

Lib. LXV. *p.* 736.

Cometis

Cometes apparuit, & Luna contra rationem ſtatuti temporis bis viſa eſt deficere: quarto enim & ſeptimo die obſcurata eſt. Praterea in oriente atque in occidente duo Soles viſi ſunt, eodem tempore: quorum hic erat imbecillis & pallidus, ille potens & clarus erat, &c.

Quid porro ſibi velit Plinius, ubi Eclipſes duas, Solarem hanc, Lunarem illam, poſt dies duodecim ſuo ævo viſas aſſerat, dictu non adeo eſt facile. Audiamus ſaltem verba: *Et quanam ratione cum Solis exortu umbra illa hebetatrix ſub terra eſſe debeat, ſemel jam acciderit, ut in occaſu Luna deficeret, utroque ſuper terram conſpicuo ſydere? Nam ut duodecim diebus utrunque ſydus quæreretur, & noſtro ævo accidit, Imperatoribus Veſpaſianis Patre* III *Filio iterum Conſulibus.*

Ann. Dom. 72.

Hiſt. Nat. *Lib.* II. *c.* 13.

Neque ſane multum noſtra refert quid dicit Philoſtratus, in Apollonii Tyanæi vita; nempe paulo ante Domitiani necem: *In cœlo hujuſmodi prodigium apparuiſſe: Coronam quandam Iridi ſimilem Orbem Solis circumdediſſe, & radios lumenque Solis obſcuraviſſe; & metuenti Græciæ Præfecto, ne cuncta in noctem verterentur, Apollonium reſpondiſſe,* Confide, ex hac nocte Lux conſurget; quaſi ſignificaſſet Domitiani cædem a Stephano ejus cubiculario mox patrandam. Nempe Ricciolus hæc ad Eclipſin Solis Annularem refert, & ad Annum Domini 95. Sed incertiora hæc ſunt quam ut longo commentario digna videantur.

Eclipſin quoque Solarem in Nervæ Imperatoris morte accidiſſe Aurelius Victor memorat. *Eo,* inquit, Victor, *die quo interiit, Solis defectio facta eſt.* Cui Auctori Ricciolus addit Eutropium: apud quem de hac Eclipſi ne γὺ quidem. Neque ſane hujuſmodi Eclipſin dant Tabulæ Aſtronomicæ. Cui tamen tanquam veræ applicat idem verba Plutarchi, de Eclipſi Solis totali paulo ante celebrata. Verba ſequuntur; Ταύτης

Eclipſ. Sol.
Incerta vel falſa.

De facie in orbe Lunæ, p. 931.

ἐνεστὼς τῆς συνόδου μνησθέντες ἣ [ιη] πολλὰ μὲν ἄστρα πολλαχόθεν τοῦ οὐρανοῦ διέφηνεν εὐθὺς ἐκ μεσημβρίας ἀρξαμένη κρᾶσιν δὲ οἵαν τὸ λυκαυγὲς τῷ ἀέρι παρέσχεν. *Synodus Solis cum Luna nuper fuit; qua ſtatim ſub meridiem incipiente, Stellæ multis paſſim cœli locis effulſerunt; aerique fuit ea temperies qualis eſt incerta luce ſub crepuſculo.* Sed hiſtoriam Plutarchi certam Eclipſi penitus incertæ applicare, eſt plane abſurdum. Miſſis itaque incertis hiſce certa ſequamur.

Eclipſ. Lun.

A.P.J. 4838. *Nab* 872. *A.D.* 125. *Pachon.* 17. *Apr.* 5. *Fer.* 4[a]

Almageſt. *L.* IV. *c.* 9.

Eclipſεων certarum proxima Lunaris fuit: Quam hiſce verbis explicat Ptolemæus: Δευτέραν δὲ τὴν τετηρημένην ἐν Ἀλεξανδρείᾳ τῷ θ [ι] ἔτει Ἀδριανοῦ, κατ᾽ Αἰγυπτίους Παχὼν ιζ. εἰς τὴν ιη. πρὸ τριῶν ὡρῶν ἰσημερινῶν καὶ τριῶν πέμπτων μιᾶς ὥρας τοῦ μεσονυκτίου· καθ᾽ ἣν ὁμοίως ἐξέλιπεν ἡ σελήνη τὸ ἕκτον μέρος τῆς διαμέτρου, ἀπὸ μεσημβρίας; *Secundam quae Alexandriae 9 Adriani anno fuit obſervata, Pachon ſecundum Ægyptios, die 17. ſequente 18. ante mediam noctem horis 3. 36′ quando ſimiliter ſexta pars Lunaris diametri a meridie defecit.*

Eclipſ. Lun.

A.P.J. 4846. *Nab.* 880. *A.D.* 133. *Pauni* 20. *Maii* 6. *Fer.* 5[a]

Almageſt. *L.* IV. *c.* 6.

Eclipſεων proxima itidem fuit Lunaris; ab eodem Ptolemæo memorata, atque ab eodem obſervata: quam hoc modo deſcribit: Πάλιν τῶν εἰλημμένων τριῶν ἐκλείψεων ἐκ τῶν ἀκριβέστατα ἡμῖν ἐν Ἀλεξανδρείᾳ τετηρημένων, ἡ μὲν πρώτη γέγονε τῷ ιζ ἔτει Ἀδριανοῦ, κατ᾽ Αἰγυπτίους Παῦνι κ, εἰς τὴν κα, καθ᾽ ἣν μέσον χρόνον ἀκριβῶς ἐπελογισάμεθα γεγονέναι πρὸ ἡμίσους καὶ τετάρτου μιᾶς ὥρας ἰσημερινῆς τοῦ μεσονυκτίου, καὶ ἐξέλιπεν ὅλη· καθ᾽ ἣν ὥραν ἐπεῖχεν ὁ ἥλιος τοῦ ταύρου μοίρας ιγ δ᾽ ἔγγιστα. *Rurſus, prima trium Eclipſium de illis (quas accuratiſſime in Alexandria obſervavimus) 17 Adriani, Pauni menſis, ſecundum Ægyptios, die 20 quem 21 ſequebatur, cujus*

tempus

tempus medium fuiſſe computavimus, 45 ſexageſimis unius æqualis horæ ante mediam noctem; & defecit tota, eratque verus locus Solis in Tauri gradibus 13' 14' [15'] proxime.

Eclipſis proxima etiam fuit Lunaris: quam idem Ptolemæus, utpote a ſe quoque obſervatam, accurate exhibet, his verbis: Ἡ δὲ δευτέρα γέγονε τῷ ιη ἔτει Ἀδριανοῦ, κατ' Αἰγυπτίους Χοιὰκ β. εἰς τὴν γ. τὸν δὲ μέσον χρόνον ἐπιλογιζόμεθα γεγονέναι πρὸ μιᾶς ὥρας ἰσημερινῆς τοῦ μεσονυκτίου· καὶ ἐξέλιπεν ἀπ' ἄρκτων τὰ ς' καὶ γ' τῆς διαμέτρου· καθ' ἣν ὥραν ἐπεῖχεν ὁ ἥλιος ἀκριβῶς τῶν χηλῶν μοίρας κε ς' ἔγγιστα. *Secunda vero fuit in 19 anno Adriani, Choiac die ſecundo tertio ſequente: cujus tempus medium fuiſſe computavimus ante mediam noctem una hora æquali: defecitque a ſeptentrione medietas, & tertia diametri pars: in qua hora verus Solis locus fuit in Chelis [Libra] gradibus 25° 6' proxime.*

Eclip. Lun.
A. P. J. 4847. *Nab.* 882. *A D.* 134. *Choiac.* 2. *Octob.* 20. *Fer.* 5ª
Almageſt. *L.* IV. *c.* 6.

Eclipſis proxima pariter fuit Lunaris: Eam a ſe quoque obſervatam Ptolemæus hoc modo exhibet: Ἡ δὲ τρίτη τῶν ἐκλείψεων γέγονε τῷ κ ἔτει Ἀδριανοῦ, κατ' Αἰγυπτίους φαρμουθὶ ιθ. εἰς τὴν κ. τὸν δὲ μέσον χρόνον ἐπιλογιζόμεθα γεγονέναι μετὰ δ' ὥρας ἰσημερινὰς τοῦ μεσονυκτίου· καὶ ἐξέλιπε τὸ ἥμισυ τῆς διαμέτρου, ἀπ' ἄρκτων· ἐπεῖχε δὲ καὶ κατὰ ταύτην τὴν ὥραν ὁ ἥλιος τῶν ἰχθύων μοίρας ιδ ιβ' ἔγγιστα. *Tertia fuit 20 anno Adriani, die Pharmuthi ſecundum Ægyptios 19 quem ſequebatur 20 cujus medium tempus fuiſſe computavimus 4 æqualibus horis poſt mediam noctem: & defecit medietas diametri a ſeptentrione. Fuit autem Sol in illa hora in gradibus piſcium 14° 12' proxime.*

Eclipſ. Lun.
A. P. J. 4849. *Nab.* 883. *A. D.* 136. *Pharmuthi* 20. *Martii* 6. *Fer.* 2ª
Almageſt. *L.* IV. *c.* 6.

Ricciolus Eclipſin Solis totalem ante Commodi mortem ex hiſce Herodiani verbis exculpi poſſe exiſtimat: Ἐγένοντο δέ τινες κατ' ἐκεῖνον καιροῦ καὶ διοσημίαι. ἀστέρες γὰρ ἡμέριοι συνεχῶς ἐβλέποντο, ἕτεροί τε εἰς μῆκος

Eclipſ. Sol.
Incerta vel falſa, circa A. D. 192.
L. I. *c.* 22. Edit. Steph. 1581.

 κεχαλασ-

κεχαλασμένοι ὡς ἐν μέσῳ ἀέρι κρέμασθαι δοκεῖν *Extitere ea tempeſtate etiam quædam in cœlo prodigia, Stellæ enim per diem perpetuo apparuerunt; quædamque ex iis in longum productæ medio quaſi aere ſuſpenſæ videbantur.* Sed cum meteora hoc in loco, potius quam Eclipſin indigitari exiſtimem, pluribus de hiſce verbis ſuperſedebo.

Eclipſ. Sol.
Aut A.D. 237 *aut* 238
§ 23. p. 665. *Edit. Lug. Bat.* 1661.

Narrat etiam Julius Capitolinus, Gordianorum tempore, Eclipſin Solis fuiſſe totalem, hiſce verbis. *Sed Indicium non diu imperaturi Gordiani* [*tertii*] *hoc fuit, quod Eclipſis Solis facta eſt, ut nox crederetur; neque ſine luminibus accenſis quicquam agi poſſet.* Cum vero duæ Eclipſes Solis hiſce circiter temporibus, ubi Imperatorum Romanorum hiſtoria haud parum luxata eſt, acciderint, Annus ambiguus eſt, & poſt Eclipſes utraſque ad calculos vocatas certius determinandus.

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 5004. *A. D.* 291. *Maii* 15. *Fer.* 6ª

Eclipſis proxima Solaris fuit. Idatius Gallæciæ in Hiſpania, in faſtis Conſularibus, rem ita narrat: *Tiberiano & Dione Conſulibus, Tenebræ fuerunt inter diem; & eo anno levati ſunt Conſtantius & Maximianus Cæſares,* Die Kal Mart.

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 5029. *A. D.* 316. *Jul.* 6. *Fer.* 6ª

Faſti quoque Conſtantinopolitani, authore Ricciolo, aſſerunt Solis Eclipſin ibidem viſam *A. D.* 316.

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 5030. *A. D.* 317. *Dec.* 20. *Fer.* 6ª

Eclipſis proxima fuit etiam Solaris, eodem anno; imo, ut videtur, etiam menſe atque die quo Criſpus & Conſtantinus Conſtantini Filii, & Licinianus, Licinii Filius Cæſares renunciati ſunt. En verba Aurelii Victoris Hiſtorici: *Adſciti Imperio Cæſarum communes Liberi, Criſpus Conſtantinuſque Flavio geniti, Licinianus Licinio. Quod equidem vix diuturnum, neque his qui aſſumebantur felix fore, defectu Solis fœdato iiſdem menſibus die patefactum.*

Eclipſis

Eclipſis proxima etiam Solaris fuit. Eam Byzantii viſam ſic deſcribit Julius Firmicus. *Sol medii diei tempore, Luna radiis quaſi quibuſdam impeditus, fulgida ſplendoris ſui lumina mortalibus denegavit.*

Eclipſ. Sol.
A. P. J. 5047. *A. D.* 334. *Jul.* 17. *Fer.* 4ª

Eclipſin Annularem hic deſignari ab Hiſtorico cenſet Ricciolus: num vero id ſatis clarum ſit viderint alii, Ego omnino incertum puto.

Hieronymus anno Euſebii 2363, & Olymp. CCLXXXI. 3. tribuit Solis Eclipſin. *Solis*, inquit, *facta defectio.* Theophanes Solis Eclipſin Anno Conſtantis 10. aſcribit. cui ſuffragatur Cedrenus; & Dæſii ſive Junii 6° accidiſſe notat.

Eclipſ. Sol.
Incerta, A. D. 346, 347, *aut* 348.

Atque hactenus Eclipſes ipſas, ex hiſtoricis exhibuimus.

F I N I S.

CORRIGENDA.

PAG. 17. Lin. 30. 31. Lege $22\frac{1}{10}$ bis. & dele $14\frac{2}{3}$ ad 1 bis. Pag. 53. Lin. ult. *Nota quod ablato 4 de 6 reſtant 2 poſitive; unde pergit corpus primum poſt occurſum; & inde motus ſecundi additione abtinetur,* $10 + 2 = 12$. *Ubi vero reſtat nihil corpus primum quieſcit. Ubi reſiduum eſt minus nihilo, ſive quantitas negativa, corpus primum regreditur, & motus ſecundi ſubtractione obtinebitur.* Pag. 304. lin. 8. Leg. *Ut* 1 *ad* 8. circiter. lin. 9. leg. *ut* 9 *ad* 8. *circiter.* Pag. 351. lin. 12, 13. leg. *Numerorum pro ipſis diſtantiis, unitate pro diſtantia minima ubique accepta. licet unitas iſta ſit valoris diverſi, pro diverſis diſtantiis peribeliis in priori Elementorum Tabula diſtincte per Logarithmos conſignatis.*

Catalogus LIBRORUM *apud* BENJ. MOTTE *venalium.*

ARITHMETICA UNIVERSALIS: ſive de Compoſitione & Reſolutione Arithmetica Liber. Cui acceſſit Halleiana Æquationum Radices Arithmetice inveniendi methodus. In Uſum Juventutis Academicæ.

PRÆLECTIONES ASTRONOMICÆ Cantabrigiæ in Scholis Publicis Habitæ à GULIELMO WHISTON, A. M. & Matheſeωs Profeſſore Lucaſiano. Quibus accedunt Tabulæ plurimæ Aſtronomicæ, Flamſteedianæ Correctæ, Halleianæ, Caſſinianæ, & Streetianæ. In Uſum Juventutis Academicæ.

TELLURIS *Theoria Sacra:* Orbis noſtri originem & Mutationes Generales, quas aut jam ſubiit, aut olim ſubiturus eſt, complectens. Libri duo Priores de Diluvio & Paradiſo. Editio Tertia, recognita & contracta. Authore T. BURNETIO.

A NEW *Theory of the Earth,* from its Original, to the Conſummation of all Things: Wherein the Creation of the World in Six Days, the Univerſal Deluge, and the General Conflagration, *as laid down in the Holy Scriptures,* are ſhewn to be perfectly agreeable to Reaſon and Philoſophy. With a large Introductory Diſcourſe concerning the Genuine Nature, Stile, and Extent of the *Moſaick* Hiſtory of the Creation. The *Fourth Edition,* with great Additions, Improvements and Corrections: By WILLIAM WHISTON, M. A. Profeſſor of the *Mathematicks* in the Univerſity of *Cambridge.*

A 415457

UNIVERSITY OF MICHIGAN

3 9015 00699 0736